



延安大学 机密

二〇一八年招收攻读硕士学位研究生入学考试业务课试题

适用专业名称: _____ 学科教学(数学) _____

考试科目名称: _____ 数学分析与高等代数 _____ 科目代码: _____ 814 _____

注意事项:

- 1、请将答案直接做到答题纸上, 做在试题纸上或草稿纸上无效。
- 2、除答题纸上规定的位置外, 不得在卷面上出现姓名、考生编号或其它标志。
- 3、本试题共 2 页, 满分 150 分, 考试时间 180 分钟。

一、计算下列极限(20分)

$$1、\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\int_0^x e^{t^2} dt\right)^2}{\int_0^x t e^{2t^2} dt};$$

$$2、\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{2x};$$

$$3、\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x};$$

$$4、\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}).$$

二、计算下列积分(20分)

$$1、\int_1^e x^2 \ln x dx;$$

$$2、\int \left(e^x - 3 \cos x + \frac{2}{x^2}\right) dx.$$

三、证明题(20分)

- 1、设 f 为连续函数, 且 $0 \leq f(x) \leq 1$, 证明在 $[0, 1]$ 上方程 $2x - \int_0^x f(t) dt = 1$ 有唯一解。
- 2、利用拉格朗日中值定理证明:

当 $a > b > 0, n > 1$ 时, 不等式 $nb^{n-1}(a-b) < a^n - b^n < na^{n-1}(a-b)$ 恒成立。

四、解答题(30分)

- 1、将边长为 a 的正方形的四个角剪去同样大小的小正方形, 然后制作成一个无盖的盒子, 问剪去的小正方形的边长为何值时, 可使盒子的容积最大。
- 2、求椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 所围平面图形的面积。
- 3、求摆线 $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t) (a > 0)$ 的一拱 $t \in [0, 2\pi]$ 的弧长。

五、计算下列各题(20分)

1、计算4阶行列式 $D = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$.

2、设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \end{bmatrix}$, 求 A 的逆矩阵 A^{-1} .

六、证明题(20分)

1、设 $f(x) = d(x)f_1(x)$, $g(x) = d(x)g_1(x)$. 证明: 若 $(f(x), g(x)) = d(x)$, 且 $f(x)$

和 $g(x)$ 不全为零, 则 $(f_1(x), g_1(x)) = 1$.

2、设 α, β, γ 线性无关, 证明: $\alpha + \beta, \beta + \gamma, \gamma + \alpha$ 也线性无关.

七、解答题(20分)

用消元法解线性方程组

$$\frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + x_3 = 1,$$

$$x_1 + \frac{5}{3}x_2 + 3x_3 = 3,$$

$$2x_1 + \frac{4}{3}x_2 + 5x_3 = 2.$$