

循环球变比转向器螺母变比齿廓数值建模与加工方法

牛子孺¹, 辛振波¹, 李刚炎², 涂 鸣³, 赵新学⁴, 李 扬¹, 汪力衡¹, 王建福¹

(1. 山东农业大学 机械与电子工程学院, 山东 泰安 271018; 2. 武汉理工大学 机械与电子工程学院, 湖北 武汉 430070;
3. 华中农业大学 工学院, 湖北 武汉 430070; 4. 滨州学院 机电工程学院, 山东 滨州 256603)

摘 要:循环球变比转向器中具有变化传动比齿廓的螺母是实现变比转向的关键部件, 螺母变比齿廓为与之啮合的齿轮渐开线齿廓按照变比传动关系包络运动后形成的包络面, 因包络过程较为特殊, 导致了其建模困难, 由此阻碍了变比齿廓数控加工的实现。作者研究一种面向数控加工的变比齿廓数值建模方法, 实现变比齿廓的数控端铣加工。该方法将转向器变比齿扇螺母副中的渐开线齿扇, 看作无数无限接近且垂直于其轴线的平面与其截交后截交线的集合, 与螺母齿条变比齿廓相交且平行于螺母齿条长度方向的计算直线, 随螺母变比传动, 与对应截交线渐开线齿廓的交点中, 长度值取得极值的点为变比齿廓点。建立了变比齿廓求解数学模型, 开发了求解算法, 通过设置计算直线间距, 生成了直接用于数控端铣等残留高度刀具路径规划的变比齿廓点云, 规划了刀具路径; 并且采用生成的齿廓点云, 实现了刀头半径选择以及刀位点刀杆矢量的计算, 实现了变比齿廓的数控端铣加工。从变比齿廓的关键设计参数“变比曲线”和“变速传动特性”入手, 提出了变比齿廓设计的验证方法, 通过试制样件的测试, 验证了方法的正确性。该方法克服了采用啮合原理设计变比齿廓时, 建立的啮合方程的解不唯一; 无法获得变比齿廓齿顶、齿根边界点的精确值; 有些出于解析需要选择的参数不直接对应数控加工, 数据转换时会引入原理性误差等弊端, 实现了循环球变比转向器变比齿廓的数字建模和数控端铣加工。

关键词:循环球变比转向器; 变比齿廓; 数值建模; 端铣加工; 传动稳定性

中图分类号:TQ026

文献标志码:A

文章编号:2096-3246(2018)04-0251-09

Digital Modeling and Manufacturing Method of Rack Variable Ratio Tooth Profile of Recirculating Ball Steering Gear

NIU Zirui¹, XIN Zhenbo¹, LI Gangyan², TU Ming³, ZHAO Xinxue⁴, LI Yanyan¹, WANG Liheng¹, WANG Jianfu¹

(1. School of Mechanical and Electronic Eng., Shandong Agricultural Univ., Tai'an 271018, China; 2. School of Mechanical and Electronic Eng., Wuhan Univ. of Technol., Wuhan 430070, China; 3. School of Eng., Huazhong Agricultural Univ., Wuhan 430070, China; 4. College of Mechanical and Electrical Eng., Binzhou Univ., Binzhou 256603, China)

Abstract: The variable ratio tooth profile is the key to realize “variable transmission ration” for recirculating ball variable ratio steering gear, and it is a kind of envelope surface formed by the envelope process of involute tooth profile in accordance with the variable ratio transmission relationship. This special envelope process leads to difficulties in modeling and Computer Numerical Control (CNC) machining of the variable ratio tooth profile. Focused on the digital design method and CNC machining method for variable ratio tooth profile of recirculating ball variable ratio steering gear, the gear sector of variable ratio gear pair was taken as a set of intersection lines obtained by using countless planes perpendicular to the axis of the gear sector to cut the gear sector. Assuming that there was a line through a point on the variable ratio tooth profile and parallel to the variable ratio rack would generate a series of interactions between this line and the corresponding intersection lines in gear transmission, and the point that the length coordinate value was the extremum of all intersections was a variable ratio tooth profile point. The mathematical models used to solve the variable ratio tooth profile points were established and the corresponding solution algorithm was developed. Tooth profile point cloud of a vari-

收稿日期:2017-10-28

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51475278; 51675317); 湖北省重大科技创新计划资助项目(2013AAA015); 山东省“双一流”奖补资金资助项目(SYL2017XTTD14)

作者简介:牛子孺(1980—), 讲师, 博士。研究方向: 数字设计与制造。E-mail: cherokeesaab@163.com

网络出版时间:2018-07-09 15:20:00 网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/51.1773.TB.20180709.1520.010.html>

able ratio rack was obtained based on this method. Using the tooth profile point cloud, planning of the tool path, size selection of the finishing tool and calculation of the cutter bar vector at cutter-contact point were completed, and CNC end milling of the variable ratio tooth profile was achieved. The relevant tests of transmission ratio and transmission stability on the sample were performed, and the experimental results verified the correctness of the proposed method. This method could overcome some disadvantages of designing variable ratio tooth profile with meshing principle, and realize the digital modeling and CNC end milling of variable ratio tooth profile.

Key words: recirculating ball variable ratio steering gear; variable ratio tooth profile; digital modeling; end milling; transmission stability

汽车转向器决定的转向传动比,是影响汽车转向性能的重要因素。一般来讲,汽车高速直线行驶时,为了保证行驶稳定性,期望的转向传动比较大;汽车低速大转弯行驶时,为了使转向轻便快速,期望的转向传动比较小;不同行驶工况下,汽车转向的共性需求是“变化的传动比”。机械式变比转向器在传统定比转向器的基础上,通过改变转向器转向齿轮的齿廓形状实现变比转向,不改变转向器原有结构和控制方式,具有故障率低、维修简单、可靠性高等优点,应用前景广阔。循环球变比转向器(如图1所示)具有两级传动副,第1级传动副是螺杆螺母副,第2级传动副为变比齿扇螺母副;螺母上具有变比齿廓的齿条与渐开线齿廓齿扇啮合实现变比传动;螺母齿条变比齿廓是与之啮合的齿扇渐开线齿廓按照变比曲线约束的运动关系,包络后形成的非渐开线曲面。如何优化设计并保证制造满足设计要求,是变比齿廓设计制造中的理论问题。

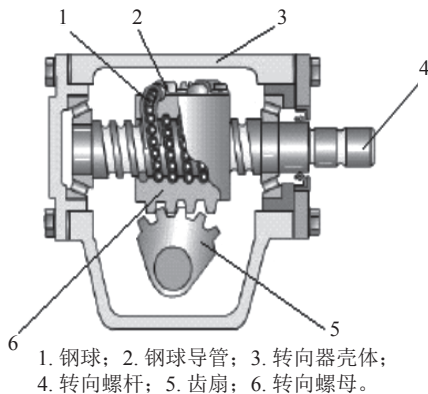


图1 循环球变比转向器结构示意图

Fig. 1 Schematic of recirculating ball variable ratio steering gear

齿廓复杂齿廓的建模方法,主要有布尔运算法^[1-3]和啮合原理法^[4-7]。布尔运算法基于齿廓范成加工原理,通过三维建模软件布尔宏程序编译与运算,实现齿廓实体建模,理论简单、过程直观,但是齿廓残留的布尔切痕严重影响了模型精度。胡剑等^[3]将变比曲线表征的渐开线齿轮转角和变比齿条位移关系数字化,在CATIA中实现了汽车转向器变比齿廓实体模型的建立。啮合原理法^[8-11]通过分析齿轮副啮合关系,建立啮合方程,采用数值求解生成离散化的

齿廓点云,曲面拟合后得到齿廓实体模型,建模精度较高。贺敬良等^[4]研究了循环球变比转向器变比原理,推导了变比齿轮副啮合方程,生成了变比齿廓模型。研究表明^[10],采用啮合原理求解变比齿廓有着种种弊端:当变比齿轮副重合度大于1时,建立的啮合方程解不唯一;变比齿廓边界条件复杂,无法获得齿顶、齿根边界点的精确值;有些出于解析需要选择的参数不直接对应数控加工,数据转换时会引入原理性误差等。

齿轮齿廓加工方法主要有范成加工法^[12-14]和端铣加工法^[15-16]。齿廓范成加工基于啮合原理,王延忠等^[12]提出一种采用渐开线碟形砂轮磨削面齿轮的加工方法,该方法基于面齿轮齿廓成形原理及范成磨削加工原理,推导了面齿轮齿廓方程,并计算出了磨削过程中啮合点的刀位。端铣加工需首先建立齿廓的实体模型或点云模型,规划刀具路径后,实施物理加工。Chen等^[15]提出一种数控端铣加工准双曲面齿轮的方法,推导了刀具位姿计算数学模型,为提高准双曲面齿轮加工精度提供了有效途径。国外已有成熟的机械式变比转向器产品,但是由于技术封锁,尚未有提及转向器齿轮变比齿廓制造方法的文献资料。

作者提出一种面向端铣加工的循环球变比转向器螺母齿条变比齿廓数值建模方法,生成了可直接用于端铣等残留高度刀具路径规划的变比齿廓点云,避免了其它建模方法生成加工用点云时,存在的测量误差、曲面拟合误差和计算误差,提高了刀具路径规划的精度和效率。并且采用生成的变比齿廓点云,根据球头铣刀加工变比齿廓的几何特征,实现了许用最大刀头半径的计算。在避免干涉的前提下,提出了刀触点法矢与刀杆矢量许用最小夹角的计算方法,实现了刀触点等线速度切削,获得了较为统一的变比齿廓表面加工质量。通过样件试制与传动比、传动稳定性测试分析,验证了本文方法、模型及算法的正确性。

1 螺母齿条变比齿廓数值建模

1.1 变比齿廓求解概念模型

为了建立螺母齿条变比齿廓建模,将循环球变比转向器渐开线齿扇看作无数垂直于其轴线的无限接

近的平面截切其实际后得到的截交线集合。变比齿扇螺母副传动可以看作螺母齿条变比齿廓与截交线集渐开线齿廓的啮合,参与啮合的截交线渐开线齿廓与变比齿廓为点接触,所有啮合点的集合构成变比齿廓。

螺母齿条变比齿廓点云求解概念模型如图2所示,定义过变比齿廓上任意一点M,且平行于螺母齿条长度方向的直线为“计算直线”,与螺母固连;变比传动过程中,计算直线与对应截交线渐开线齿廓相交,所有交点中,齿条长度方向取得极值的点,为此计算直线对应的变比齿廓点。

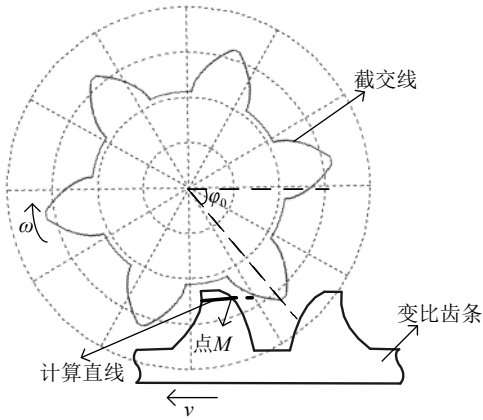


图2 变比齿廓求解概念模型图

Fig. 2 Concept model schematic of variable ratio tooth profile solving

1.2 截交线齿廓渐开线曲线族方程

截交线齿廓渐开线随其绕轴线转动时,在空间形成的曲线束称为渐开线曲线族。首先建立变比齿扇螺母副坐标系(如图3所示),包含4个笛卡尔直角坐标系, $s_1(o_1 - x'y'z')$ 为螺母固联坐标系, $s_2(o_2 - xyz)$ 为螺母参考坐标系, $s_3(o_3 - \varepsilon'\eta'z'')$ 为齿扇固联坐标系, $s_4(o_4 - \varepsilon\eta z)$ 为齿扇参考坐标系。规定齿扇中间齿关于 z 轴对称时,为变比齿廓点求解初始时刻,对应变比

曲线对称中心的传动比,此时刻4个坐标系的原点重合于图3所示的点o,为齿扇分度圆圆心。

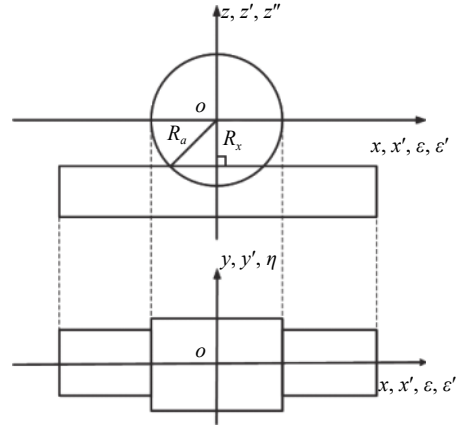


图3 变比齿扇螺母副坐标系图

Fig. 3 Coordinate system diagram of variable ratio gear sector nut pair

如图4所示,定义 σ_0, σ'_0 分别为初始时刻,齿扇中间齿的右侧渐开线起点、左侧渐开线起点与基圆圆心连线和 z'' 轴夹角。则截交线集中任意截交线各个齿右侧渐开线曲线族方程为:

$$\begin{cases} \varepsilon' = R_b \sin(\sigma_\kappa + \mu + \varphi_c) - \mu R_b \cos(\sigma_\kappa + \mu + \varphi_c); \\ z'' = R_b \cos(\sigma_\kappa + \mu + \varphi_c) + \mu R_b \sin(\sigma_\kappa + \mu + \varphi_c); \\ \sigma_\kappa = \sigma_0 \pm 2\pi\kappa/z, \quad \kappa = 0, 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (1)$$

截交线集中任意截交线各个齿左侧渐开线曲线族方程为:

$$\begin{cases} \varepsilon' = R_b \sin(\sigma'_\kappa - \mu + \varphi_c) + \mu R_b \cos(\sigma'_\kappa - \mu + \varphi_c); \\ z'' = R_b \cos(\sigma'_\kappa - \mu + \varphi_c) - \mu R_b \sin(\sigma'_\kappa - \mu + \varphi_c); \\ \sigma'_\kappa = \sigma'_0 \pm 2\pi\kappa/z, \quad \kappa = 0, 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (2)$$

式中: R 为齿扇分度圆半径; $\mu = \delta + \theta$, δ, θ 分别为渐开线上任意一点的压力角和展角; φ_c 为齿扇转角; z 为齿扇齿数; σ_κ 为第 κ 个齿的右侧渐开线齿廓的初始角; σ'_κ 为第 κ 个齿的左侧渐开线齿廓的初始角。

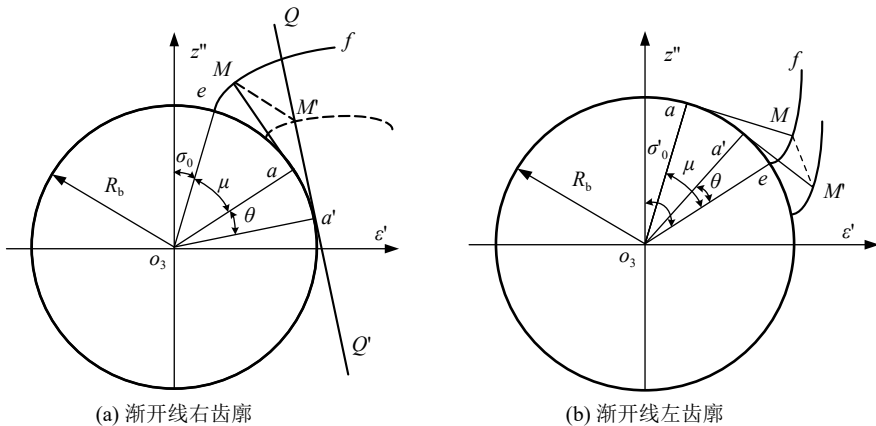


图4 渐开线曲线族方程推导用图

Fig. 4 Schematics of involute curve family formula derivation

1.3 计算直线与渐开线交点方程

根据建立的渐开线曲线族方程,结合齿扇固联坐标系到螺母固联坐标系的转换关系,计算直线上的点在螺母固联坐标系 $s_1(o_1-x'y'z')$ 的坐标 (x',y',z'_m) 转换到齿扇固联坐标系 $s_3(o_3-\varepsilon'\eta z'')$ 中的坐标 (ε',η,z'') 应满足方程:

$$\begin{cases} x' = \varepsilon' \cos \varphi_c + z'' \sin \varphi_c + s; \\ z'_m = -\varepsilon' \sin \varphi_c + z'' \cos \varphi_c, \quad m = 0, 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (3)$$

可以得到计算直线与对应截交线各个齿右侧渐开线齿廓的交点应满足方程(4)。

$$\begin{cases} x' = \varepsilon' \cos \varphi_c + z'' \sin \varphi_c + s; \\ z'_m = -\varepsilon' \sin \varphi_c + z'' \cos \varphi_c; \\ \varepsilon' = R_b \sin(\sigma_\kappa + \mu + \varphi_c) - \mu R_b \cos(\sigma_\kappa + \mu + \varphi_c); \\ z'' = R_b \cos(\sigma_\kappa + \mu + \varphi_c) + \mu R_b \sin(\sigma_\kappa + \mu + \varphi_c); \\ \sigma_\kappa = \sigma_0 \pm 2\pi\kappa/z; \\ \varphi_c = f^{-1}(s), \quad m, \kappa = 0, 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (4)$$

计算直线与对应截交线各个齿左侧渐开线齿廓的交点满足方程(5)。

$$\begin{cases} x' = \varepsilon' \cos \varphi_c + z'' \sin \varphi_c + s; \\ z'_m = -\varepsilon' \sin \varphi_c + z'' \cos \varphi_c; \\ \varepsilon' = R_b \sin(\sigma'_\kappa - \mu + \varphi_c) + \mu R_b \cos(\sigma'_\kappa - \mu + \varphi_c); \\ z'' = R_b \cos(\sigma'_\kappa - \mu + \varphi_c) - \mu R_b \sin(\sigma'_\kappa - \mu + \varphi_c); \\ \sigma'_\kappa = \sigma'_0 \pm 2\pi\kappa/z; \\ \varphi_c = f^{-1}(s), \quad m, \kappa = 0, 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (5)$$

式中, $\varphi_c = f^{-1}(s)$ 是变比曲线表征的螺母变比齿条位移与齿扇转角关系方程,变比曲线通式如下:

$$i(\varphi_c) = \begin{cases} i_1 (|\varphi_c| \leq \varphi_{c1}); \\ \frac{i_1 - i_2}{2} \cos\left(\frac{\pi|\varphi_c|}{\varphi_{c2} - \varphi_{c1}} - \frac{\pi\varphi_{c1}}{\varphi_{c2} - \varphi_{c1}}\right) + \frac{i_1 + i_2}{2} (\varphi_{c1} \leq |\varphi_c| \leq \varphi_{c2}), \\ i_2 (\varphi_{c2} \leq |\varphi_c| \leq \varphi_{c\max}) \end{cases} \quad (6)$$

变比齿廓点求解时,截交线齿顶圆与基圆之间的渐开线为有效渐开线,其上的每一点对应一组压力角和展角,定义截交线渐开线齿廓某点处的压力角和展角之和为“判断角”,判断角与交点存在一一对应关系,计算时通过判断角的值,判断交点是否在截交线的有效渐开线上,即满足:

$$\mu_b \leq \mu \leq \mu_a \quad (7)$$

式中, μ_b 为截交线基圆处的判断角, μ_a 为截交线齿顶圆处判断角。

1.4 变比齿廓求解数学模型

根据建立的变比齿扇螺母副坐标系,可以确定计算直线与截交线各个齿右侧渐开线齿廓相交时,变比齿廓点的长度值为最大值;计算直线与截交线各个齿左侧渐开线齿廓相交时,变比齿廓点的长度值为最小值,结合约束最优的数学思想,建立变比齿

廓点求解数学模型。与右侧渐开线齿廓啮合的变比齿廓点长度值计算数学模型为:

$$\begin{cases} \min(-x') = -\varepsilon' \cos \varphi_c - z'' \sin \varphi_c - s, \\ \begin{cases} R_b \cos(\sigma_\kappa + \mu + \varphi_c) + \mu R_b \sin(\sigma_\kappa + \mu + \varphi_c) = z''; \\ R_b \sin(\sigma_\kappa + \mu + \varphi_c) - \mu R_b \cos(\sigma_\kappa + \mu + \varphi_c) = \varepsilon'; \\ \sigma_\kappa = \sigma_0 \pm 2\pi\kappa/z; \end{cases} \\ s.t. \begin{cases} -\varepsilon' \sin \varphi_c + z'' \cos \varphi_c = z'_m; \\ \mu'_f \leq \mu \leq \mu_a; \\ \varphi_c = f^{-1}(s); \\ \varphi_{cmi} \leq \varphi_c \leq \varphi_{cma}, \quad m, \kappa = 0, 1, 2, \dots, n \end{cases} \end{cases} \quad (8)$$

与左侧渐开线齿廓啮合的变比齿廓点长度值的计算数学模型为:

$$\begin{cases} \min(x') = \varepsilon' \cos \varphi_c + z'' \sin \varphi_c + s, \\ \begin{cases} R_b \cos(\sigma'_\kappa - \mu + \varphi_c) - \mu R_b \sin(\sigma'_\kappa - \mu + \varphi_c) = z''; \\ R_b \sin(\sigma'_\kappa - \mu + \varphi_c) + \mu R_b \cos(\sigma'_\kappa - \mu + \varphi_c) = \varepsilon'; \\ -\varepsilon' \sin \varphi_c + z'' \cos \varphi_c = z'_m; \end{cases} \\ s.t. \begin{cases} \sigma'_\kappa = \sigma'_0 \pm 2\pi\kappa/z; \\ \mu'_f \leq \mu \leq \mu_a; \\ \varphi_c = f^{-1}(s); \\ \varphi_{cmi} \leq \varphi_c \leq \varphi_{cma}, \quad m, \kappa = 0, 1, 2, \dots, n \end{cases} \end{cases} \quad (9)$$

式中, $[\varphi_{cmi}, \varphi_{cma}]$ 为齿扇转角范围。采用上述模型计算得到变比齿廓点的长度值,并可以得到模型的返回值 y' 和 z' ,进而得到变比齿廓点在螺母固联坐标系中的坐标值 (x',y',z') 。

1.5 变比齿廓求解算法

循环球变比转向器螺母齿条变比齿廓点云求解算法如下:

步骤1 计算初始时刻齿扇中间齿左右渐开线齿廓的初始角 σ'_0 和 σ_0 ,及齿扇各齿左右渐开线齿廓的初始角,计算齿扇基圆和齿顶圆上的判断角,确定判断区间 $[\mu_b, \mu_a]$;

步骤2 在齿扇中间截面 $x'oz'$ 内,选择螺母变比齿条齿顶对应的计算直线为初始计算直线,在坐标系 $s_3(o_3-\varepsilon'\eta z'')$ 内,从初始时刻开始,按照设计要求每增加一个齿扇转角 $\Delta\varphi_c$,根据变比齿扇螺母副的变比曲线,计算螺母变比齿条的位移 s ,计算齿扇中间截面截交线各齿左右渐开线齿廓与初始计算直线的交点,如果交点的判断角 μ 在区间 $[\mu_b, \mu_a]$ 内,则此交点为有效交点,坐标转换后,得到有效交点在坐标系 $s_1(o_1-x'y'z')$ 中的坐标值,存储转角区间内每一个步长 $\Delta\varphi_c$ 时的各交点对应的位移、转角、判断角、交点坐标和交点对应的截交线齿廓渐开线编号等参数值;

步骤3 在齿扇转角行程中,将初始计算直线与每条渐开线齿廓交点中长度值取得极值的点,作为齿廓点次优解,计算得到此计算直线对应的全部变

比齿廓点次优解;

步骤4 以变比齿廓点次优解作为迭代初始值,以此值对应的前后2个步长 $\Delta\varphi_c$ 的交点的返回值,确定变量 φ 、 μ 等参数的取值范围,求解非线性规划数学模型,得到变比齿廓点最优解;

步骤5 依次求解螺母变比齿条齿高区间内,按照设计要求设定间距的各计算直线对应的变比齿廓点,生成齿扇中间截面变比齿廓点云;

步骤6 由于螺母齿条变比齿廓为可展直纹面,按照齿廓点间距设计要求,沿变比齿条齿宽方向,延展齿扇中间截面齿廓点云,生成变比齿廓点云模型。

2 螺母齿条变比齿廓的数控加工

基于CAM的变比齿廓数控加工,需采用曲面拟合后的齿廓实体模型,在粗、半精加工时,可快速生成加工代码,精加工时,由于无法避免点云生成齿廓实体的拟合误差,影响加工精度;采用啮合原理生成的变比齿廓点沿啮合线分布,点云拓扑形状不佳,必须由点云生成实体模型,再由实体模型生成用于刀具路径规划的点云,存在拟合及计算误差,同样影响变比齿廓加工精度。

提出一种变比齿廓数控端铣加工方法,粗、半精加工依然基于CAM系统,变比齿廓精加工刀具路径规划时,采用提出的变比齿廓点云计算方法,根据刀具路径规划的要求,设置计算直线间距,生成可以直接用于刀具路径规划的变比齿廓点云,避免了点云到曲面,再由曲面生成规划用点云的拟合、计算等误差;利用生成的齿廓点云,实现刀具选择,避免了反复试制选刀的弊端;利用齿廓点云,计算刀杆矢量,避免干涉的同时实现刀触点等线速度切削。

2.1 变比齿廓端铣加工刀头半径计算

刀头半径计算数学模型在螺母固联坐标系 $s_1(o_1-x'y'z')$ 中建立。加工变比齿廓时,为了避免球头铣刀刀头与变比齿条齿根的局部干涉,齿根处各点与刀位点之间的距离需满足:

$$r_f \leq |z'_{0i} - z'_d|, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

式中, z'_{0i} 是刀位点的 z' 坐标值, z'_d 是变比齿条齿根处各点的 z' 坐标值。加工变比齿廓时,为了避免刀头与齿廓点及过渡曲线点发生局部干涉,需满足:

$$r_f^2 \leq (x'_j - x'_{0i})^2 + (y'_j - y'_{0i})^2 + (z'_j - z'_{0i})^2, \quad i, j = 0, 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

式中, (x'_j, y'_j, z'_j) 是变比齿廓点或过渡曲线点的坐标, (x'_{0i}, y'_{0i}) 为刀位点的 x' 坐标和 y' 坐标。加工时,被加工齿廓点在球头铣刀的刀头球面上,其刀位点在变比齿条被加工齿廓点的法矢方向上,所以需满足:

$$\begin{cases} r_f^2 = (x'_{ck} - x'_{0i})^2 + (y'_{ck} - y'_{0i})^2 + (z'_{ck} - z'_{0i})^2; \\ (x'_{ck} - x'_{0i})/m_\kappa = (y'_{ck} - y'_{0i})/n_\kappa; \\ (x'_{ck} - x'_{0i})/m_\kappa = (z'_{ck} - z'_{0i})/p_\kappa, \quad i, \kappa = 0, 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (12)$$

式中, $(x'_{ck}, y'_{ck}, z'_{ck})$ 为被加工变比齿廓点的坐标值, $(m_\kappa, n_\kappa, p_\kappa)$ 为被加工变比齿廓点处的法矢,某一时刻,变比齿廓与渐开线齿廓在共有变比齿廓点处有相同的法矢。基于约束最优的数学思想,建立的球头铣刀刀头半径计算数学模型为:

$$\begin{aligned} & \min (-r_f) \\ & \begin{cases} r_f \leq |z'_{0i} - z'_d|; \\ r_f^2 \leq (x'_j - x'_{0i})^2 + (y'_j - y'_{0i})^2 + (z'_j - z'_{0i})^2; \\ r_f^2 = (x'_{ck} - x'_{0i})^2 + (y'_{ck} - y'_{0i})^2 + (z'_{ck} - z'_{0i})^2; \\ (x'_{ck} - x'_{0i})/m_\kappa = (y'_{ck} - y'_{0i})/n_\kappa; \\ (x'_{ck} - x'_{0i})/m_\kappa = (z'_{ck} - z'_{0i})/p_\kappa, \quad i, j, \kappa = 0, 1, 2, \dots, n \end{cases} \end{aligned} \quad (13)$$

2.2 变比齿廓端铣加工刀位点计算

按照数控端铣等残留高度刀具路径规划方法,依据加工要求,设置刀具路径规划用网格面各个顶点的横向和纵向间距,再由网格面的顶点对应计算直线,生成计算直线集,最终生成变比齿廓点云,规划精加工刀具路径,计算刀位点。

2.3 变比齿廓端铣加工刀杆矢量计算

为了获得加工质量统一的变比齿廓曲面,期望在每个刀触点处采用相同的切削线速度;即期望在各个刀触点,采用刀头球面上以刀杆矢量为轴线的同一圆进行铣削加工。由于刀触点的法矢指向刀位点,由等残留高度几何模型中可知,刀触点法矢与刀位点法矢近似相等;在每个刀触点,为了获得相同的切削线速度,需使的每个刀位点处的刀杆矢量与刀位点法矢的夹角为一定值。

由于变比齿条工件几何形状的限制,在同一刀位点,刀杆矢量与刀位点法矢的夹角值不能任意设定,为了实现刀触点的等线速度切削,需要基于生成的变比齿廓点云,在螺母固联坐标系 $s_1(o_1-x'y'z')$ 内,避免加工干涉的前提下,计算每个刀位点许用的刀杆矢量与刀位点法矢的最小夹角 ψ_{\min} ,进而确定最小夹角对应的刀杆矢量。刀杆矢量与坐标系 $s_1(o_1-x'y'z')$ 各坐标轴的夹角为 $\gamma_{x'}, \gamma_{y'}, \gamma_{z'}$, $\gamma'_{x'}, \gamma'_{y'}$ 为刀杆矢量在 $x'o_1y'$ 平面内的投影与 x', y' 轴的夹角,几何关系如图5所示,满足方程(14)。

$$\begin{cases} \cos \gamma_{x'} = \sin \gamma_{z'} \cos \gamma'_{x'}, \\ \cos \gamma_{y'} = \sin \gamma_{z'} \cos \gamma'_{y'}, \\ \gamma'_{x'} + \gamma'_{y'} = \pi/2 \end{cases} \quad (14)$$

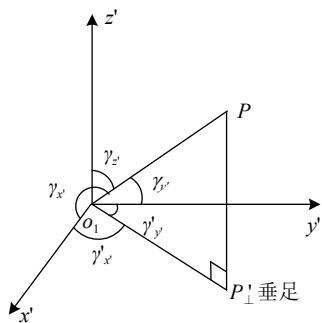


图 5 刀杆矢量几何关系图

Fig. 5 Diagram of vector geometrical relationship of cutter bar

刀位点许用的刀杆矢量与刀位点法矢最小夹角计算时,首先计算当刀杆矢量为刀位点法矢时,对应变比齿廓点云(对应的齿廓点云是指与此刀位点对应的齿廓在同一齿槽,但不在此刀位点对应齿廓上的齿廓点集)各个齿廓点到刀杆矢量的距离,计算公式为(15),此时的刀杆矢量称为“初始刀杆矢量”,刀位点法矢参照等残留刀具路径规划中的计算方法。

$$\begin{cases} \frac{x'_c - x'_0}{\cos \gamma_{x'}} = \frac{y'_c - y'_0}{\cos \gamma_{y'}} = \frac{z'_c - z'_0}{\cos \gamma_{z'}}, \\ (x'_c - x'_0, y'_c - y'_0, z'_c - z'_0) \cdot (\cos \gamma_{x'}, \cos \gamma_{y'}, \cos \gamma_{z'}) = 0, \\ |Q_i P| = \sqrt{(x'_c - x'_0)^2 + (y'_c - y'_0)^2 + (z'_c - z'_0)^2} \end{cases} \quad (15)$$

式中, (x'_0, y'_0, z'_0) 为刀位点坐标, (x'_c, y'_c, z'_c) 为齿廓点到刀位点法矢的垂足坐标, $(\gamma_{x'}, \gamma_{y'}, \gamma_{z'})$ 为刀杆矢量与坐标轴的夹角, (x'_c, y'_c, z'_c) 为齿廓点坐标, $|Q_i P|$ 为齿廓点 Q_i 到刀杆矢量的距离。

计算对应变比齿廓点云中各个齿廓点到此刀位点处初始刀杆矢量的距离后,分以下两种情况讨论:

1) 如果变比齿廓点云中所有的齿廓点到初始刀杆矢量的距离大于刀头半径,则此刀位点许用的刀杆矢量与刀位点法矢的最小夹角为0度。

2) 如果变比齿廓点云中有部分齿廓点到刀杆矢量的距离小于刀头半径,则将初始刀杆矢量在 $x'o_1y'$ 平面内的投影与 x' 轴的夹角 $\gamma'_{x'}$ 按照一定的步长 $\Delta\gamma'_{x'}$ 增加或减小,并构建垂直于 $x'o_1y'$ 平面与 x' 轴的夹角为 $\gamma'_{x'} \pm n \cdot \Delta\gamma'_{x'}$ ($n = 1, 2, 3, \dots, m$) 的平面 Π_i , 如图6(a)所示;在平面 Π_i 内构建过此刀位点且与 z' 轴夹角为 $\gamma_{z'}$ (此时 $\gamma_{z'}$ 是指初始刀杆矢量与 z' 轴的夹角) 的直线作为刀杆矢量的计算直线,在平面 Π_i 内,按照一定的 $\Delta\gamma_{z'}$ 步长,以此刀位点为转动中心转动计算直线,直到对应变比齿廓点云中的所有齿廓点到该计算直线的距离大于刀头半径,将此时的计算直线作为该平面内的“平面初始刀杆矢量”,如图6(b)所示;完成各个 Π_i 平面的平面初始刀杆矢量的计算,选取计算

得到的与刀位点法矢夹角最小的平面初始刀杆矢量为刀杆矢量初值。

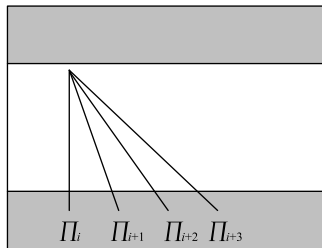
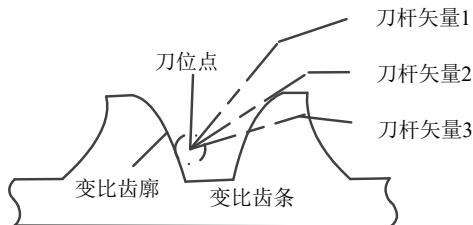
(a) 平面 Π_i 的生成示意图(b) Π_i 平面初始刀杆矢量计算图

图 6 刀杆矢量初值计算图

Fig. 6 Schematic of the calculation of initial value of cutting bar vector

采用刀杆矢量初值,及其对应的各个参数的初值或区间,求解刀杆矢量与刀位点法矢夹角最小值的数学模型(16),得到许用的与刀位点法矢夹角最小的刀杆矢量的空间位置,及其最小夹角值。

$$\begin{aligned} \max \cos \psi = & \frac{\cos \gamma_{x'} \cos \phi_{x'} + \cos \gamma_{y'} \cos \phi_{y'} + \cos \gamma_{z'} \cos \phi_{z'}}{\sqrt{\cos^2 \gamma_{x'} + \cos^2 \gamma_{y'} + \cos^2 \gamma_{z'} + \sqrt{\cos^2 \phi_{x'} + \cos^2 \phi_{y'} + \cos^2 \phi_{z'}}}, \\ \text{s.t.} \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{(x'_{ci} - x'_{zi})^2 + (y'_{ci} - y'_{zi})^2 + (z'_{ci} - z'_{zi})^2} \geq r_f; \\ (x'_{ci} - x'_{zi}, y'_{ci} - y'_{zi}, z'_{ci} - z'_{zi}) \cdot (\cos \gamma_{x'}, \cos \gamma_{y'}, \cos \gamma_{z'}) = 0; \\ \frac{x'_{zi} - x'_0}{\cos \gamma_{x'}} = \frac{y'_{zi} - y'_0}{\cos \gamma_{y'}} = \frac{z'_{zi} - z'_0}{\cos \gamma_{z'}}; \\ \cos \gamma_{x'} = \sin \gamma_{z'} \cos \gamma'_{x'}; \\ \cos \gamma_{y'} = \sin \gamma_{z'} \cos \gamma'_{y'}; \\ \gamma'_{x'} + \gamma'_{y'} = \pi/2; \\ \gamma'_{z' \min} \leq \gamma_{z'} \leq \gamma'_{z' \max}; \\ \gamma'_{x' \min} \leq \gamma'_{x'} \leq \gamma'_{x' \max}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n \end{array} \right. \end{aligned} \quad (16)$$

式中, $(\phi_{x'}, \phi_{y'}, \phi_{z'})$ 为刀位点法矢与各个坐标轴的夹角。在全部刀位点计算得到的各个刀杆矢量与刀位点法矢许用最小夹角中,选取最大值,作为加工时许用的刀杆矢量与刀位点法矢夹角的最小值;实际加工时,设定全部刀位点处的刀杆矢量与其法矢的夹角为大于许用最小夹角的定值,实现刀触点的等线速度切削。设置方法为:对单个刀位点,采用公式(16)计算得到其刀杆矢量与刀位点法矢许用的最小夹角后,如图5所示,不改变最小夹角对应的 $\gamma'_{x'}$ 、 $\gamma'_{y'}$ 的值,按照一定步长逐步增加 $\gamma_{z'}$, 根据公式(14)计算各

步长下刀杆矢量与此刀位点法矢的夹角(直到加工时设置的夹角),得到此时刀杆矢量的空间位置。

3 螺母齿条变比齿廓建模与加工方法验证

3.1 变比齿廓建模实例

为验证前述变比齿廓建模与加工方法的正确性,下面给出一个具体工程实例,某型循环球变比转向器齿扇为3齿设计,各齿采用变厚设计,设计参数为:基圆 $R_b = 30.16 \text{ mm}$,齿宽 $B = 48 \text{ mm}$,锥角为 $\delta = 5^\circ$,过基圆柱轴线作一平面,中间齿大端渐开线起点到此平面的距离为 8.99 mm ,两侧齿大端渐开线起点到此平面的距离为 15.74 mm 、 27.42 mm ,中间齿小端渐开线起点到此平面的距离为 6.67 mm ,两侧齿小端渐开线起点到此平面的距离为 17.70 mm 、 26.43 mm ,距大端 22 mm 轴截面上,中间齿渐开线起点距此平面 8.14 mm ,两侧齿渐开线起点距此平面 16.49 mm 、 27.03 mm 。齿扇大端齿根圆半径为 $R_f = 27.31 \text{ mm}$,齿顶圆半径为 $R_a = 46.02 \text{ mm}$ 。设计用循环球变比转向器变比齿扇螺母副的变比曲线为:

$$i = \frac{P}{360} \left[-1.5 \cos\left(\frac{\varphi_c}{60}\pi\right) + 16.75 \right], \quad -47^\circ \leq \varphi_c \leq 47^\circ \quad (17)$$

式中, φ_c 为齿扇转角, P 为螺距,本实例中 $P = 15 \text{ mm}$ 。

将变厚齿扇离散成截交线集,轴向间距为 0.2 mm ,在每条截交线所在平面内,以 0.2 mm 间距生成此截交线对应的计算直线集。计算变比齿廓点初值时的计算步长为 $\Delta\varphi_c = 0.02^\circ$,生成的变比齿廓点云如图7所示,曲面拟合后的变比齿廓实体模型如图8所示。

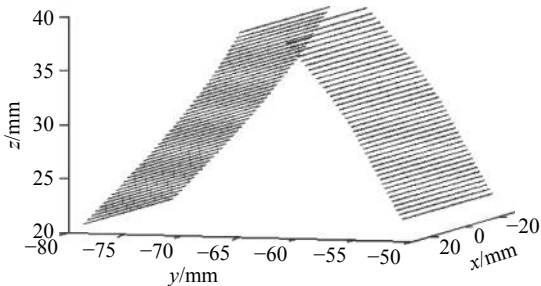


图7 变比齿廓点云图

Fig. 7 Schematic of variable ratio tooth profile point cloud

3.2 变比齿廓加工实例

采用设计的变比齿廓实体模型,基于CAM系统,实施数控端铣粗加工、半精加工仿真后,生成数控加工G代码。变比齿廓精加工时,采用第4.1节生成的变比齿廓点云计算许用最大刀头半径,选用 $r_f = 1.5 \text{ mm}$ 的球头刀;根据公式 $g_c = 2\theta \sqrt{2r_f\delta}$ 设定计算直线的间距,生成用于刀位点计算的变比齿廓点云,采用等残留高度刀具路径规划,得到刀位点坐标,其中残留高度 $\delta = 0.001 \text{ mm}$ 、调节系数 $\theta = 0.6$,初值计算步长

$\Delta\varphi_c = 0.01^\circ$ 。根据刀杆矢量计算结果,设置加工时各个刀位点的刀杆矢量与刀位点法矢的夹角全部为 12° 。编写数控加工代码,试制的此型循环球变比转向器螺母齿条变比齿廓,如图9所示。

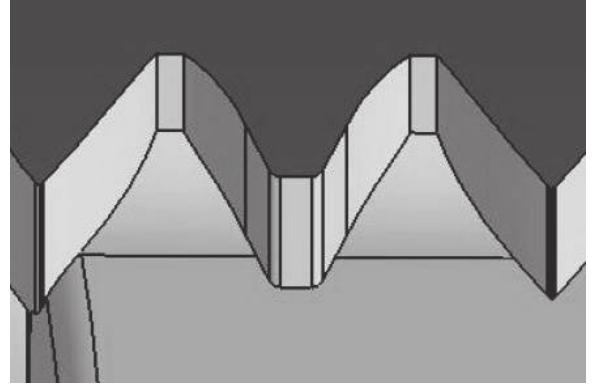


图8 变比齿廓实体模型图

Fig. 8 Entity model schematic of variable ratio tooth profile

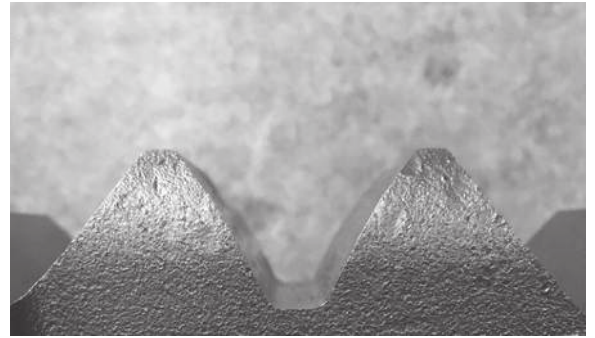


图9 螺母齿条变比齿廓图

Fig. 9 Representation of nut rack variable ratio tooth profile

采用三坐标测量仪对试制的螺母齿条变比齿廓进行了测量,并对加工误差进行了分析。计算了变比齿廓最大加工误差和最小加工误差,结果如下:

$$e_{\min} = 0.0031 \text{ mm}, \quad e_{\max} = 0.0974 \text{ mm} \quad (18)$$

采用最小二乘法计算得到平均加工误差为:

$$e = 0.0317 \text{ mm} \quad (19)$$

3.3 变比齿廓传动比及传动稳定性测试

变比齿廓最重要的设计参数是“变比曲线”,齿廓变比传动的“传动稳定性”是其重要性能指标,表征参数为:传动误差、传动速度和传动加速度。作者试制了循环球变比转向器样件,基于汽车行业标准“汽车转向器总成台架试验方法”QC/T29096—2014,通过测试分析样件变比齿廓的传动比及传动稳定性,验证设计与制造方法,测试如图10所示。

变比齿扇螺母副角传动误差测试结果如图11所示,测试载荷下,最大瞬时误差为 0.03° ,误差百分比最大值为 8.08% ,一个转向行程内,总误差为 0.23° ,平均误差为 0.003° 。

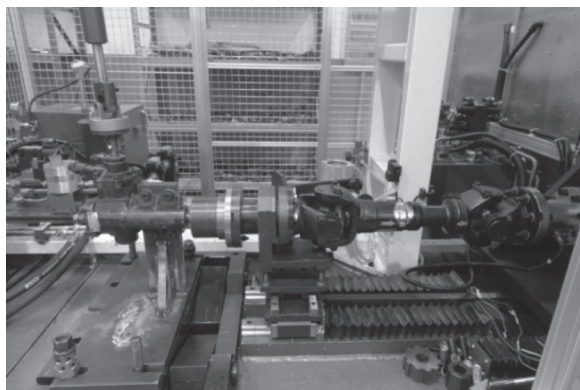


图 10 变比齿廓传动比及传动稳定性测试图

Fig. 10 Test on transmission ratio and stability of variable ratio tooth profile

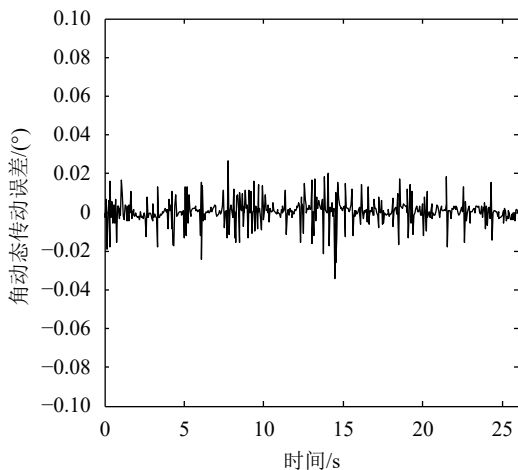


图 11 变比齿扇螺母副角传动误差图

Fig. 11 Angle transmission error diagram of variable ratio gear sector nut pair

变比齿扇螺母副角速度测试结果如图12所示。

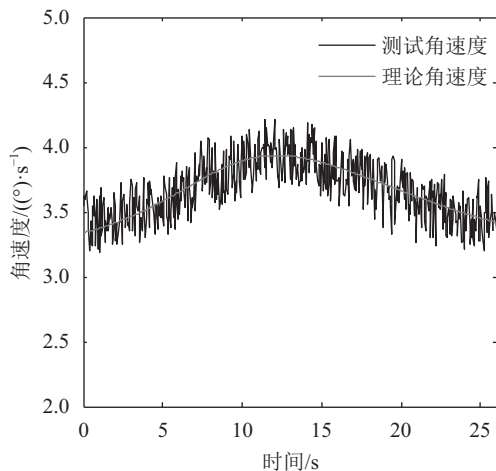


图 12 变比齿扇螺母副角速度图

Fig. 12 Angular velocity diagram of variable ratio gear sector nut pair

角加速度测试结果如图13所示,测试载荷下,角

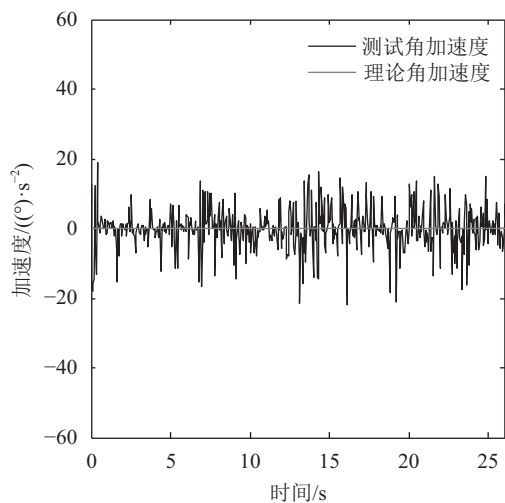


图 13 变比齿扇螺母副角加速度图

Fig. 13 Acceleration diagram of variable ratio gear sector nut pair

速度波动幅值为 $0.32^\circ/\text{s}$,角速度误差百分比最大值为 9.38% ,角速度波动平均值为 $0.13^\circ/\text{s}$;测试载荷下,角加速度波动幅值为 $21.84^\circ/\text{s}^2$,角加速度波动平均值为 $3.99^\circ/\text{s}^2$ 。

变比齿扇螺母副传动比测试结果如图14所示,测试载荷下,波动幅值为 $0.07 \text{ mm}/(^\circ)$,误差百分比最大值为 10.81% ,波动平均值为 $0.03 \text{ mm}/(^\circ)$ 。

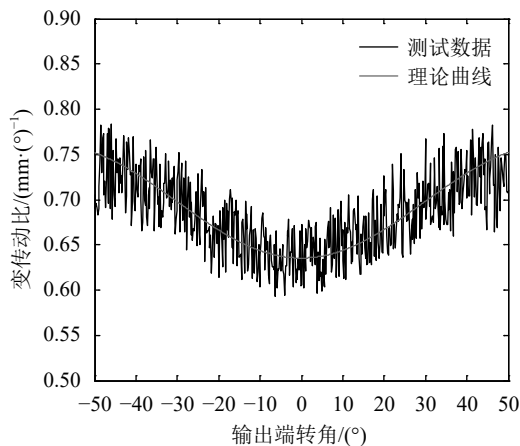


图 14 变比齿扇螺母副变比曲线图

Fig. 14 Curve of variable ratio of variable ratio gear sector nut pair

4 结 论

1)提出了一种面向端铣加工的循环球变比转向器螺母齿条变比齿廓数值建模方法。将变比齿廓点的求解转化为约束最优的数学问题,建立了变比齿廓点求解数学模型。

2)开发了变比齿廓点云求解算法。采用遍历搜索得到变比齿廓点的初值及其对应的模型参数取值

域,采用非线性规划算法求解变比齿廓点计算数学模型,得到了齿廓点最优解;通过定义计算直线集,生成了可直接用于端铣等残留高度刀具路径规划的变比齿廓点云。

3)提出了一种变比齿廓端铣加工方法。变比齿廓的粗、半径加工基于CAM系统;在精加工阶段,采用生成的变比齿廓点云实施刀具路径规划、刀头半径计算及刀轴矢量计算,在各个刀触点实现了等线速度切削。

4)提出了变比齿廓设计制造验证方法。将变比曲线和传动稳定性(传动误差、传动速度、传动加速度)作为验证目标,通过测试分析,验证了本文变比齿廓设计与制造方法的正确性。

参考文献:

- [1] Wang Ben,Hua Lin.Accurate parametric modeling of spiral bevel gear based on CAD software Pro/E[J].Journal of Wuhan University of Technology,2010,32(10):99-103.[王犇,华林.基于Pro/E的弧齿锥齿轮参数化精确建模[J].武汉理工大学学报,2010,32(10):99-103.]
- [2] Li Tongzhong,Fan Jun,Adayi.Research of fast modeling for spiral bevel gear with spherical involute based on the SWEEP[J].Mechanical Transmission,2015,39(3):62-66.[李统中,樊军,阿达依·谢尔亚孜旦.基于SWEEP的球面渐开线弧齿锥齿轮快速建模研究[J].机械传动,2015,39(3):62-66.]
- [3] Hu Jian,Dong Kaikai,Niu Ziru,et al.Digital design method of variable ratio gear pair for automobile mechanical variable ratio steering gear based on enveloping simulation[J].Journal of The Balkan Tribological Association,2016,22(1):184-199.
- [4] He Jingling,Qin Jianxu,Wu Xutang.Design theory research on the gear sector pair of variable ratio steering gear[J].Mechanical Transmission,2009,3(1):12-14,105.[贺敬良,秦建旭,吴序堂.变速比转向器齿扇设计理论研究[J].机械传动,2009,3(1):12-14,105.]
- [5] Wei Weifeng,Zhong Guangpeng,Du Zhenyi,et al.The tooth profile design method of parametric linear conjugate internal meshing gear pump[J].Journal of Mechanical Engineering,2014,50(3):49-55.[魏伟锋,张广鹏,杜真一等.参数化直线共轭内啮合泵齿廓设计方法[J].机械工程学报,2014,50(3):49-55.]
- [6] Tsai Y C,Hsu Y.The study on the design of spiral bevel gear sets with circular-arc contact paths and tooth profiles[J].Mechanism and Machine Theory,2008,43(9):1158-1174.
- [7] Chen Yangzhi,Liu X,Chetwynd D G,et al.Investigation of a novel elastic-mechanical wheel transmission under light

conditions[J].Mechanism and Machine Theory,2008,43(11):1462-1477.

- [8] Zhang Luoping,Fu Jing,Yang Boyuan.Simulation and 3D-solid modeling of skew bevel gear[J].Applied Mechanics and Materials,2012,121:4685-4689.
- [9] Niu Ziru,Li Gangyan,Hu Jian,et al.Research on the digital design method for variable ratio gear of variable ratio gear pair with alternating axis[J].Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition),2015,47(2):184-190.[牛子孺,李刚炎,胡剑等.交错轴变传动比齿轮副变传动比齿轮数字设计方法研究[J].四川大学学报(工程科学版),2015,47(2):184-190.]
- [10] Mao Junhong,Li Lichuan,Wu Xutang,et al.The Numerical computation method of variable ratio rack conjugate surface[J].Chinese Journal of Mechanical Engineering,2002,05(5):52-55.[毛军红,李黎川,吴序堂等.变传动比齿条共轭曲面的数值计算方法[J].机械工程学报,2002,05(5):52-55.]
- [11] Xiao Huajun,Hou Li,Dong Lu,et al.Mathematical modeling of rotary cutter arc tooth line of cylindrical gear shaped by origin face of rotary cutter[J].Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition),2013,45(3):171-175.[肖华军,侯力,董璐等.旋转刀盘母面成形的弧齿线圆柱齿轮数学建模[J].四川大学学报:工程科学版,2013,45(3):171-175.]
- [12] Wang Yanzhong,Hou Liangwei,Lan Zhou,et al.Research on processing method of grinding face gear with involute disc wheel[J].Journal of Aerospace Power,2015(8):2033-2041.[王延忠,侯良威,兰州等.渐开线碟形砂轮磨削面齿轮数控加工研究[J].航空动力学报,2015(8):2033-2041.]
- [13] He Kun,Li Guolong,Zhou Hongqu,et al.Worm wheel grinding method of convex pitch line non-circular gear[J].Journal of Chongqing University,2015,38(1):140-147.[何坤,李国龙,周泓曲等.凸节曲线非圆齿轮蜗杆砂轮磨削加工方法[J].重庆大学学报,2015,38(1):140-147.]
- [14] Wu Yujuan,Ren Tingzhi,Liu Dawei,et al.Mathematical machining model and simulation of limaçon gear set[C]//2010 International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering Wuhan:IEEE,2010:565-568,.
- [15] Chen Zezhong,Wasif Muhammad.A generic and theoretical approach to programming and post-processing for hypoid gear machining on multi-axis CNC face-milling machines[J].International Journal of Advanced Manufacturing Technology,2015(11):135-148.
- [16] Lu Hong,Liu Zhi,Wang Shaojun.Digitization modeling and CNC machining for enveloping surface parts[J].International Journal of Advanced Manufacturing Technology,2014,73(4):209-227.

(编辑 黄小川)

引用格式: Niu Ziru,Xin Zhenbo,Li Gangyan,et al.Digital modeling and manufacturing method of rack variable ratio tooth profile of recirculating ball steering gear[J].Advanced Engineering Sciences,2018,50(4):251-259.[牛子孺,辛振波,李刚炎,等.循环球变比转向器螺母变比齿廓数值建模与加工方法[J].工程科学与技术,2018,50(4):251-259.]