

基于差分进化和 RBF 响应面的混合优化算法¹⁾

邓凯文 陈海昕²⁾

(清华大学航天航空学院, 北京 100084)

摘要 针对气动优化等昂贵优化问题, 提出了一种基于差分进化和 RBF 响应面的混合优化算法 HSADE, 该方法结合了差分进化算法的强全局寻优能力和 RBF 响应面方法的快速局部搜索能力, 能够同时有效地提高算法的局部搜索效率和全局寻优能力. 对各子算法中的策略和逻辑进行了多项改进, 提出和应用了基于双败淘汰赛的竞赛赛制和参数自适应等改进策略. 对 HSADE 使用多个典型算例进行了测试, 并横向对比了 NSGA-II, MOPSO 和多目标差分进化算法. 测试结果表明, 在大多数问题中 HSADE 在以世代距离表征的局部搜索效率和以超体积比表征的全局寻优能力两项指标上都优于其他算法, 证实了以上混合策略及算法改进的有效性. 将该算法应用于一个翼型优化问题和一个二维超声速喷管膨胀面优化问题, 并横向对比未经改良的差分进化算法 DE 和另一种混合算法 NARSGA, 结果表明在接近 1000 次的函数评估下, HSADE 能相对其他算法进一步对翼型减阻 0.5 count, 在喷管优化中 HSADE 得到的结果也好于其他两种算法, 表明该方法具有较强工程应用价值.

关键词 差分进化, 响应面方法, 计算流体力学, 多目标优化, 优化设计

中图分类号: V211.3 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-16-285

HYBRID OPTIMIZATION ALGORITHM BASED ON DIFFERENTIAL EVOLUTION AND RBF RESPONSE SURFACE¹⁾

Deng Kaiwen Chen Haixin²⁾

(School of Aerospace Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract A new hybrid optimization algorithm HSADE(hybrid self-adaptive differential evolution) based on differential evolution and radial basis function response surface was proposed aiming at aerodynamic optimization problems. Through combing the merits of response surface method's fast local searching ability and differential evolution's powerful global searching ability, the overall local and global search efficiency of HSADE were simultaneously enhanced. Several improvements were made on certain logics and strategies embedded in the processes of each sub-algorithm by proposing and utilizing strategies such as selection strategy based on double elimination and self-adaptive parameters. Having applied HSADE and several other typical optimization algorithms—NSGA-II, MOPSO and multi-objective differential evolution to several benchmark functions, the results indicated HSADE was superior to other algorithms in most of the cases regarding local search ability represented by generation distance and global search ability symbolled by hyper volume ratio, which validated the effectiveness of above improvements. Applying HSADE along with basic DE and NARSGA to an airfoil optimization problem and a hypersonic nozzle expansion surface optimization problem, the results showed HSADE was able to obtain airfoils with extra 0.5 count drag reduction and nozzles with better performance than other

2016-10-17 收稿, 2017-01-16 录用, 2017-01-20 网络版发表.

1) 中航工业产学研专项 (cxy2014QH14) 和清华大学自主科研计划 (2015THZ0) 资助项目.

2) 陈海昕, 教授, 主要研究方向: 空气动力学, 计算流体力学. E-mail: chenhaixin@tsinghua.edu.cn

引用格式: 邓凯文, 陈海昕. 基于差分进化和 RBF 响应面的混合优化算法. 力学学报, 2017, 49(2): 441-455

Deng Kaiwen, Chen Haixin. Hybrid optimization algorithm based on differential evolution and RBF response surface. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2017, 49(2): 441-455

two algorithms under approximately 1000 function evaluations, which indicated high engineering application potential of HSADE.

Key words differential evolution, response surfaces, computational fluid dynamics, multiobjective optimization, optimization design

引 言

随着高性能计算技术的快速发展,高精度数值模拟在飞机气动设计中已得到大量应用. 尽管基于高精度数值模拟的优化设计已被广泛应用且取得了较好的效果^[1-3],但其进一步应用仍受到较大的限制. 尤其是面对“昂贵优化问题”^[4],即目标函数评估的计算耗费很大的时候. 以飞行器气动优化为例,三维客机翼身组合体全模的雷诺平均方程 (RANS) 计算,需使用 6000 万网格. 利用 64 个核心的计算节点进行计算,一个工况耗时通常可达 36h. 在存在时限的工程设计中,以上复杂度的问题的总计算次数往往是严格受限的,这就要求优化方法能够在限制总函数评估次数下具有更好的优化效果.

因此针对类似于气动优化的“昂贵优化问题”,优化算法应有较高的优化效率. 局部搜索效率和全局寻优能力是评价优化算法效率最重要的两大指标. 通常而言,启发式算法的局部优化效率要大大低于梯度类算法,但具有更好的全局寻优能力. 为提高启发类算法的效率,一种做法是与其他优化方法组合得到“混合算法”,以提升其综合性能.

近年来研究人员在混合优化算法上开展了大量的改进和尝试. 提出了包括以启发式算法结合基于梯度方法构建的混合算法^[5-6]、以代理模型方法为主^[7-8]的混合算法、以及启发式算法和代理模型方法组合的混合算法^[9-11]等混合方法. 在气动优化设计领域,研究者对遗传算法^[12-14]、代理模型方法^[15-16]和基于梯度的优化方法^[17-18]开展了大量测试和应用. 在此基础上,混合算法也因其较好的综合性能得到了该领域学者的关注,文献 [19] 提出了一种基于粒子群算法和 Kriging 响应面的应用于气动优化问题的混合算法,文献 [20] 提出了一种将文化基因算法 (memetic algorithm) 作为局部搜索算子以提升遗传算法搜索效率的混合算法并应用于气动优化,文献 [21] 提出了一种基于 NSGA-II^[22] 和 Kriging 响应面的混合优化算法用于多段翼型等昂贵问题的优化.

目前广为应用的启发式算法多具有精英保留机制^[23],即算法会保留精英个体而逐代淘汰较差个

体,典型的例子有 SPEA2^[24], NSGA-II^[22] 等. 因此在拥有精英保留机制的混合算法中,若引入辅助方法加强局部的深度搜索,其得到的个体往往趋近局部最优因而性能指标优秀,它们在接下来的数代中会引导种群进化直至被后代超越;若引入辅助方法进行增强的广度搜索,其最终得到的个体虽存在较好的多样性,但由于性能指标通常不佳而难以存活多代,在降低算法效率的同时并不能很好地维持种群的多样性. 基于优势互补的原则,一种理想的混合算法组合是一种具有强全局寻优能力的主算法结合帮助其进行快速局部搜索的辅助方法.

差分进化 (differential evolution, DE) 是一种于 1995 年提出的启发式算法^[25],闻名于其强鲁棒性和对高维问题良好的适应性,拥有很强的全局寻优能力. 径向基函数 (radial basis function, RBF) 响应面 (response surface, RS) 方法是一种使用径向基函数进行插值的代理模型方法,也是现在人工神经网络最著名的模型之一^[26],在工程优化中被广为使用. 这种方法相较于工程中常用的其他代理模型如 Kriging 响应面,薄板样条曲面等有着光顺性好,数学描述简单的特点,同时它的精度也比较高^[27].

本文根据以上思路,提出了一种针对气动优化等昂贵优化问题的基于差分进化和 RBF 响应面的自适应混合算法 HSADE (hybrid self-adaptive differential evolution),通过在鲁棒性较好的差分进化算法的主流程中嵌入高精度的 RBF 响应面方法,利用代理模型拟合已计算数据,给出最佳个体预测,加入差分进化算法的种群,以提高算法整体的数据利用率;从而通过较小的响应面计算量换来较大的搜索效率提升. HSADE 以差分进化为主体,因此也是以代为单位进行迭代优化的.

值得注意的是,在优化过程中,响应面插值并不取代 CFD 计算,它的功能是为算法在设计变量空间内搜索新的具有潜在最优性能的待分析个体. 因此整个优化过程的仍基于高精度的 CFD 分析. 而 RBF 响应面会随优化进程中新的计算结果实时更新以提升最优点预测能力.

此外，本文在提出两种方法的混合策略同时也对它们各自进行了一些改进，以提高算法整体效能。

1 混合算法 HSADE

1.1 算法整体结构

HSADE 的核心思想是利用多种优化策略给出的蕴含不同特性的个体，确保种群多样性，强化精英个体，以同时提高算法的局部和全局寻优能力。

具体而言，HSADE 的思路是以差分进化为主干，在每一代的进化结束阶段向种群中依次嵌入由 RBF 响应面给出的提升算法搜索效率的个体和由空间增量填充法 (increment space filling, ISF) 给出的提升种群多样性的个体，和原有差分进化的种群中通过择优机制保留的高度多样的个体共同构成子代个体进入下一代，以提升算法的整体效率。同时考虑到为提高种群目标函数评估的计算效率，每代各个体的函数评估将同时并行执行。

HSADE 的优化流程概括在图 1 中，描述如下：

(1) 初始化算法参数，置代数 $k = 1$ ，使用中心采样方法和空间增量填充法为主的为实验设计方法 (design of experiments, DOE) 产生初代种群 P^k 作为设计起点，并为待构建响应面提供一个分布均匀的样本集；其中空间增量填充法旨在按顺序找到一系列

个体，其设计变量 x^* 满足如下特性

$$\min(\|x^* - x_i\|) = \max(\min(\|x - x_i\|))$$

其中 x_i 代表当前种群中各个体的设计变量；

(2) 将种群 P^k 按照差分进化的流程依次进行变异和交叉，产生试验种群 U^k ；使用 RBF 响应面拟合所有已计算点的数据，使用差分进化算法优化响应面参数以最小化拟合误差，使用差分进化算法在响应面上寻优，得到潜在最优个体集合 O^k ；利用空间增量填充法给出增加种群多样性的个体集合 D^k ；

(3) 并行评估 U^k, O^k 和 D^k 中各个体目标函数；

(4) 对 P^k 和 U^k 按照双败淘汰制执行选择操作并淘汰末位个体，得到获胜种群 $P^{k'}$ ；

(5) 令 $P^{k+1} = P^{k'} \cup O^k \cup D^k$ ，若未满足结束条件，令 $k = k + 1$ ，重新回到步骤 (2)。

优化流程中种群大小设为 N_p ，总优化代数数为 N_{gene} ，其余各主要参数都经自适应改造以提高算法通用性。

1.2 子算法介绍

1.2.1 差分进化

差分进化算法是一种将实数编码应用于连续空间优化的启发式算法，和遗传算法相似，它主要有

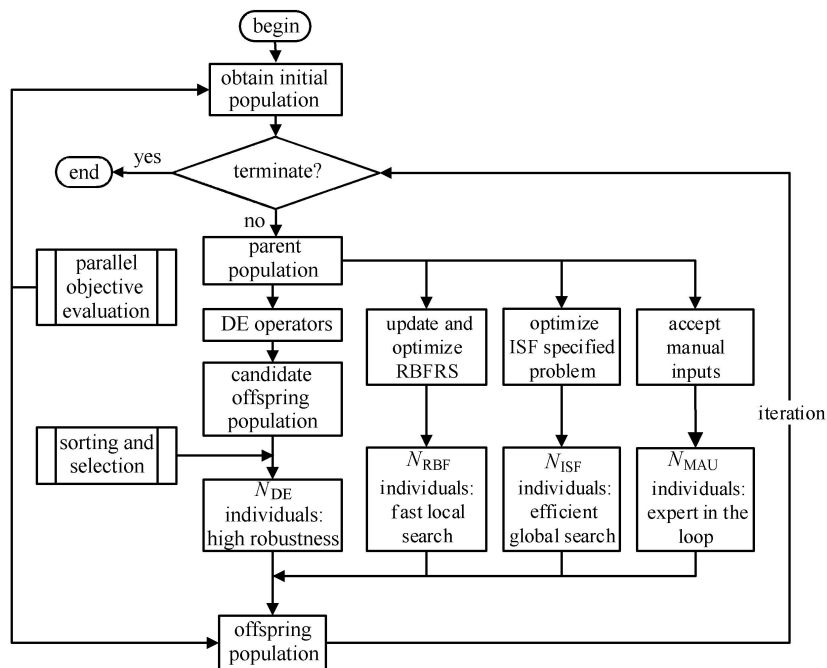


图 1 HSADE 优化流程图

Fig. 1 Optimization flow chart of HSADE

三个过程: 变异、交叉和选择. 为避免混淆, 将优化问题中一个设计变量 \mathbf{x}_i^k 和其对应的目标函数 y_i^k 组合起来统称为一个个体 $\mathbf{P}_i^k = \{\mathbf{x}_i^k, y_i^k\}$, 个体上标表示代数, 下标表示其在种群中的位置. 当代的种群记作 $\mathbf{P}^k = \{\mathbf{P}_1^k, \mathbf{P}_2^k, \dots, \mathbf{P}_{N_p}^k\}$, 目标函数对设计变量的映射记为 $y_i^k = f(\mathbf{x}_i^k)$. 按以上定义, 差分进化的过程可被简单归纳为以下步骤:

- (1) 读取参数, 置代数 $k = 1$, 初始化种群 \mathbf{P}^k ;
- (2) 令 \mathbf{P}^k 为父代种群, 对 \mathbf{P}^k 中的每一个个体 \mathbf{P}_i^k 执行 (3)~(5) 步;
- (3) 从当前种群中挑选 n 个基矢量, n 取决于变异方式

$$\mathbf{x}_{r_1}^k, \mathbf{x}_{r_2}^k, \dots, \mathbf{x}_{r_n}^k$$

基矢量的下标满足对任意互异的 $j, k \in [1, n]$ 有 $r_j \neq r_k$, 且 $r_j \neq r_i$. 对这些基矢量和 \mathbf{x}_i^k 进行变异操作, 产生变异矢量 \mathbf{v}_i^k . 从而生成对应父代个体 \mathbf{P}_i^k 的变异个体 $\mathbf{V}_i^k = \{\mathbf{v}_i^k, f(\mathbf{v}_i^k)\}$, 此时 $f(\mathbf{v}_i^k)$ 是未知的;

(4) 对变异个体 \mathbf{V}_i^k 和父代个体 \mathbf{P}_i^k 执行交叉操作, 生成对应的试验个体 $\mathbf{U}_i^k = \{\mathbf{u}_i^k, f(\mathbf{u}_i^k)\}$;

(5) 计算试验个体的目标函数 $f(\mathbf{u}_i^k)$, 对父代个体 \mathbf{P}_i^k 与试验个体 \mathbf{U}_i^k 进行选择操作, 择优保留进入子代种群的对应位置 \mathbf{P}_i^{k+1} ;

(6) 令 $k = k + 1$, 若满足结束条件, 输出最终种群相关信息, 否则回到步骤 (2).

以上步骤 (2)~(5) 的具体形式均有多种变体, 因此差分进化算法并不局限于单一的形式, 它可以用统一的记号描述: DE/X/Y/Z^[25]. X 表示变异过程中对基矢量的选择方式, 主要有 /rand/、/best/ 和 /target-to-best/ 三种; Y 表示参与变异的矢量个数; Z 表示交叉方式, 详细介绍见文献 [25]. HSADE 选用 /target-to-best/1 作为差分进化算的变异方式, 选用二项式交叉作为其交叉方式.

1.2.2 径向基函数响应面

径向基函数响应面是一种基于径向基函数的插值方法, 假设已获得一系列已知的采样点, (\mathbf{x}_i, y_i) ($i = 1, 2, \dots, N_S$), $\dim(\mathbf{x}_i) = N_x$, $\dim(y_i) = N_y$. 对于一个待评估点 (\mathbf{x}, y) , 在已知 \mathbf{x} 的情况下由下式给出 y 的估计值

$$y = \boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}) \cdot \boldsymbol{\lambda} \quad (1)$$

其中, $\boldsymbol{\lambda}$ 为大小为 $N_S \times N_y$ 的权重系数矩阵, $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})$ 为大小为 $1 \times N_S$ 的行向量, 它们分别按下式确定

$\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})$ 的元素为

$$\phi_i(\mathbf{x}) = \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{i1}\|) \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\Phi}^{-1} \cdot \mathbf{F} \quad (3)$$

$\boldsymbol{\Phi}$ 的元素为

$$\Phi_{ij} = \varphi(\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|) \quad (4)$$

\mathbf{F} 的元素为

$$F_{ij} = y_{ij}$$

式中, $\boldsymbol{\Phi}$ 和 \mathbf{F} 分别为基函数矩阵和目标函数矩阵, φ 为径向基函数, 其较为常用的类型被总结在表 1 中. HSADE 采用的基函数为逆多项式函数 (inverse multi-quadratic).

表 1 径向基函数类型

Table 1 Different types of radial basis functions

RBF type	Description	Annotation
Gauss	$\varphi(r) = e^{-r^2/c^2}$	$c \in \mathbb{R}, c \neq 0$
multiquadratic	$\varphi(r) = (r^2 + c^2)^n$	$c \in \mathbb{R}, c \neq 0, n \in \mathbb{R}^+$
inverse multiquadratic	$\varphi(r) = (r^2 + c^2)^{-n}$	$c \in \mathbb{R}, c \neq 0, n \in \mathbb{R}^+$

2 子算法的改进

在引入基本算法形成混合算法的同时, 本文也对基本算法分别提出了一些改进措施, 以提升算法效率.

2.1 对于差分进化的改进

2.1.1 基于双败淘汰制的选择算子

为进一步提高算法的整体效率, HSADE 采用一种称为双败淘汰赛的选择算子, 设每代的选择过程在父代种群 $\mathbf{P}^k = \{\mathbf{P}_1^k, \mathbf{P}_2^k, \dots, \mathbf{P}_{N_p}^k\}$ 和以父代种群生成的试验种群 $\mathbf{U}^k = \{\mathbf{U}_1^k, \mathbf{U}_2^k, \dots, \mathbf{U}_{N_p}^k\}$ 间进行, 且父代种群中各个体已按非占优排序方法^[22]和最近邻域距离进行了从最优到最劣的排序, 令 \mathbf{U}^k 中的个体与 \mathbf{P}^k 一一对应, 则选择流程如下:

(1) 在父代种群中抽取前 N_b 个个体, N_b 为预定义的正整数满足 $N_b < N_p$, 则子代种群的前 N_b 个个体 \mathbf{P}_i^{k+1} ($i = 1, 2, \dots, N_b$) 由 \mathbf{P}_i^k 和 \mathbf{U}_i^k 经基于种群环境的择优准则在 2.1.2 节详述) 竞争得出; 若 \mathbf{U}_i^k 负于 \mathbf{P}_i^k , 则将 \mathbf{U}_i^k 加入败者组 \mathbf{B} , 设 \mathbf{B} 的最终大小为 N_B ;

(2) 将 \mathbf{P}_i^k 和 \mathbf{U}_i^k ($i = N_b + 1, N_b + 2, \dots, N_S$) 以及集合 \mathbf{B} 组合成一个大小为 $2N_p - 2N_b + N_B$ 的混合组 \mathbf{C} ;

(3) 将混合组 C 由非占优排序方法和最近邻域距离进行排序, 选出最好的 $N_p - N_b$ 个个体, 并将其保留, 作为子代种群的后 $N_p - N_b$ 个个体 $P_i^{k+1} (i = N_b + 1, N_b + 2, \dots, N_p)$.

2.1.2 种群信息辅助的择优逻辑

在传统差分进化中, 择优在父代和子代种群的个体间一一进行, 这种策略存在可能淘汰潜在的较优个体的弊病. 一种典型的情况是, 当使用差分进化算法求解一个双目标最小化优化问题, 假设此时种群内正在进行个体 $A = \{x_A, y_A\}$ 和个体 $B = \{x_B, y_B\}$ 的竞争以选出胜者进入子代, 个体 A, B 和当代种群的 Pareto 前缘如图 2 所示.

在这种情况下, 因为个体 A 和 B 是 Pareto 互不占优的, 且个体 B 的拥挤程度优于 A (A 距离上游点更近), 因此传统的择优逻辑会倾向于保留 B 而淘汰 A . 但实际上个体 A 才是真正利于种群整体进化的, 因为它位于当前 Pareto 前缘下方, 能将其向前推进.

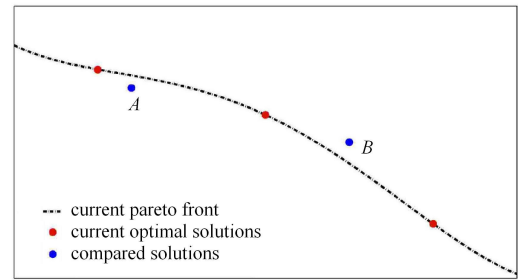


图 2 一种典型的择优情景

Fig. 2 A typical selection occasion

这是传统差分进化中择优逻辑存在的漏洞, 它忽略了竞争过程中种群环境的信息. 在择优过程中这种逻辑对个体的优劣判断仅以其竞争对手作为唯一参照, 这会导致潜在的判断失准. 对于这个问题, 本文采用一种如图 3 描述的择优逻辑, 称为种群信息辅助的择优逻辑, 在择优过程中种群内各个体信息会被引入择优决策过程以挑选出最利于种群进化的个体进入子代.

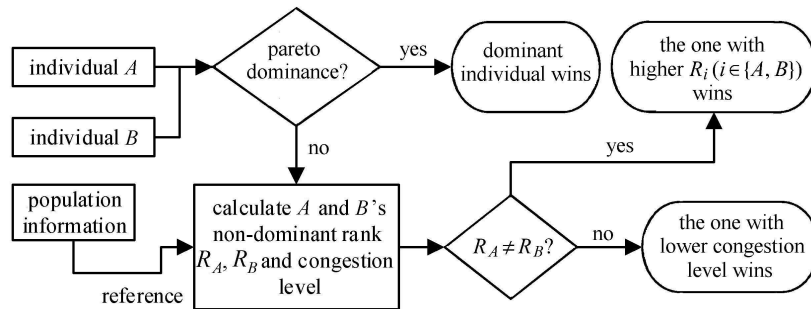


图 3 种群信息辅助的择优逻辑

Fig. 3 Population information enhanced selection logic

2.1.3 参数自适应策略

在基本差分进化算法中, 算法性能严重依赖于参数的选择 [28-29]. 为增强算法对问题的适应性, HSADE 中应用了一种简洁的参数自适应策略, 具体方法为: 在算法开始阶段, 遍历种群中所有个体, 为其分配一个独立的变异常数 F_i 和交叉概率因子 CR_i , 其中 i 为个体编号. 若在指定代数 N_c 内位于种群相同位置的个体在种群中的排名没有上升, 则按下式更新其算法参数

$$F_i = (F_{\text{best}} - F_i)R + F_i \quad (5)$$

$$CR_i = (CR_{\text{best}} - CR_i)R + CR_i \quad (6)$$

其中, 下标 best 表示在指定代数 N_c 内 Pareto 占优等

级上升最多的个体的参数, R 为 $[0,1]$ 内的随机数, 以上参数自适应逻辑是一个促使各个体参数逐渐向更适宜进化的参数靠近的过程.

2.2 对于径向基函数响应面的改进

2.2.1 响应面参数优化、误差的度量与快速估计

在优化进行的每一代中, HSADE 会对响应面的参数进行优化以最小化插值误差. 由于 RBF 响应面为完全插值, 且在昂贵气动优化问题中测试点是稀缺的, 本文采用文献 [30] 的交叉验证方法定义响应面误差以充分利用已计算数据, 避免响应面过拟合. 具体而言, 按式 (7) 定义误差矩阵 E

$$\mathbf{E} = (\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \dots, \mathbf{E}_{N_S})^T = \begin{bmatrix} E_{11} & \cdots & E_{1N_y} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ E_{N_S1} & \cdots & E_{N_S N_y} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{y}_i - \mathbf{S}^i(\mathbf{x}_i) \quad (8)$$

式中 $\mathbf{S}^i(\mathbf{x}_i)$ 为响应面在样本集合中去掉第 i 个个体时, 在设计变量为 \mathbf{x}_i 时给出的估计值。

如此定义的误差矩阵 \mathbf{E} 可按下式快速计算

$$E_{ij} = \frac{\lambda_{ij}}{X_{ii}} \quad (9)$$

式中 λ_{ij} 为权重矩阵的分量, $\mathbf{X} = \Phi^{-1}$, 其余定义见式(2)~式(4)。令 n_j 为第 j 个目标函数的归一化因子, 定义响应面拟合误差 e_{RS} 为

$$e_{RS} = \sum_{i=1}^{N_S} \sum_{j=1}^{N_y} |E_{ij}/n_j| \quad (10)$$

2.2.2 RBF 响应面参数重分配策略

本文提出了一种对 RBF 响应面参数进行重分配的策略。如上小节描述, 经典径向基函数响应面理论中, 多目标插值可以表示为

$$y_i(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{N_S} \lambda_{ij} \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|) \quad (11)$$

式中, 每个目标函数在插值时对应每个采样点的基函数 φ 都是相同的, 为一个统一预定义的径向基函数。由于采样点在设计变量空间的分布存在疏密不同的区域, 物理直观上, 这些区域中的采样点对应的基函数应该具有差异化的函数参数以体现采样点在空间的分布。

本文通过重分配响应面方法中对应于各样本点的径向基函数参数, 以适应不同区域样本点的疏密度, 达到提升插值精度的目的。以逆多项式函数为例, 具体操作如下:

(1) 对编号为 i 的采样点, 取 r_i 为设计变量空间中其他采样点与该采样点的最小欧氏距离, 用于描述其稀疏程度;

(2) 定义一系列差异化的径向基函数

$$\varphi_i(r) = (r^2 + c_i^2)^{-n} \quad (i = 1, 2, \dots, N_S)$$

其中 $c_i = k_S r_i$, k_S 为全局缩放因子, 原径向基函数响应面的待优化参数 c 被 k_S 取代;

(3) 重新定义插值公式和径向基函数矩阵

$$y_i(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{N_S} \lambda_{ij} \varphi_j(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|) \quad (12)$$

$$\Phi_{ij} = \varphi_i(\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|) \quad (13)$$

(4) 根据重新定义的径向基函数矩阵由式(3)求新的权重矩阵。

响应面参数经重分配后, 对应每个采样点的基函数参数都不相同, 具体效果见于下节的测试部分。

3 算法测试

本节将使用一些典型测试函数验证和评估 RBF 响应面的拟合精度和 HSADE 的综合优化效能。

3.1 响应面拟合精度验证

本节将基本 RBF 响应面, 经过 2.2.2 节参数重分配后的 RBF 响应面 (简称为 SRBF) 和 Kriging 响应面在一些典型测试函数^[31]上的拟合精度进行对比, 对于每个测试函数, 分别取 $N_S = 20, 40, 80, 120$ 个随机采样点, $N_T = 1600$ 个固定测试点。每种情况独立运行 80 次。使用平均归一化均方根误差作为 3 种方法拟合误差的评价指标, 定义为

$$e_{\text{NRMSE}} = \frac{1}{80} \sum_{k=1}^{80} \sqrt{\frac{1}{N_T N_y} \sum_{i=1}^{N_T} \sum_{j=1}^{N_y} (\hat{y}_{ij}^k - y_{ij}^k)^2} \quad (14)$$

式中, \hat{y}_{ij}^k 为拟合值, y_{ij}^k 为真实值, 均为归一化后的结果。上标 k 代表测试序号, 下标 ij 代表这是采样的第 i 个测试点的第 j 个目标函数。

每次测试中, 每种待测试响应面的参数均使用差分进化算法来最小化拟合误差, 以避免参数选取不当导致的对比失真, 对于 SRBF 和 RBF 两种方法优化过程的误差度量采取 2.2 节的定义。

测试结果总结在表 2 中, 可以看出:

(1) SRBF 在所有测试问题中的拟合精度较 RBF 明显提高;

(2) SRBF 在部分测试问题中的拟合精度超过了以精度见长的 Kriging 响应面, 并且这种拟合精度的优势随着采样点数目的增加越发明显。在采样点个数为 20 个时, SRBF 在 9 个测试问题中仅有 4 个优于 Kriging 响应面, 而当采样点数目逐步增加至 80 时, SRBF 在 8 个问题的测试结果都优于 Kriging 响应面。

可以看出本文提出的对 RBF 响应面改进措施是可靠有效的。

表 2 几种响应面插值精度验证

Table 2 Examination of interpolation error of different response surfaces

Term \ Problem	Sphere	Schwefel1.2	Rosenbrock	Rastrigin	Ackley	Griewank	ZDT1	ZDT2	ZDT3	
e_{NRMSE} ($N_S = 20$)	SRBF	1.343×10^{-1}	1.790×10^{-1}	2.239×10^{-1}	9.763×10^{-2}	1.149×10^{-2}	1.419×10^{-1}	3.934×10^{-2}	3.450×10^{-3}	1.770×10^{-1}
	RBF	1.649×10^{-1}	2.090×10^{-1}	2.628×10^{-1}	9.885×10^{-2}	1.371×10^{-2}	1.499×10^{-1}	4.035×10^{-2}	4.250×10^{-3}	2.150×10^{-1}
	Kriging	1.313×10^{-1}	1.736×10^{-1}	2.418×10^{-1}	8.461×10^{-2}	8.950×10^{-3}	1.451×10^{-1}	1.503×10^{-1}	1.513×10^{-1}	1.549×10^{-1}
e_{NRMSE} ($N_S = 40$)	SRBF	1.125×10^{-2}	1.832×10^{-1}	1.711×10^{-1}	8.509×10^{-2}	1.165×10^{-2}	1.166×10^{-2}	2.830×10^{-2}	2.472×10^{-3}	1.735×10^{-1}
	RBF	1.723×10^{-1}	2.118×10^{-1}	2.127×10^{-1}	1.071×10^{-1}	1.232×10^{-2}	1.455×10^{-1}	2.965×10^{-2}	1.661×10^{-3}	2.228×10^{-1}
	Kriging	1.375×10^{-1}	1.855×10^{-1}	2.428×10^{-1}	8.358×10^{-2}	8.170×10^{-3}	1.372×10^{-1}	9.657×10^{-2}	8.726×10^{-2}	9.012×10^{-2}
e_{NRMSE} ($N_S = 60$)	SRBF	7.500×10^{-4}	1.012×10^{-1}	9.256×10^{-2}	7.657×10^{-2}	6.608×10^{-3}	7.600×10^{-4}	2.423×10^{-2}	7.142×10^{-4}	1.716×10^{-1}
	RBF	1.031×10^{-1}	1.604×10^{-1}	1.737×10^{-1}	8.774×10^{-2}	8.410×10^{-3}	1.104×10^{-1}	2.568×10^{-2}	4.491×10^{-3}	1.959×10^{-1}
	Kriging	1.355×10^{-1}	1.433×10^{-1}	1.833×10^{-1}	8.409×10^{-2}	8.400×10^{-3}	1.303×10^{-1}	4.739×10^{-2}	5.587×10^{-2}	4.821×10^{-2}
e_{NRMSE} ($N_S = 80$)	SRBF	3.654×10^{-4}	9.857×10^{-2}	7.585×10^{-2}	7.562×10^{-2}	6.592×10^{-3}	3.557×10^{-4}	1.934×10^{-2}	5.834×10^{-4}	1.634×10^{-1}
	RBF	7.098×10^{-2}	1.238×10^{-1}	1.304×10^{-1}	7.924×10^{-2}	7.343×10^{-3}	7.498×10^{-2}	2.042×10^{-2}	4.708×10^{-3}	1.843×10^{-1}
	Kriging	1.282×10^{-1}	1.784×10^{-1}	2.394×10^{-1}	8.720×10^{-2}	8.348×10^{-3}	1.545×10^{-1}	5.509×10^{-2}	4.339×10^{-2}	1.018×10^{-1}

3.2 HSADE 优化效能验证

3.2.1 评价指标

(1) 世代距离 GD

世代距离表征了当前最优解集距理论最优解集的距离，是算法局部搜索效率的有效度量，按下式定义^[22]

$$GD = \sqrt{\frac{1}{N_{\text{pf}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{pf}}} d_i^2} \quad (15)$$

式中， N_{pf} 为当前优化结果最优解集中的解的数目， d_i 为该最优解集中第 i 个解在目标函数空间距理论最优解集的最小欧氏距离，世代距离越小越好。

(2) 超体积比 HVR

超体积比表征了当前算法搜索到的结果占整个搜索空间的比例，是算法全局寻优能力的一种度量，定义如下^[32]

$$HVR = \frac{HV}{HV^*} \quad (16)$$

其中 HV 表示当前算法搜索结果在目标函数空间所能覆盖的超体积，定义为

$$HV = \bigcup_{i=1}^{N_{\text{pf}}} HV_i \quad (17)$$

HV_i 为以其中第 i 个个体和该优化问题各目标函数的最劣值构成的个体为对角的在目标函数空间的超立方体的体积， HV^* 为理论最优解的超体积，超体积比越大越好。

3.2.2 HSADE 优化效能验证

本文选择 ZDT1-4, ZDT6, DTLZ1-4 和 DTLZ6 问

题^[22-23] 来验证 HSADE 的优化效能，作为对比参考的算法有 MOPSO^[34], NSGA-II(二进制编码) 和基本 DE。

考虑到对测试集不同特性的要求，ZDT1-3 问题的设计变量分别取 30 维和 80 维的版本，考察算法对高维问题的优化能力；ZDT4、ZDT6 和 DTLZ1-4、DTLZ6 问题测试其 10 变量、2 目标的情况，考察算法对复杂问题的优化能力，对于 ZDT4 问题，取其简化版本，令 $x_i \in [0, 1], i = 2, 3, \dots, 10$ ，其余参数范围不变。

参数设置方面，由于算法在不同问题中的表现依赖于参数选择，因此对于每种算法，本文应用多种参数组合以尽可能消除参数选择不当导致的性能衡量失真。对于 DE，变异交叉模式采用/rand/1/Bi，其参数选择两组：① $F = 0.5, CR = 0.2$ ；② $F = 0.5, CR = 0.7$ ；对于 NSGA-II，取其基因数恒定为 8，变异率取 4 个不同值：0.01, 0.02, 0.05, 0.10；交叉率恒定为 50%，交叉方式为二进制交叉。对于 MOPSO，令优化起始点随机生成，学习因子范围定为 [1.0, 2.0]，惯性权重取 3 个不同值，分别为 0.4, 0.6 和 0.8。

对于 HSADE，变异交叉模式采用/rand/1/target-to-best，自适应参数范围为 $F \in [0.1, 0.9], CR \in [0.1, 0.5]$ ， N_b 取为 16。每代中响应面给出 2 个个体，空间增量填充给出 1 个个体。

为保证公平性以及减少随机因素的影响，对于包括 HSADE 在内的每种算法采取随机初始化种群，对每个问题独立运行 10 次。每次优化过程每种算法共迭代 32 代，种群大小皆为 32，总共约 1024

次函数评价. 对于每次运行结果计算其世代距离和超体积比, 取 10 次运行结果的中位数进行比较.

表 3 和表 4 给出了各优化问题的比较结果.

由表 3 可以看出, 在世代距离表征的收敛性指标中, 除问题 DTLZ4 中 HSADE 劣于 NSGA-II, 其余问题中 HSADE 都显著好于其他算法.

表 3 几种算法在测试问题上的收敛性指标结果

Table 3 Convergence criteria of competing algorithms upon tested problems

	HSADE	Convergence criteria: GD_{Med}								
		NSGA-II setting(1)	NSGA-II setting(2)	NSGA-II setting(3)	NSGA-II setting(4)	MOPSO setting(1)	MOPSO setting(2)	MOPSO setting(3)	DE setting(1)	DE setting(2)
ZDT1_30D	0.073 71	0.412 7	0.591 7	0.832 3	1.225	0.929	0.450 7	0.264 3	10.52	1.252
ZDT1_80D	0.569	12.87	1.31	1.596	1.176	13.1	0.726 5	0.701 9	19.18	2.099
ZDT2_30D	0.025 84	0.702 8	0.743	1.124	1.681	0.314 1	0.612 4	0.209 5	1.235	1.603
ZDT2_80D	0.172 3	1.639	1.68	2.207	2.712	0.887 9	0.242 2	0.184 2	2.295	2.628
ZDT3_30D	0.117 6	0.537 6	0.666 9	0.942 1	1.246	0.249 6	0.179 7	0.119 4	0.851 9	0.994 8
ZDT3_80D	0.866 4	1.287	1.485	1.765	1.921	5.829	0.254 2	0.190 1	1.594	1.947
ZDT4_10D	0.007 307	2.261	2.708	6.361	17.15	3.87	4.391	2.561	2.748	2.066
ZDD6_10D	0.030 68	2.826	3.028	3.703	4.514	2.523	3.405	2.246	3.726	4.261
DTLZ1	65.94	109.6	109.8	141	184.1	90.83	94.33	98.32	70.18	74.46
DTLZ2	0.029 73	0.064 47	0.052 41	0.107 6	0.177	0.014 12	0.015 56	0.015 82	0.068 34	0.173 5
DTLZ3	146.6	228.1	265.3	292.6	406.8	275.7	228.6	187.5	152.9	165.3
DTLZ4	0.015 42	0.017 25	0.015 52	0.042 48	0.137 9	0.147 8	0.328 2	0.257 5	0.055 79	0.173 4
DTLZ6	0.000 155	3.477	4.239	5.061	5.823	3.385	2.899	2.51	1.156	1.185

表 4 几种算法在测试问题上的分布性指标结果

Table 4 Distribution criteria of competing algorithms upon tested problems

	HSADE	Distribution criteria: HVR_{Med}								
		NSGA-II setting(1)	NSGA-II setting(2)	NSGA-II setting(3)	NSGA-II setting(4)	MOPSO setting(1)	MOPSO setting(2)	MOPSO setting(3)	DE setting(1)	DE setting(2)
ZDT1_30D	0.988 1	0.929 8	0.926 4	0.899 5	0.856 3	0.894 2	0.931 4	0.964 2	0.871 3	0.846 4
ZDT1_80D	0.919 4	0.837 7	0.835 9	0.807 3	0.853 1	0.828 9	0.900 2	0.907 7	0.779 2	0.751 4
ZDT2_30D	0.994 6	0.911 2	0.894 7	0.859 3	0.794 4	0.930 7	0.964 4	0.959 3	0.842 5	0.808 0
ZDT2_80D	0.971 6	0.801 7	0.790 2	0.739 2	0.687 1	0.869 3	0.938 4	0.944 6	0.725 0	0.685 0
ZDT3_30D	0.971 7	0.907 8	0.906 2	0.878 2	0.841 1	0.930 9	0.952 7	0.965 9	0.873 5	0.845 1
ZDT3_80D	0.871 8	0.818 1	0.814 3	0.784 0	0.757 3	0.901 8	0.943 4	0.953 9	0.780 7	0.751 3
ZDT4_10D	0.999 9	0.990 6	0.990 1	0.978 6	0.952 7	0.983 9	0.981 4	0.988 6	0.991 5	0.991 3
ZDD6_10D	0.994 0	0.668 3	0.639 1	0.570 7	0.484 1	0.706 3	0.621 4	0.985 3	0.605 0	0.567 9
DTLZ1	0.990 7	0.976 5	0.987 6	0.971 4	0.951 4	0.986 5	0.987 0	0.989 4	0.989 7	0.988 0
DTLZ2	0.993 6	0.986 6	0.987 3	0.978 0	0.964 7	0.995 7	0.996 0	0.996 1	0.983 7	0.963 0
DTLZ3	0.990 9	0.982 3	0.979 3	0.969 8	0.959 1	0.980 9	0.978 7	0.988 6	0.989 7	0.988 6
DTLZ4	0.976 7	0.622 2	0.621 0	0.613 4	0.584 8	0.780 1	0.853 9	0.902 1	0.919 3	0.861 6
DTLZ6	0.999 9	0.853 6	0.816 9	0.722 3	0.652 0	0.860 3	0.885 0	0.933 2	0.974 4	0.977 9

由表 4 可以看出, 在超体积比表征的分布性指标中, HSADE 除了在 80 维 ZDT3 问题中劣于 MOPSO, 其余都优于其他算法.

从结果的比较可以看出, 引入的 RBF 响应面方法可以有效地提高算法的局部寻优能力, 同时 HSADE 的混合结构也让其保留了较强的多样性保持能力, 其综合优化能力较未经改良的 DE 有明显

提高.

4 应用验证

为进一步验证 HSADE 在实际气动优化问题中的表现, 本节展示应用 HSADE, NARSGA^[21] (一种基于 NSGA-II 和 Kriging 响应面的混合算法) 和传统差分进化算法解决两个典型气动优化问题的实际效

果.

4.1 翼型优化

翼型优化是气动优化领域中较为基本和具有代表性的问题. 本节展示应用以上 3 种算法对一个 10% 厚度的二维翼型在 $Ma = 0.72$ 和 $Ma = 0.75$ 两种工作状态进行减阻的具体效果.

优化问题中, 翼型上下表面各设 7 个控制点, 由 CST (class shape function transformation) [35] 曲线拟合

生成. 优化问题的详细描述总结于表 5, 其中 C_{d1} 和 C_{m1} 表示 $Ma = 0.72$ 工况下的翼型阻力系数和力矩系数, C_{d2} 表示 $Ma = 0.75$ 工况下的翼型阻力系数, R 为翼型前缘半径. 优化起点选定 10% 厚度的 RAE2822 等一系列翼型, 如图 4(a) 所示, 其中 Ref1-2 为从课题组翼型库中选取的层流翼型. 初始种群中, 除手动输入的优化起点外, 其余个体由 1.1 节所述的实验设计方法进行采样得到.

表 5 翼型优化问题的优化变量、目标和约束

Table 5 Variables, targets and constraints of the airfoil optimization problem

Upper surface control points	Range	Lower surface control points	Range	Optimization target	Constraints
U_1	[0.08,0.18]	L_1	[-0.18, -0.08]		
U_2	[0.08,0.20]	L_2	[-0.16, -0.04]	C_{d1}	$C_{d1} < 0.009$
U_3	[0.08,0.22]	L_3	[-0.22, -0.12]	(minimize)	$C_{d2} < 0.0094$
U_4	[0.12,0.27]	L_4	[-0.30, -0.18]	C_{d2}	$C_{m1} > -0.10$
U_5	[0.08,0.22]	L_5	[-0.14, 0.00]	(minimize)	$R > 0.10$
U_6	[0.05,0.16]	L_6	[-0.11, 0.05]		
U_7	[0.10,0.19]	L_7	[-0.02, 0.10]		

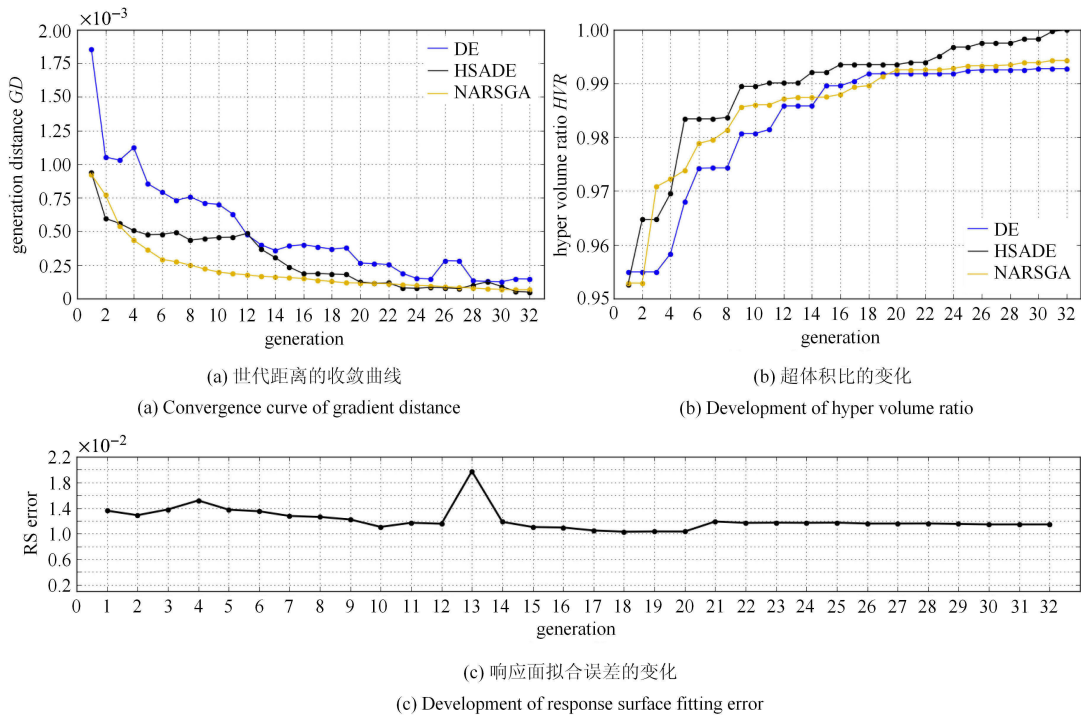


图 4 优化进程

Fig. 4 Optimization progress

CFD 计算采取定升力系数 0.30, 起始攻角 1.5° , 雷诺数取为 1.50×10^7 , 马赫数取为 0.72 和 0.75. 湍流模式为两方程 SST, 离散格式为 Roe 格式, 网格数

约为 3 万, CFD 计算使用 NSAWET 程序 [36-37]. 算法参数设置为:

(1) 对于 HSADE, CR 定为 0.2, F 范围为

[0.1,0.9], 每代由 DE 给出个体 29 个, ISF 给出 1 个, RBF 响应面给出 2 个, N_b 为 16;

(2) 对于 DE, CR 定为 0.2, F 为 0.5, 其余设置等同于 HSADE;

(3) 对于 NARSGA, 取文献中默认参数.

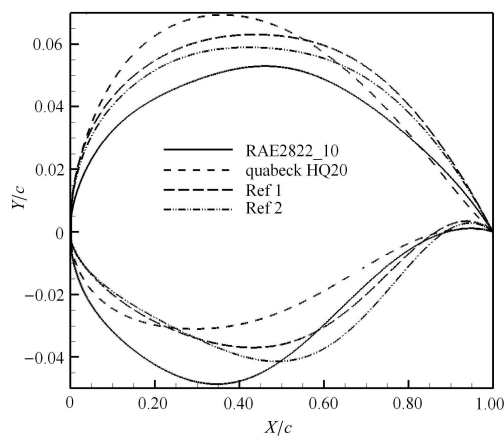
每种算法优化总代数设为 32 代, 种群大小皆为 32, 排除重复个体后各方法皆各进行了约 1000 次目标函数评估. 3 种算法优化过程中的世代距离收敛曲线, 超体积比和响应面误差变化见图 4, 计算世代距离的参考最优解集取 3 种算法解集集合的非占优解.

3 种算法优化得到的最优翼型与优化起点各翼型的几何外形对比见图 5(b)~图 5(d) 中, 每种算法在 2 种工况下的最小阻力个体表面压力分布对比见图 6, 图中 c 代表弦长. 3 种算法得到的 Pareto 前缘和优化起点中的最优性能翼型的对比见图 7, 3 种方法

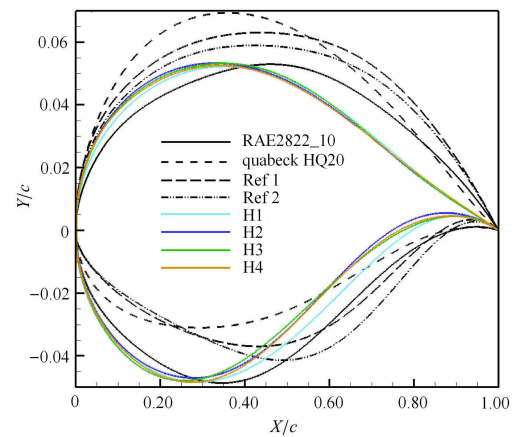
得出的两种工况阻力最小值 (图中标注为 $\min C_{d1}$ 和 $\min C_{d2}$) 和 Pareto 前缘中点个体 (图中标注为 middle) 的性能和对比优化起点的优化量见表 6, 从优化结果可以看出:

(1) 从图 4 的优化过程看, HSADE 的世代距离收敛速度明显强于未经改良的 DE, 在末端虽然存在振荡, 但在优化末期仍保持对于 NARSGA 的轻微优势; 在超体积比发展上, HSADE 在整个优化过程中都明显领先于 NARSGA 和 DE, 显示出 HSADE 具有对目标函数空间更强的探索能力. 另外在优化过程中 HSADE 的响应面的精度经校核处于较小的范围内, 满足使用标准.

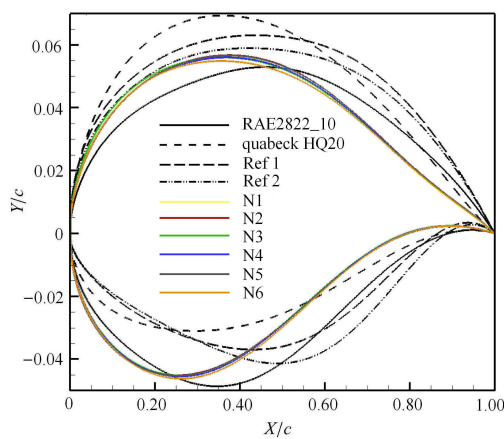
(2) 从图 5 看, 在约束了升力的情况下, 优化得出的最优翼型中, HSADE 的结果在翼型下表面存在



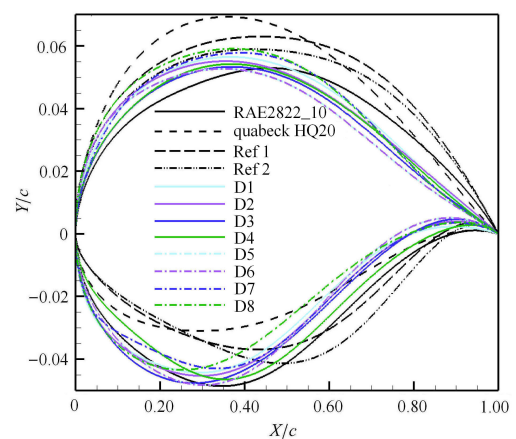
(a) 初始翼型
(a) Initial airfoils



(b) HSADE 优化得到的最优翼型
(b) Optimum shapes obtained by HSADE



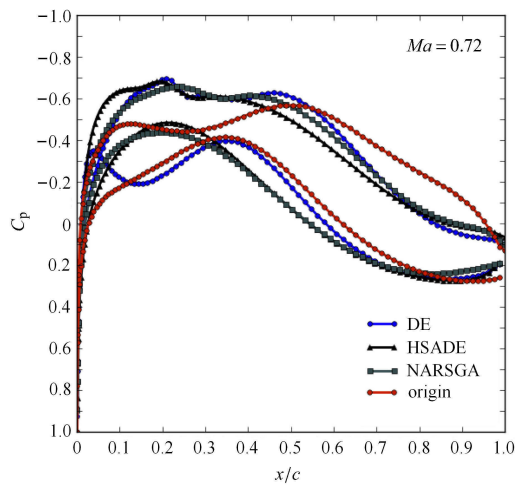
(c) NARSGA 优化得到的最优翼型
(c) Optimum shapes obtained by NARSGA



(d) DE 优化得到的最优翼型
(d) Optimum shapes obtained by DE

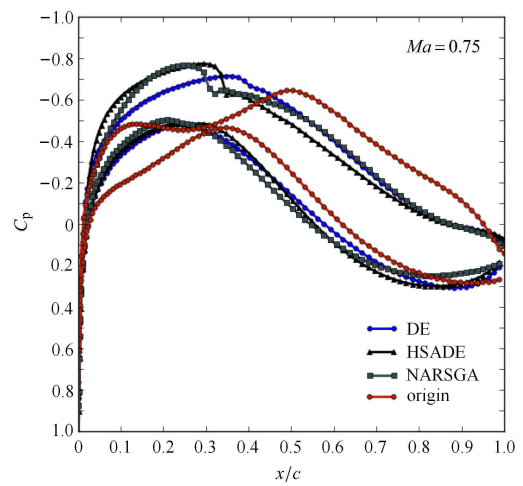
图 5 初始外形和 3 种算法得到的外形

Fig. 5 Shapes of initial airfoil and optimal airfoils obtained by optimizers



(a) 最小 $C_{d0.72}$ 个体压力分布对比

(a) C_p distribution of individuals with minimum $C_{d0.72}$ obtained by optimizers



(b) 最小 $C_{d0.75}$ 个体压力分布对比

(b) C_p distribution of individuals with minimum $C_{d0.75}$ obtained by optimizers

图 6 最优翼型表面压力分布形态

Fig. 6 Surface pressure distribution of optimal airfoils

更大的差异性, 表明了 HSADE 能够在优化过程中很好地保持种群的多样性, 使优化进程不易发生停滞或早熟收敛。

(3) 从表 6 和图 7 中看, HSADE 得到的翼型在两个工况的阻力指标下都明显优于 DE 和 NARSGA, 在接近的 CFD 模拟次数下阻力优化量比另两种算法领先达 0.5 count, HSADE 得到的 Pareto 前缘明显优于另外两种方法。

(4) 从压力分布上看, 在两个工况下, 在翼型前缘, 和初始翼型压力分布相比 3 种算法得到的阻力最小个体的逆压梯度区有所缩小或完全消除; DE 的结果在 $Ma = 0.72$ 工况下在下表面出现了二次加速的现象; $Ma = 0.75$ 工况下, 在翼型前缘 HSADE 和 NARSGA 的结果出现了一道微弱的激波, 但它们在最大厚度前的压力分布较初始翼型更显合理, 较大地减小了形阻和总阻力; 两种工况下 HSADE 的结果压力恢复最为平稳, 显示出较小的分离可能; 综合来

讲, 该问题中 HSADE 和 NARSGA 的结果在压力分布上表现更好, 相较于初始压力分布也有明显的改善。

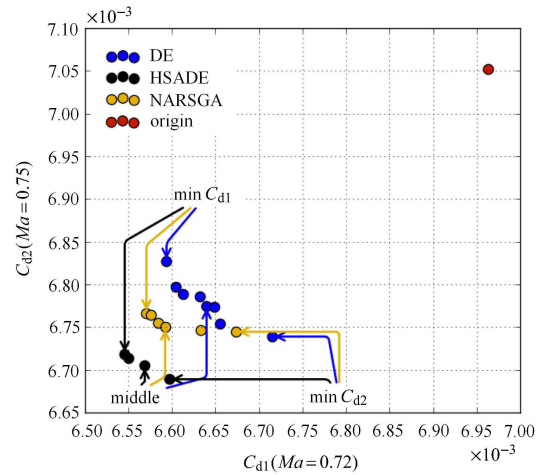


图 7 3 种算法的 Pareto 前缘对比

Fig. 7 Comparisons of Pareto fronts obtained by HSADE, NARSGA and DE

表 6 3 种算法得到的最优翼型的性能参数和优化量

Table 6 Performance and optimization measurement of the optimal airfoils obtained by optimizers

Individual	HSADE				NARSGA				DE			
	C_{d1}	$\Delta/\%$	C_{d2}	$\Delta/\%$	C_{d1}	$\Delta/\%$	C_{d2}	$\Delta/\%$	C_{d1}	$\Delta/\%$	C_{d2}	$\Delta/\%$
min C_{d1}	6.546×10^{-3}	-5.99%	6.718×10^{-3}	-4.74%	6.571×10^{-3}	-5.63%	6.767×10^{-3}	-4.04%	6.594×10^{-3}	-5.30%	6.827×10^{-3}	-3.19%
min C_{d2}	6.597×10^{-3}	-5.26%	6.689×10^{-3}	-5.15%	6.673×10^{-3}	-4.16%	6.745×10^{-3}	-4.35%	6.715×10^{-3}	-3.56%	6.739×10^{-3}	-4.44%
middle	6.569×10^{-3}	-5.66%	6.705×10^{-3}	-4.92%	6.592×10^{-3}	-5.33%	6.750×10^{-3}	-4.28%	6.640×10^{-3}	-4.64%	6.775×10^{-3}	-3.93%

4.2 二维超声速喷管膨胀面优化

本小节展示使用以上 3 种算法对一个用于超声速推进系统的单斜面膨胀喷管 (single expansion ramp nozzle, SERN) 进行优化并对比其效果. 在这个问题中, 初始种群的产生依靠算法自身的采样方法进行.

图 8 展示了 3 种算法在优化过程中的世代距离收敛曲线, 超体积比变化和 HSADE 的响应面误差

变化, 计算世代距离使用的参考解集仍取合并 3 种算法最优解集中的非占优部分. 喷管构型参考文献 [38]. 通过 5 个控制点使用 NURBS (non-uniform rational B-spline) 曲线拟合得到喷管上膨胀面的构型, 下挡板 (长度固定) 的倾斜角可控, 该构型见图 9(a). 喷管进口高度 $H_0 = 0.5657\text{ m}$, 出口高度 $H_6 = 2.4\text{ m}$, 长度 $L_t = 3.294\text{ m}$, 下挡板长度 $L_p = 0.7\text{ m}$.

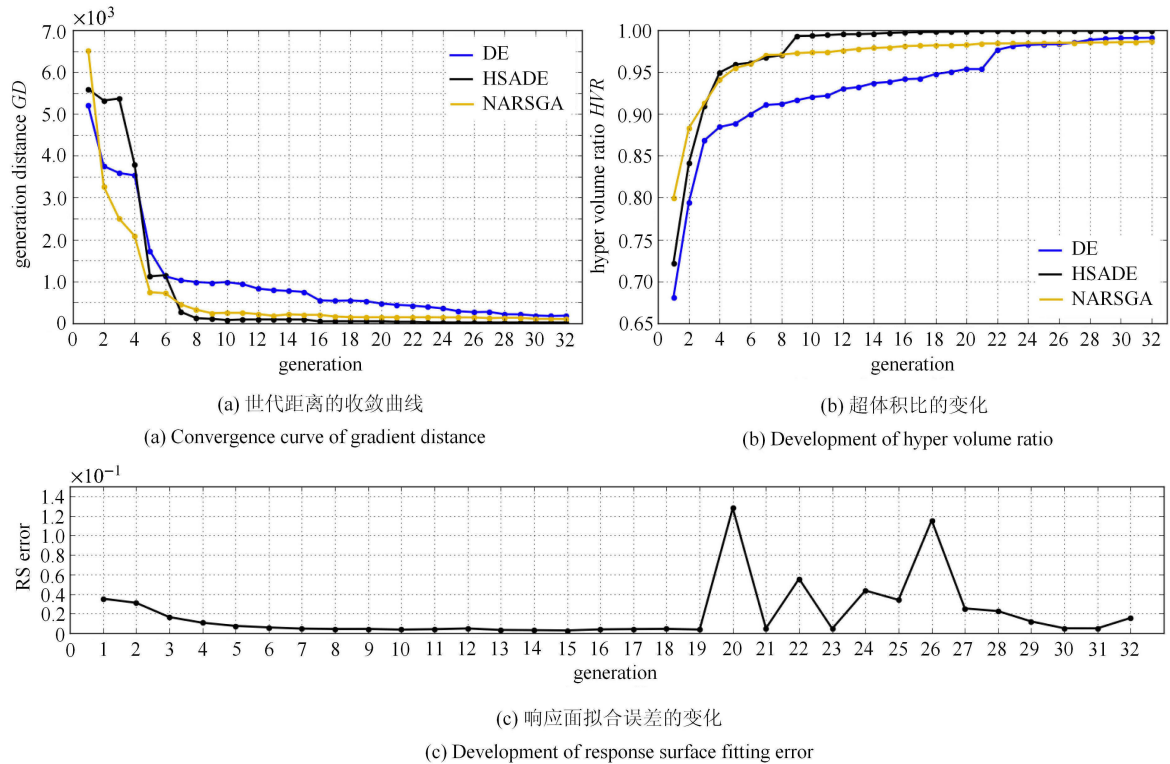


图 8 优化进程

Fig. 8 Optimization progress

设计变量为 5 个控制点的归一化高度 C_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5$), 下挡板倾斜角 α . H_i 由 C_i 表示为 $H_i = H_0 + C_i(H_6 - H_0)$, 各设计变量的范围和起始个体 A 的参数由表 7 给出.

表 7 喷管设计变量范围

Table 7 Variable ranges of the nozzle design

Term	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	$\alpha/(^\circ)$
lower	0.00	0.12	0.35	0.66	0.90	0
upper	0.12	0.35	0.66	0.90	1.00	4.0

喷管来流马赫数为 4.0, 来流静温 2221.6 K, 来流静压 2516.6 Pa, 喷管入口马赫数 1.011, 喷管入口总温和总压分别为 $T_0 = 1673.6\text{ K}$ 和 $p_0 = 144\ 645\text{ Pa}$, 湍流模式为两方程 SST, 离散格式为 Roe

格式, 网格总量约为 9 万.

优化目标分别为推力 T 和俯仰力矩 M , 均要求最大化. 每种算法进化总代数皆为 32 代, 种群大小皆为 32, 对于每种算法, 均计算了约 1000 个有效个体, 算法参数设置和 4.1 节完全相同.

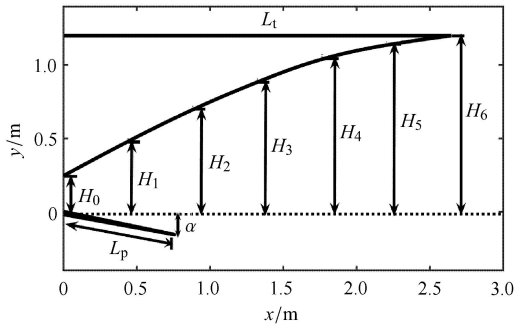
图 9 (b) ~ 图 9(d) 展示了 3 种算法优化结果中 3 个比较有的代表性个体 —— 推力最大个体 (标记为 $\max T$)、力矩最大个体 (标记为 $\max M$) 和位于 Pareto 前缘的中点位置个体 (标记为 middle) 的膨胀面形状. 图 10 为 3 种算法得到的 Pareto 前缘, 表 7 总结了 3 种算法得出的代表性个体的相关性能参数.

从优化结果可以得到如下结论:

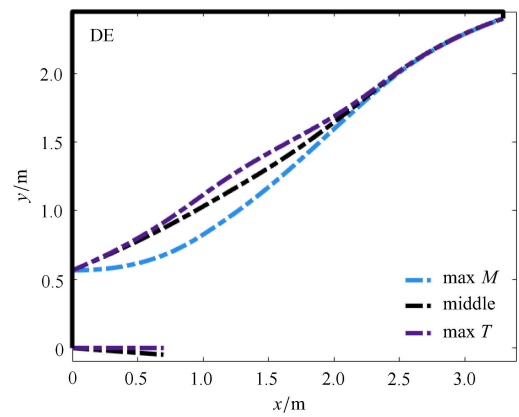
(1) 从图 8 看, 在优化过程中 HSADE 的世代距离和超体积比皆明显领先于 HSADE 和 DE, 且 HSADE

的响应面误差尽管在优化后期存在波动，仍然保持在可以接受的范围内。

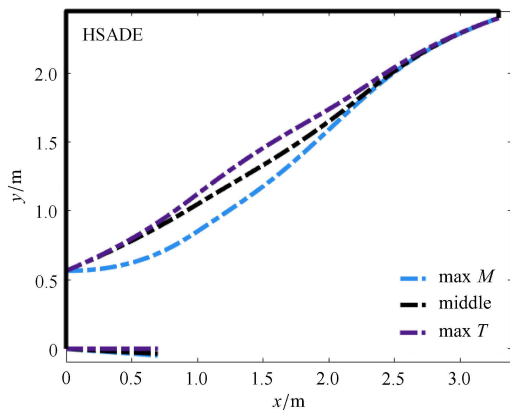
(2) 从图 9 看，从推力最大过渡到力矩最大，



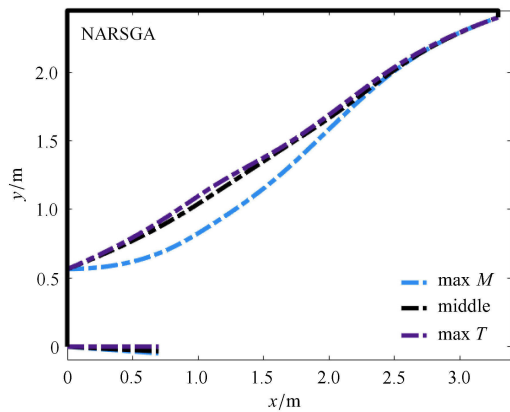
(a) 喷管设计构型
(a) Nozzle concept



(d) DE 得到的代表性个体型面
(d) Representative shapes obtained by DE



(b) HSADE 得到的代表性个体型面
(b) Representative shapes obtained by HSADE



(c) NARSGA 得到的代表性个体型面
(c) Representative shapes obtained by NARSGA

图 9 喷管构型与 3 种算法获得的代表性个体外形

Fig. 9 Nozzle concepts and representative optimal shapes obtained by HSADE, NARSGA and DE

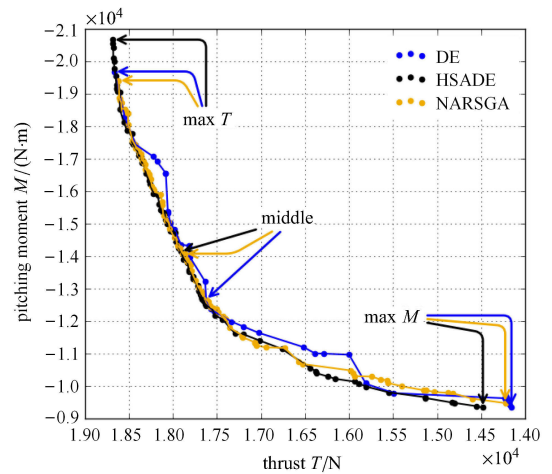


图 10 3 种算法的 Pareto 前缘

Fig. 10 Pareto fronts obtained by HSADE, NARSGA and DE

3 种方法得出的喷管型面变化趋势是一致的，同时 HSADE 和 DE 的结果中 3 种型面差异更大，可能表征了这两种方法具有更强的多样性保持能力。

(3) 从图 10 和表 8 看，HSADE 得到的最优解集最大推力和最大力矩均优于其余两种算法，且 HSADE 得到的 Pareto 前缘相较于另外两种方法也更加靠前；NARSGA 得到的 Pareto 前缘和 DE 互有交叉，但其前缘个体更充足，整体上略优于 DE。

表 8 3 种算法得到的代表个体的性能参数

Table 8 Performance of representative optimal shapes obtained by HSADE, NARSGA and DE

Individual	HSADE		NARSGA		DE	
	T/N	$M/(N \cdot m)$	T/N	$M/(N \cdot m)$	T/N	$M/(N \cdot m)$
max M	14 479.2	-9 339.6	14 225.7	-9 476.1	14 155.2	-9 347.5
max T	18 679.1	-20 666.7	18 613.7	-19 412.5	18 662.4	-19 686.8
middle	17 907.9	-14 145.3	17 865.5	-14 076.5	17 620.9	-12 660.7

5 结论

提出了一种混合优化策略, 基于差分进化和 RBF 响应面形成了一种混合优化算法. 并引入双败淘汰选择算子, 参数自适应等加以进一步改进. 大量测试表明: 差分进化与径向基函数响应面的组合给出了一种可靠且实用的优化方法. 能够在保持全局寻优能力的前提下在相近的总函数评估次数下达到更好的优化结果, 对昂贵优化问题十分适用; 与以往的混合优化算法相比, 本文的算法在全局寻优能力和局部搜索能力均有明显提高.

参 考 文 献

- Cheung S, Aaronson P, Edwards T. CFD optimization of a theoretical minimum-drag body. *Journal of Aircraft*, 2015, 32 (1): 193-198
- 卢文书, 王帅培, 马元春. 基于 CFD/CSD 与 Kriging 插值模型的大展弦比复合材料机翼静气动弹性优化设计. *应用力学学报*, 2015, 32(4): 581-585 (Lu Wenshu, Wang Shuaipai, Ma Yuanchun. Static aeroelastic optimization of a high-aspect-ratio composite wing based on CFD/CSD and Kriging model. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2015, 32 (4): 581-585(in Chinese))
- Cazacu R, Grama L. Steel truss optimization using genetic algorithms and FEA. *Procedia Technology*, 2014, 12: 339-346
- Jones DR, Schonlau M, Welch WJ. Efficient global optimization of expensive black-box functions. *Journal of Global Optimization*, 1998, 13 (4): 455-492
- Su GS. Gaussian process assisted differential evolution algorithm for computationally expensive optimization problems//Bilof R ed. Pacific-Asia Workshop on Computational Intelligence and Industrial Application, PACIIA '08, Wuhan, 2008. Los Alamitos: IEEE, 2008. 272-276
- Tabatabaei SME, Kadkhodaie-Ilkhchi A, Hosseini Z, et al. A hybrid stochastic-gradient optimization to estimating total organic carbon from petrophysical data: a case study from the Ahwaz Oilfield, SW Iran. *Journal of Petroleum Science & Engineering*, 2015, 127 (1): 35-43
- 孙美建, 詹浩. Kriging 模型在机翼气动外形优化中的应用. *空气动力学学报*, 2011, 29 (6): 759-764 (Sun Meijian, Zhan Hao. Application of Kriging surrogate model for aerodynamic shape optimization of wing. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2011, 29 (6): 759-764(in Chinese))
- Huang D, Allen TT, Notz WI, et al. Global optimization of stochastic black-box systems via sequential kriging meta-models. *Journal of Global Optimization*, 2006, 34 (3): 441-466
- Singh HK, Isaacs A, Ray T. A hybrid surrogate based algorithm (HSBA) to solve computationally expensive optimization problems. *Evolutionary Computation*, 2014: 1069-1075
- Elsayed SM, Ray T, Sarker RA. A surrogate-assisted differential evolution algorithm with dynamic parameters selection for solving expensive optimization problems. *Evolutionary Computation*, 2014: 1062-1068
- Liu B, Zhang QF, Gielen GGE. A Gaussian process surrogate model assisted evolutionary algorithm for medium scale expensive optimization problems. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2014, 18(2): 180-192
- Antunes AP, Azevedo JLF. Studies in aerodynamic optimization based on genetic algorithms. *Journal of Aircraft*, 2014, 51 (3): 1002-1012
- Nam T, Chakraborty I, Gross J, et al. Multidisciplinary design optimization of a truss-braced wing concept//14th AIAA Aviation Technology, Integration, and Operations Conference, Atlanta, 2014. Reston: AIAA, 2014
- Gibertini G. Aerodynamic shape optimisation of a propeller and its validation by means of CFD and experiments. *Aeronautical Journal*, 2015, 119(1120): 1223-1251
- Han ZH, Zimmerman R, Görtz S. Alternative cokriging method for variable-fidelity surrogate modeling. *AIAA Journal*, 2012, 50(5): 1205-1210
- Han ZH, Görtz S. Hierarchical Kriging model for variable-fidelity surrogate modeling. *AIAA Journal*, 2012, 50(9): 1885-1896
- Zingg DW, Nemec M, Pulliam TH. A comparative evaluation of genetic and gradient-based algorithms applied to aerodynamic optimization. *European Journal of Computational Mechanics*, 2008, 17(1-2): 103-126
- Carrier G, Destarac D, Dumont A, et al. Gradient-based aerodynamic optimization with the elsA software//52nd Aerospace Sciences Meeting. 2014, 10: 6.2014-0568
- 白俊强, 王波, 孙智伟等. 基于松散式代理模型管理框架的亚音速机翼优化设计方法研究. *西北工业大学学报*, 2011, 29(4): 515-519 (Bai Junqiang, Wang Bo, Sun Zhiwei, et al. Developing optimization design of subsonic wing with loose type of agent model. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2011, 29 (4): 515-519(in Chinese))
- Kim HJ, Liou MS. Aerodynamic optimization using a hybrid moga-local search method//51st AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference 18th AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Conference 12th, 2010: 2911

- 21 倪昂修, 张宇飞, 陈海昕. NSGA- II 算法的改进及其在多段翼型缝道参数优化中的应用. *空气动力学学报*, 2014, 32(2): 252-257 (Ni Angxiu, Zhang Yufei, Chen Haixin. An Improvement to NSGA-II algorithm and its application in optimization design of multi-element airfoil. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2014, 32(2): 252-257(in Chinese))
- 22 Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2): 182-197
- 23 公茂果, 焦李成, 杨咚咚等. 进化多目标优化算法研究. *软件学报*, 2009, 20 (2): 271-289(Gong Maoguo, Jiao Licheng, Yang Dongdong, et al. Research on evolutionary multi-objective optimization algorithms. *Journal of Software*, 2009, 20(20): 271-289(in Chinese))
- 24 Zitzler E, Laumanns M, Thiele L. SPEA2: improving the strength pareto evolutionary algorithm. *Eurogen*, 2001, 3242(103): 95-100
- 25 Storn R, Price K. Differential evolution: a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, 1995, 23(4): 341-359
- 26 Park J, Sandberg IW. Universal approximation using radial-basis-function networks. *Neural Computation*, 1991, 3 (2): 246-257
- 27 穆雪峰, 姚卫星, 余雄庆等. 多学科设计优化中常用代理模型的研究. *计算力学学报*, 2005, 22(5): 608-612(Mu Xuefeng, Yao Weixing, Yu Xiongqing, et al. A survey of surrogate models used in MDO. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2005, 22(5): 608-612(in Chinese))
- 28 Wang L, Huang FZ. Parameter analysis based on stochastic model for differential evolution algorithm. *Applied Mathematics & Computation*, 2010, 217(7): 3263-3273
- 29 Brest J, Greiner S, Boskovic B, et al. Self-adapting control parameters in differential evolution: a comparative study on numerical benchmark problems. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2007, 10(6): 646-657
- 30 Rippa S. An Algorithm for selecting a good value for the parameter c in radial basis function interpolation. *Advances in Computational Mathematics*, 1999, 11(2): 193-210
- 31 吴亮红. 动态差分进化算法及其应用. 北京: 科学出版社, 2014: 190-220 (Wu Lianghong. *Dynamic Differential Evolution and its Application*. Beijing: Science Press, 2014: 190-220(in Chinese))
- 32 Nebro AJ, Luna F, Alba E, et al. Abyss: adapting scatter search to multiobjective optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2008, 12(4): 439-457
- 33 Deb K, Thiele L, Laumanns M, et al. Scalable test problems for evolutionary multiobjective optimization//Abraham A, Jain L, Goldberg R eds. *Evolutionary Multiobjective Optimization*. London: Springer London, 2005. 105-145
- 34 Coello CAC, Lechuga MS. MOPSO: a proposal for multiple objective particle swarm optimization//Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation, CEC '02, Honolulu, Hawaii, 2002. Los Alamitos: IEEE, 2002. 2: 1051-1056
- 35 Kulfan BM, Bussoletti JE. Fundamental parametric geometry representations for aircraft component shapes//11th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, Portsmouth, Virginia, 2006. Reston: AIAA, 2006. 6948
- 36 Chen HX, Fu S, Li FW. Navier-Stokes simulations for transport aircraft wing/body high-lift configurations. *Journal of Aircraft*, 2003, 40 (5): 883-890
- 37 Zhang YF, Chen HX, Fu S. Improvement to patched grid technique with high-order conservative remapping method. *Journal of Aircraft*, 2012, 48(3): 884-893
- 38 陈兵, 徐旭, 蔡国飙. 二维超燃冲压发动机尾喷管优化设计. *推进技术*, 2002, 23(5): 433-437(Chen Bing, Xu Xu, Cai Guobiao. Optimization design of two dimensional scramjet nozzle based on N-S equations. *Journal of Propulsion Technology*, 2002, 23(5): 433-437(in Chinese))