



# 延安大学机密

## 二〇一八年招收攻读硕士学位研究生入学考试业务课试题 B

适用专业名称: \_\_\_\_\_ 计算数学 \_\_\_\_\_

考试科目名称: \_\_\_\_\_ 高等数学 \_\_\_\_\_ 科目代码: \_\_\_\_\_ 601 \_\_\_\_\_

### 注意事项:

- 1、请将答案直接做到答题纸上, 做在试题纸上或草稿纸上无效。
- 2、除答题纸上规定的位置外, 不得在卷面上出现姓名、考生编号或其它标志。
- 3、本试题共 2 页, 满分 150 分, 考试时间 180 分钟。

### 一、填空 (每小题 5 分, 共 10 分):

1、若  $f(x)$  在  $x_0$  处可导, 则  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+a\Delta x) - f(x-b\Delta x)}{\Delta x} = \underline{\hspace{2cm}}$  .

2、设  $f(x) = \begin{cases} e^x & 0 \leq x \leq 2 \\ 2a+x & 2 < x \leq 4 \end{cases}$ , 则当  $a = \underline{\hspace{2cm}}$  时,  $f(x)$  为闭区间  $[0, 4]$  上的连续函数.

### 二、计算下列各极限 (每小题 5 分, 共 15 分):

1、  $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$                       2、  $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{2}{x}}$

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\sqrt{1+n^2}} + \frac{1}{\sqrt{2+n^2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n+n^2}} \right)$

### 三、求下列函数的导数 (每小题 5 分, 共 15 分):

1. 求由参数方程  $\begin{cases} x = f'(t) \\ y = tf'(t) - f(t) \end{cases}$  所确定的函数的二阶导数  $\frac{d^2y}{dx^2}$

2.  $y = (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$  求  $\frac{dy}{dx}$

3. 由参数方程  $\begin{cases} x = 2t + t^2 \\ y = 3t - t^3 \end{cases}$  所确定的函数  $y = f(x)$  的导数  $\frac{dy}{dx}$ .

### 四、计算下列不定积分 (每小题 5 分, 共 10 分):

1.  $\int x^2 e^x dx$

2.  $\int \frac{x+1}{x(1+xe^x)} dx$

五、讨论函数  $f(x) = \begin{cases} x & x \leq 0 \\ x \sin\left(\frac{\pi}{x}\right) & x > 0 \end{cases}$  在  $x = 0$  处的连续性与可导性. (15分)

六、计算积分  $\iint_D x e^{xy} dx dy$ , 其中  $D$  为区域  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ , (15分)

七、求级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n} x^n$  的收敛半径和收敛域 (15分)

八、给出函数  $f(x) = \frac{2}{3+4x}$  在  $x = 0$  处的幂级数展式.(15分)

九、设函数  $y = f(x)$  在闭区间  $[0, 2]$  内可积, 证明:  $F(x) = \frac{1}{x-a} \int_a^x f(t) dt$  在  $(a, b)$  内有与  $f(x)$

相同的单调性. (20分)

十、设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 且  $f(a) = f(b) = 0, f'(a) f'(b) > 0$ , 试证明  $f(x)$  在  $(a, b)$  内必有实零点.(20分)