

# 铁路悬索桥隧道式锚碇受载破裂力学行为研究

江 南<sup>1,2</sup>, 冯 君<sup>1,2</sup>

(1. 西南交通大学 土木工程学院, 四川 成都 610031; 2. 西南交通大学 高速铁路线路工程教育部重点实验室, 四川 成都 610031)

**摘要:** 隧道式锚碇是悬索桥锚碇的一种主要类型, 由于锚塞体与围岩形成复杂的受力体系, 其承载机制尤其是受载破裂全过程的力学行为尚不十分清楚。基于 ABAQUS 建立岩体弹脆塑性损伤本构模型, 该本构同时考虑岩体张拉和剪切破坏机制, 能够较好地模拟岩体变形破裂全过程, 拓展原本本构模型的应用范围; 通过损伤数值分析揭示不同埋深情况下隧道式锚碇的破裂力学机制。结果表明, 隧道锚变形破坏存在显著的渐进破坏特征, 埋深变化下破坏模式的转变与围压作用下岩体脆-延-塑性的转换特征相关; 浅埋情况下围压较小, 隧道锚体系“脆性”大, 发生喇叭形的张拉-剪切破坏; 深埋情况围压较大, 体系“延性”增强, 破坏模式转变为沿锚塞体与围岩接触界面的剪切破坏, 其极限承载力较浅埋情况大幅度增加。隧道锚的喇叭形破坏面与传统认识的直线型破坏面存在明显差别, 将直接影响其承载力计算模型的建立, 因此在隧道锚设计计算中应关注破坏面的实际形态, 这对其他类似锚固工程, 如抗拔短桩或锚杆的承载力分析也有参考价值。

**关键词:** 数值模拟; 隧道式锚碇; 损伤力学; 有限元法; 破坏模式

**中图分类号:** O 242

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-6915(2018)07-1659-12

## Damage behavior of tunnel-type anchorages of railway suspension bridges under loading

JIANG Nan<sup>1,2</sup>, FENG Jun<sup>1,2</sup>

(1. College of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China; 2. Key Laboratory of High-speed Railway Engineering, Ministry of Education, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China)

**Abstract:** The tunnel-type anchorage is the primary anchorage type for suspension bridges. The anchor plug and the surrounding rock form a complex force system. The bearing mechanism and the complete mechanical damage behaviors of tunnel-type anchorages are still not very clear. An elastic-brittle plastic damage constitutive model for rocks is developed in finite element software ABAQUS. The damage model considering both the tensile and shear failure mechanisms can better simulate the rock deformation and failure process, and expand the application areas of the original model embedded in ABAQUS. The numerical analyses are conducted to reveal the mechanical damage behaviors of tunnel-type anchorages buried at different depths. The results show that the deforming of tunnel anchorages exhibits a significant progressive failure behavior. The change of failure modes influenced by buried depth is related to the confining pressure, and the increasing of confining stresses improves the ductility or plasticity of rocks. For the shallow buried tunnel-type anchorages with low confining stresses, the mechanical system is a little bit of brittle, so a horn-shaped failure surface and a composite mechanical mechanism of tensile

**收稿日期:** 2018-01-05; **修回日期:** 2018-03-24

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(51408495)

Supported by the National Natural Science Foundation(Grant No. 51408495)

**作者简介:** 江 南(1978-), 女, 2001年毕业于西南交通大学工业与民用建筑专业, 现任讲师, 主要从事大跨桥梁受力分析方面的研究工作。E-mail: jn2838237@126.com。通讯作者: 冯 君(1977-), 男, 现任副教授, 主要从事岩土工程方面的教学与研究工作。E-mail: fengjun4316@163.com

**DOI:** 10.13722/j.cnki.jrme.2018.0024

and shear failure are found. For the deep buried cases with high confining stresses, the mechanical system has high ductility, the shear failure occurs at the interface between the anchor plug and surrounding rocks, and the limit bearing capacity has an evident increasing compared with the shallow buried cases. The investigated horn-shaped failure surfaces in this study are very different from the failure surfaces traditionally used in practical engineering, which may affect directly the establishment of calculation model of bearing capacity. Hence, the extra attentions should be paid to the actual failure form in the design of tunnel anchorages.

**Key words:** numerical simulation; tunnel-type anchorage; damage mechanics; finite element method; failure mode

## 1 引言

悬索桥凭借超强的跨越能力在大跨桥梁中应用广泛,其主要构件包括锚碇、桥塔、加劲梁及主缆,其中锚碇用于承担主缆拉力,属于悬索桥的主要承载构件。悬索桥锚碇分为自锚式和地锚式两大类<sup>[1-2]</sup>,其中地锚式细分为重力式和隧道式。重力式锚碇受力较为简单,主要依靠自身的重量平衡主缆拉力。隧道式锚碇则是在预先开挖的锚洞内浇筑混凝土形成锚碇,依靠围岩对锚碇体的夹持能力承受大缆拉力。与重力式锚碇比较,隧道式锚碇体积较小(仅为同等重力锚的20%~25%)、性价比高,但对地质条件的要求更高。

为了分析隧道式锚碇的变形特性和承载机制,研究人员依托实际工程开展了一些现场原位试验,如虎门大桥初设隧道锚方案的模型试验<sup>[3]</sup>,重庆鹅公岩长江大桥东隧道锚现场缩尺试验<sup>[4]</sup>,四渡河特大悬索桥隧道锚碇现场模型试验<sup>[5]</sup>,坝陵河大桥西锚碇现场模型试验<sup>[6]</sup>。结果表明,隧道锚承载过程中是锚塞体与周围岩体形成复杂的受力体系共同承受主缆拉力。主缆拉力通过锚塞体向周围岩体扩散,受锚塞体倒锥形几何形状(上小下大)的影响,锚塞体和围岩接触部位处于挤压和剪切应力状态,较大范围的围岩承载力被调动起来,由此隧道锚才能凭借小巧的身躯发挥出巨大的承载能力<sup>[7]</sup>。隧道锚荷载一般很大(如重庆鹅公岩大桥为130 MN),受试验条件的限制,如荷载设备吨位及测试元件精度等,原位试验不容易加载至甚至超过极限荷载,因此试验中往往很难直接观测到隧道锚变形破坏的全过程,破坏模式有时也是推测得到的。

数值模拟是研究隧道式锚碇承载机制及破坏模式的另一种手段,不受荷载大小及测试精度的影响。朱玉等<sup>[8-11]</sup>采用ABAQUS, ANSYS, FLAC<sup>3D</sup>等程

序针对悬索桥隧道锚进行了数值模拟,研究内容涉及施工工序影响分析、围岩稳定性评价、锚碇系统力学行为等,分析中多采用传统的理想弹塑性分析(如使用Mohr-Coulomb本构模型),受理想弹塑性本构理论框架的限制,在模拟岩体实际破裂全过程方面存在很大难度。损伤是岩体材料的一种典型力学特性,损伤数值分析是研究岩体真实破裂过程的主要方法之一。岩体的损伤计算属于岩体渐进破坏分析的范畴,中国岩石力学与工程学会<sup>[12]</sup>将主要的数值方法分为2类:(1)细观力学数值方法,如PFC程序。该方法从介质基本粒子结构的角度考虑介质的基本力学特性,并认定给定介质在不同应力条件下的基本特性主要取决于粒子之间接触状态的变化,适用研究粒状集合体的破裂和破裂发展问题,以及颗粒的流动问题;(2)基于连续介质力学理论的非连续介质破裂过程分析方法,如RFPA(rock failure process analysis)程序<sup>[13-14]</sup>。RFPA是以弹性损伤理论及其修正后的Mohr-Coulomb破坏理论为破坏分析准则的岩石破裂过程分析系统。基于连续介质力学理论的非连续介质破裂过程分析方法由于计算速度快,且在常见的通用有限元程序中(如ABAQUS, MARC等)易于实现,在实体工程计算中具有优势。

悬索桥由于刚度问题一直以来在铁路中应用较少<sup>[15]</sup>,丽江至香格里拉铁路云南金沙江大桥是我国拟建的首座铁路悬索桥,初设方案为双线钢桁梁悬索桥,线间距5 m,桥式桥跨为(132+660+132) m钢桁梁悬索桥,桥高约243 m,两岸均采用隧道式锚碇,隧道围岩主要为玄武岩。为真实模拟隧道锚的受载破裂力学行为,揭示隧道锚的承载机制,本文将损伤力学引入隧道锚数值分析中,基于ABAQUS软件建立岩体的弹脆塑性损伤本构模型,分析不同埋深条件下隧道锚的变形破裂全过程,研究岩体破裂力学行为,并与模型试验结果进行比较,研究成

果为铁路悬索桥的设计提供理论依据。

## 2 岩体弹脆塑性损伤本构模型的实现

### 2.1 损伤本构关系

工程实践及试验表明，岩石属于脆性材料，其破坏具有脆塑性特征，在其应力 - 应变曲线上存在一个应力突降的脆性段。根据岩石的全应力 - 应变过程曲线，岩石弹脆塑性模型可分为 2 类，一类是理想弹脆塑性模型(下降曲线为陡降型)，另一类是一般弹脆塑性模型(下降曲线为缓降型)。出于计算简便考虑，本文针对理想弹脆塑性模型进行研究。ABAQUS 是一款通用有限元程序，内置了混凝土塑性损伤本构，该模型主要用于分析混凝土结构在静动载作用下损伤力学行为。混凝土的力学参数表达方式与岩体不同，其力学行为也存在差异，该模型在岩体工程中的应用受到了限制。本文基于该本构建立岩体弹脆塑性损伤模型，拓展其应用范围，为岩体工程损伤力学行为研究提供本构关系。

#### (1) 损伤演化关系

损伤演化包括强度损伤和刚度损伤。强度损伤按失效机制分为剪切(压缩)损伤和拉伸损伤，应力 - 应变关系如图 1 所示。加载初期，岩体单元处于弹性状态，应力 - 应变曲线为线弹性关系，力学行为可采用弹性模量  $E_0$  和泊松比  $\nu$  描述。当应力超过其峰值强度时，岩体单元发生损伤进入软化阶段，最终强度保持在残余强度水平，其力学行为通过引入损伤变量  $D$  来表示。

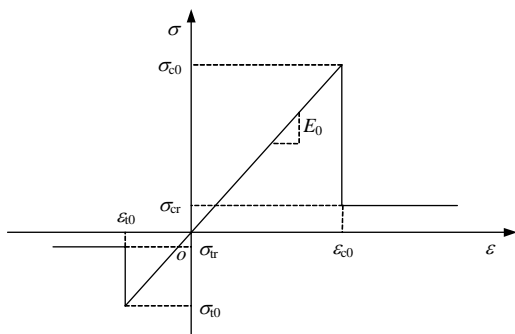


图 1 损伤本构关系曲线

Fig.1 Damage constitutive relation curve

在单轴压缩应力作用和拉伸应力作用的损伤演化方程分别为

$$D = \begin{cases} 0 & (\varepsilon_1 < \varepsilon_{c0}) \\ 1 - \frac{\sigma_{cr}}{E_0 \varepsilon_1} & (\varepsilon_1 \geq \varepsilon_{c0}) \end{cases} \quad (1)$$

$$D = \begin{cases} 0 & (\varepsilon_1 < \varepsilon_{t0}) \\ 1 - \frac{\sigma_{tr}}{E_0 \varepsilon_1} & (\varepsilon_1 \geq \varepsilon_{t0}) \end{cases} \quad (2)$$

式中： $D$  为损伤变量； $E_0$  为岩体初始弹性模量； $\sigma_{cr}$ ， $\sigma_{tr}$  分别为剪切及拉伸损伤的残余强度， $\sigma_{cr} = \lambda_c \sigma_{c0}$ ， $\sigma_{tr} = \lambda_t \sigma_{t0}$ ， $\lambda_c$ ， $\lambda_t$  分别为压缩及拉伸残余强度系数，即残余强度与峰值强度的比值； $\varepsilon_{c0}$ ， $\varepsilon_{t0}$  分别为剪切及拉伸损伤应变阈值，在单轴情况下： $\varepsilon_{c0} = \frac{\sigma_{c0}}{E_0}$ ， $\varepsilon_{t0} = \frac{\sigma_{t0}}{E_0}$ ； $\sigma_{c0}$ ， $\sigma_{t0}$  分别为单轴压缩强度峰值和单轴拉伸强度峰值。

刚度损伤演化规律如图 2 所示。当从应力 - 应变曲线的应变软化段卸载时，卸载响应发生退化，材料的刚度产生损伤，弹性模量变小。无论是拉伸还是压缩，随着塑性变形的增加岩体损伤效果越来越明显。单轴刚度损伤变量是等效塑性应变的递增函数，其取值范围在 0(无损伤)到 1(完全损伤)之间。在单轴拉伸和压缩下的应力 - 应变关系分别为

$$\sigma_t = (1 - D)E_0(\varepsilon_t - \varepsilon_t^{pl}) \quad (3)$$

$$\sigma_c = (1 - D)E_0(\varepsilon_c - \varepsilon_c^{pl}) \quad (4)$$

式中： $\sigma_t$  为拉伸应力， $\varepsilon_t$  为拉伸应变， $\varepsilon_t^{pl}$  为拉伸塑性应变， $\sigma_c$  为压缩应力， $\varepsilon_c$  为压缩应变， $\varepsilon_c^{pl}$  为压缩塑性应变。

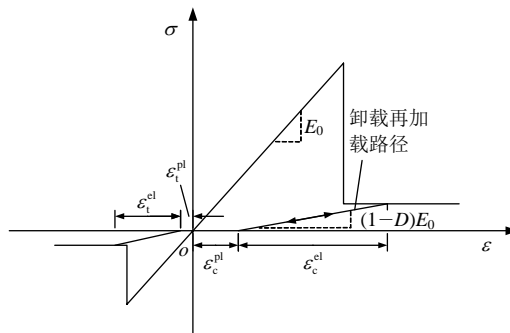


图 2 刚度损伤演化规律

Fig.2 Evolution of stiffness damage

#### (2) 屈服准则

实际工程中，岩体一般采用 Mohr-Coulomb(MC) 或 Drucker-Prager(DP)屈服准则，其中 MC 准则和 DP 准则可以相互匹配<sup>[16]</sup>。ABAQUS 的塑性损伤本构给出的屈服准则是基于 J. Lubliner 等<sup>[17]</sup>建议的屈服函数，并综合了 J. Lee 和 G. L. Fenves<sup>[18]</sup>的修正以考虑拉压不同时强度的不同演化规律。该屈服准则主要针对于混凝土开发，但通过变换可以等效为 Drucker-Prager 屈服准则。下面推导 ABAQUS 中塑

性损伤本构中的屈服准则与岩土工程中常用的 Drucker-Prager 屈服准则的匹配公式。

ABAQUS 中给出的屈服函数在有效应力空间内代表一个空间曲面，它决定了失效或损伤的状态。用有效应力表达时的屈服函数为

$$F = \frac{1}{1-\alpha}(\bar{q} - 3\alpha\bar{p} + \beta\bar{\sigma}_{\max} + \gamma\bar{\sigma}_{\max}) - \bar{\sigma}_c = 0 \quad (5)$$

式中： $\alpha = \frac{\sigma_{b0}/\sigma_{c0} - 1}{2(\sigma_{b0}/\sigma_{c0}) - 1}$ ， $0 \leq \alpha \leq 0.5$ ； $\beta = \frac{\bar{\sigma}_c}{\bar{\sigma}_t}$ 。  
 $(1-\alpha) - (1+\alpha)$ ； $\gamma = \frac{3(1-K_c)}{2K_c - 1}$ ； $\bar{\sigma}_{\max}$  为最大拉应力； $\sigma_{b0}/\sigma_{c0}$  为双轴与单轴压缩屈服应力之比； $K_c$  为  $\pi$  平面上拉压应力比 ( $q_{TM}/q_{CM}$ )，DP 准则时取为 1； $\bar{\sigma}_t$  为拉应力； $\bar{\sigma}_c$  为压应力。

将式(5)变换，即

$$F = \frac{1}{1-\alpha}\bar{q} - \frac{3\alpha}{1-\alpha}\bar{q} + \frac{\bar{\sigma}_c}{\bar{\sigma}_t}\bar{\sigma}_{\max} - \frac{1+\alpha}{1-\alpha}\bar{\sigma}_{\max} + \gamma\bar{\sigma}_{\max} - \bar{\sigma}_c = 0 \quad (6)$$

其中，当为 DP 准则时， $\gamma = 0$ ， $\bar{\sigma}_{\max} = \bar{\sigma}_t$ 。式(6)可简化为

$$F = \bar{q} - 3\alpha\bar{q} - (1+\alpha)\bar{\sigma}_{\max} = 0 \quad (7)$$

ABAQUS 中的 DP 准则的屈服函数为

$$F = t - \bar{p} \tan \beta - d = 0 \quad (8)$$

式中： $\beta$  为内摩擦角； $t = \frac{1}{2}\bar{q} \left[ 1 + \frac{1}{K_c} - \left( 1 - \frac{1}{K_c} \right) \right]$ 。

$\left( \frac{r}{\bar{q}} \right)^3$ ，当  $K_c = 1$  时， $t = \bar{q}$ 。

因此式(8)可以转换为

$$F = \bar{q} - \bar{p} \tan \beta - d = 0 \quad (9)$$

对比式(7)和(9)，可以得到 DP 准则中  $\beta$  与  $\sigma_{b0}/\sigma_{c0}$  的转换关系，即

$$\frac{\sigma_{b0}}{\sigma_{c0}} = \frac{3 - \tan \beta}{3 - 2 \tan \beta} \quad (10)$$

对于 Drucker-Prager 准则中的黏聚力  $d$ ，在该本构中通过指定单轴压缩强度来实现。有关岩体的张拉屈服准则问题，B. H. G. Brady 和 E. T. Brown<sup>[19]</sup> 提出了一个具有拉伸截断的 Mohr-Coulomb 修正屈服准则，当最大拉应力的绝对值大于单轴抗拉强度时，就发生张拉破坏，本文采用类似的处理方法，通过定义抗拉强度来反映张拉屈服。

## 2.2 使用方法及验证

### (1) 参数取值方法

损伤本构要能模拟岩体破裂力学行为全过程，

因此需输入的岩体力学参数较一般的弹塑性模型要多，除了传统的弹性参数和强度参数，还要包括损伤演化参数。

① 强度参数。一般而言，岩石力学试验所得到的摩擦角对应 Mohr-Coulomb 准则中的  $\varphi$  值，不能直接作为 DP 准则中的  $\beta$  值输入，而且由于 MC 准则的屈服面为不规则六角形截面的角锥体表面，存在尖顶和菱角，给数值计算带来困难，许多通用有限元程序广泛使用了 DP 准则。为拓展 DP 准则在岩土工程中的应用范围，徐干成和郑颖人<sup>[20]</sup>针对 MC 准则与 DP 准则的相互转换和匹配问题开展了大量的研究工作，研究表明，采用徐干成和郑颖人<sup>[20]</sup>提出的 MC 等面积圆 DP 准则的塑性区结果与 MC 准则结果很为接近，其计算精度与真实 MC 准则相当。因此，本文推荐采用等面积圆 DP 准则计算  $\beta$  值，然后再按式(10)换算为  $\sigma_{b0}/\sigma_{c0}$  值。等面积圆 DP 准则与 MC 准则的参数转换公式如下：

$$\left. \begin{aligned} \tan \beta &= \frac{18 \sin \varphi}{\sqrt{2\sqrt{3}\pi(9 - \sin^2 \varphi)}} \\ d &= \frac{18c \cos \varphi}{\sqrt{2\sqrt{3}\pi(9 - \sin^2 \varphi)}} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

典型的岩体摩擦角参数值与  $\sigma_{b0}/\sigma_{c0}$  的量化关系如表 1 所示。

表 1 摩擦角  $\varphi$  与  $\sigma_{b0}/\sigma_{c0}$  值的关系  
 Table 1 Relationship between  $\varphi$  and  $\sigma_{b0}/\sigma_{c0}$

$\varphi(^{\circ})$	$\sigma_{b0}/\sigma_{c0}$	$\varphi(^{\circ})$	$\sigma_{b0}/\sigma_{c0}$
20	1.358	35	2.216
25	1.536	40	2.974
30	1.798	45	4.746

### ② 压缩(剪切)损伤演化参数

压缩峰值强度根据岩石的单轴抗压试验结果确定，也可直接用 MC 准则的  $c$  和  $\varphi$  计算，即： $\sigma_{c0} = 2c \tan(45^{\circ} + \varphi/2)$ ；其对应的非弹性应变取为 0；损伤因子  $D = 0$ 。压缩残余强度根据岩石的单轴抗压试验结果确定，如无试验值时可近似取为峰值强度的 1/10，RFPA 程序<sup>[14]</sup>中也按原则默认取值；对应的非弹性应变  $\bar{\varepsilon}_c^{in} = \frac{D}{(1-D)} \frac{\sigma_c}{E} = \frac{D(1-D)\sigma_{c0}}{(1-D)E}$

$\frac{D\sigma_{c0}}{E}$ ，以保证自动计算得到的塑性应变非负值；损伤因子  $D$  与残余强度对应，当残余强度为峰值强度的 1/10 时，取  $D = 0.9$ 。

③ 拉伸损伤演化参数

拉伸峰值强度应根据岩石单轴抗拉强度试验确定，研究表明，一般情况下岩石的拉伸强度近似等于抗压强度的 0.1 倍，因此若如无试验值可取为压缩强度的 1/10，相当于 RFA 程序中的压拉比取为 10；对应开裂应变取为 0；损伤因子  $D = 0$ 。拉伸残余强度同样近似取为峰值的 1/10；对应开裂应变  $\bar{\varepsilon}_t^{ck} = \frac{D}{(1-D)} \frac{\sigma_t}{E} = \frac{D(1-D)\sigma_{t0}}{(1-D)E} = D \frac{\sigma_{t0}}{E}$ ；损伤因子  $D$  应与拉伸残余强度值对应，当拉伸残余强度为其峰值强度的 1/10 时，取  $D = 0.9$ 。

从上述分析可知，该损伤本构关系的核心参数获取实际上很容易，只需知道传统的抗剪强度参数(如内摩擦角和黏聚力)即可，其余参数均可换算得到，由此大大降低了参数取值的难度，容易推广，在大规模的实际工程计算中具有优势。值得指出的是，本文建立的损伤本构模型，理论上讲适合于任何形式的损伤演化曲线，如一般弹脆塑性损伤问题，其损伤演化规律可通过应力 - 应变数据点拟合曲线给出，实际应用时可灵活处理。

(2) 实例验证

为了验证损伤本构的合理性，对 W. R. Wawersik 和 C. Fairhurst<sup>[21]</sup>的岩石压缩试验开展数值试验。在进行数值试验时，模拟室内压缩试验的实际加载过程，即首先在试样的周围和上下侧施加围压，然后采用位移控制加载施加于上下加载面，加载位移增量为  $5 \times 10^{-6}$  mm。岩石弹性模量为 69 GPa，泊松比 0.2，内摩擦角  $30^\circ$ ，黏聚力 39.26 MPa。计算参数如表 2 所示。

表 2 数值试验中采用的岩石力学参数

Table 2 Rock parameters used in numerical experiments

模量 $E/\text{MPa}$	泊松比 $\nu$	密度 $(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$\sigma_{t0} / \sigma_{c0}$		
69 000	0.2	2 700	1.798		
压缩(剪切)损伤			拉伸损伤		
压缩屈服应力/MPa	损伤变量 $D$	非弹性应变	拉伸屈服应力/MPa	损伤变量 $D$	开裂应变
136.0	0.00	0.000 0	13.60	0.00	0.000 00
13.6	0.90	0.002 5	1.36	0.90	0.000 25
5.8	0.95	0.004 9	0.58	0.95	0.000 49

图 3 给出了计算与试验结果的对比。单轴情况下，试验曲线初始阶段向下弯曲，为岩石内部天然存在的微裂隙压密所致，除此之外数值计算同试验在峰值强度以前的线弹性段都比较吻合；超过峰值进入软化阶段，试验表现出较为明显的非线性特征，软化段曲线的斜率与计算结果一致；试验和数值计

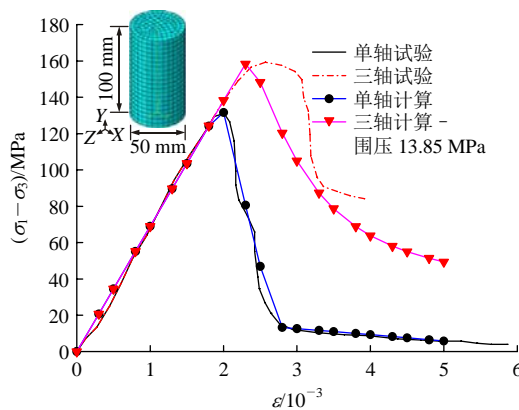
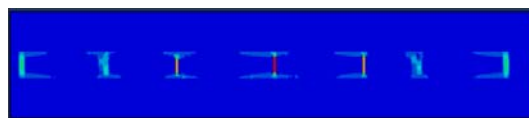


图 3 数值试验结果

Fig.3 Numerical test results

算得到的残余强度值也比较吻合。三轴情况下，随着围压的增加，峰值强度增大，应力 - 应变曲线软化段斜率逐渐降低，残余强度逐渐增大，表现出明显的脆 - 延 - 塑转换特征，该规律与 W. R. Wawersik 和 C. Fairhurst<sup>[21]</sup>所做的岩石三轴试验成果相似。可见，数值计算与试验成果相似度较高，能够反映岩石破坏过程的典型阶段和主要特征，由此说明该损伤本构能合理模拟岩石应力 - 应变全过程曲线，适用于岩体破裂过程分析。

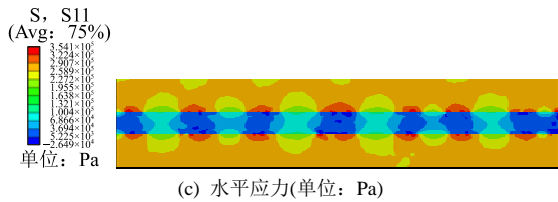
间隔破裂是指在层状材料中出现的一系列间距基本相等的张开型裂纹的现象，也是存在于沉积岩等地层结构中一个非常重要的地学现象。采用本文所提本构就 3 层岩体结构的间隔破裂问题进行分析。中间一层材料设为脆塑性损伤本构，模量 1.6 GPa，泊松比 0.35，黏聚力 0.37 MPa，内摩擦角  $30^\circ$ ，拉压强度比按 1/10 考虑；上下 2 层材料设为线弹性，模量 3.2 GPa，泊松比 0.3；模型长 2 m，高 0.4 m，中间层厚 0.1 m；底部施加竖向约束，两侧施加水平位移，位移速率 0.05 mm/s。结果显示，随着水平位移的增加中间岩层逐渐萌生拉裂纹，当加载到 1.5 s 时的裂纹分布如图 4 所示，各裂纹间距基本相等，同唐春安和张永彬<sup>[14]</sup>的计算结果较为接近。而且此后即使继续施加水平位移，裂纹也不会新增，即出现裂纹饱和，这与 T. Bai 等<sup>[22]</sup>研究得到



(a) 裂纹分布



(b) 唐春安和张永彬<sup>[14]</sup>裂纹分布计算结果



(c) 水平应力(单位: Pa)

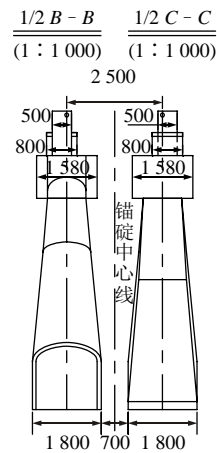
图4 层状岩体结构间隔破裂计算结果及对比  
Fig.4 Calculated results of interval fracture of layered rock mass

的基本结论是一致的。另外从岩体的水平应力分布可知，裂纹饱和时邻近裂纹间水平应力实质由拉应力转换为压应力，这与 T. Bai 等<sup>[22]</sup>提出的应力转换理论吻合。可见，本文所提损伤本构对于张拉型破裂行为的模拟也有很好的适应性。

### 3 隧道锚加载破裂过程数值分析

#### 3.1 有限元模型

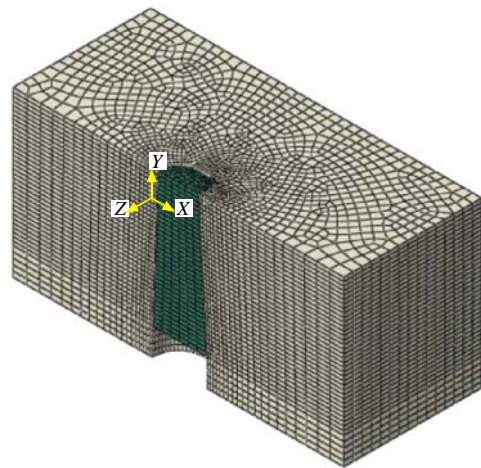
以丽江—香格里拉铁路金沙江悬索桥隧道锚为研究对象，锚址区地层岩性从上至下主要为强卸荷、弱卸荷及未卸荷片理化玄武岩，锚塞体设置于未卸荷玄武岩中。隧道锚工程构造如图 5 所示，锚塞体总长 45 m，前端面宽 12 m、高 12.5 m，后端面宽 16 m、高 17 m，均为马蹄形断面。基于实际工程进行模型概化，同时利用对称性取半结构，有限元模型如图 6 所示。图 6(a)隧道锚前端面与地面齐平，定义为浅埋情况，长 120 m、宽 60 m、高 55 m。实际工程中，为提高隧道锚承载能力，一般设计有一定埋深，埋深大小与坡体的风化、卸荷深度有关。为反映埋深对锚碇加载破裂行为的影响，根据实际设计情况，隧道锚埋深按 50 m 考虑，定义为深埋情况，如图 6(b)所示。采用 C3D8R 单元划分网格。边界条件为：顶部自由，底部固定，对称面采用对称约束，其余面约束法向位移。



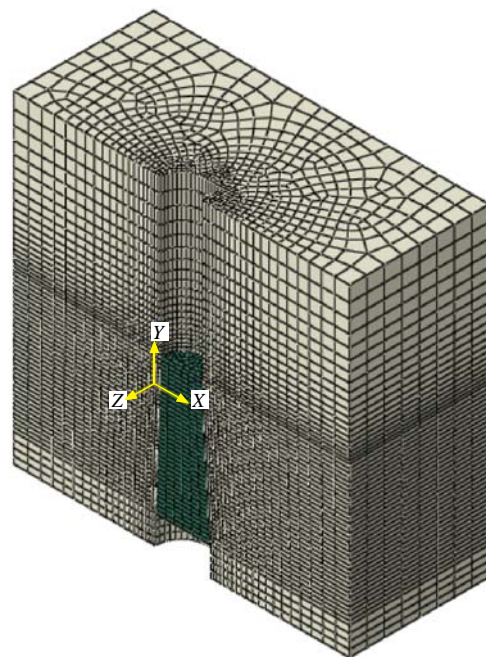
(b) 平面图(单位: cm)

图5 隧道锚构造图

Fig.5 Sketch of tunnel anchorage structure



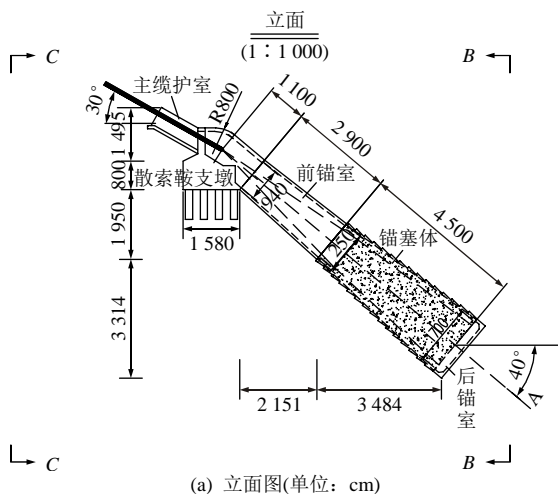
(a) 浅埋情况



(b) 深埋情况

图6 有限元模型

Fig.6 Finite element meshes



(a) 立面图(单位: cm)

模型包括锚塞体和周围岩体两部分，其中锚塞体由混凝土现浇形成，强度及刚度均远高于周围岩体，加载过程中一般处于弹性状态，因此采用线弹性本构模拟；围岩则采用本文建立的岩体损伤本构模拟。实际工程中多使用防滑齿坎或径向锚杆处理锚塞体和围岩的接触界面，因此界面强度不会低于围岩强度，计算中将接触面视为完全黏结，网格中锚塞体同围岩共用节点，这种近似的处理方式胜在简单方便且反映了主要特征。各材料计算参数根据金沙江大桥工程地质勘察报告确定，如表 3, 4 所示。

表 3 锚塞体计算参数

Table 3 Calculation parameters of the anchor plug

密度/(kg · m <sup>-3</sup> )	模量 E/GPa	泊松比 $\nu$
2 500	31.5	0.2

表 4 围岩计算参数

Table 4 Calculation parameters of surrounding rock

模量 E/MPa	泊松比 $\nu$	密度/(kg · m <sup>-3</sup> )	$\sigma_{b0} / \sigma_{c0}$		
6 400	0.23	2 500	2.388		
压缩(剪切)损伤			拉伸损伤		
压缩屈服应力/MPa	损伤变量 $D$	非弹性应变	拉伸屈服应力/MPa	损伤变量 $D$	开裂应变
5.360	0.00	0.000 00	0.536 0	0.00	0.000 000
0.536	0.90	0.000 76	0.053 6	0.90	0.000 076

实际工程中，悬索桥主缆经散索鞍分散后均匀锚固于锚塞体中。缆索采用无黏结锚索锚固于后端面，实际施工时预先在锚塞体前后端面施加略大于设计荷载的预应力，然后作为一个整体承受主缆拉力。因此主缆荷载作用下尤其是在超载阶段，主缆拉力实际以压力形式作用于锚塞体后端面上，主缆拉力由锚塞体后端向前端传递，荷载传递规律与边坡加固中使用的压力型锚索颇为类似，但是其规模要大得多。本次计算目的是研究隧道锚在受荷条件下的破裂机制，故不考虑预应力施加过程，而将主缆拉力等效为均布压力施加在锚塞体后端面。依托工程悬索桥单缆设计缆力为 310 419 kN，采用逐级加载直至破坏的加载方式，荷载增量按 0.5 倍设计缆力考虑。初始地应力场按自重应力考虑。

### 3.2 浅埋情况结果分析

#### (1) 承载力分析

浅埋情况下加载过程中锚塞体荷载 - 位移关系曲线如图 7 所示。曲线可以分为 3 个阶段：第 1 阶段，荷载小于 621 MN(2 倍缆力)时，位移与荷载呈线性关系；第 2 阶段，超过 621 MN 后曲线斜率略

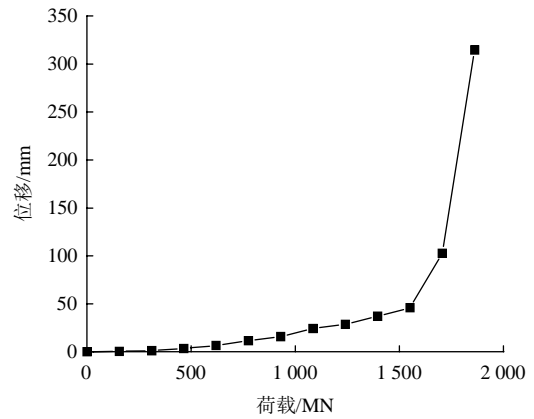


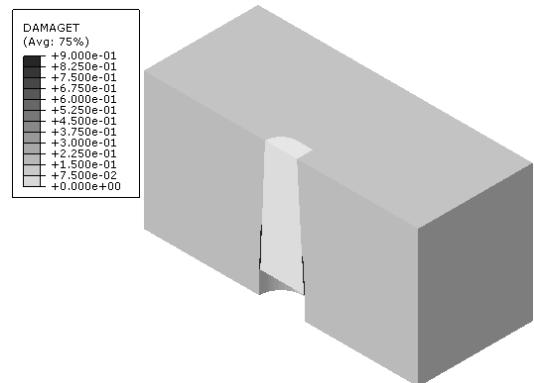
图 7 隧道锚荷载 - 位移关系曲线(浅埋情况)

Fig.7 Load-displacement curve of shallow buried tunnel anchors

微变大，位移增量有加大趋势，直至达到 1 552 MN (5 倍缆力)；第 3 阶段，荷载超过 1 552 MN，曲线斜率突然陡增。由此该曲线存在 2 个特征点：第一个特征点对应荷载称为临界荷载，即 621 MN；第二个特征点对应荷载为极限荷载，为 1 552 MN。若将极限荷载与实际设计荷载的比值定义为安全系数  $F_s$ ，则此隧道锚  $F_s = 5$ ，该结果与江 南<sup>[23]</sup>室内试验得到安全系数基本一致。

#### (2) 加载破裂机制分析

图 8 给出了损伤变量分布云图。从计算结果看，除顶部岩体的放射状拉伸损伤区外，剪切破坏区和拉伸破坏区位置基本一致，即拉伸损伤区实际上覆盖了剪切损伤区，因为从微观角度讲剪切破坏实质也是沿主应力方向的拉伸破坏。结果表明，当荷载较小时，岩体处于弹性状态；荷载达到 2 倍缆力后(见图 8(a))，剪切破坏首先发生在锚塞体与围岩接触面最底部，随着荷载增大由下向上发展，而且在地面高程平面上，第 1 条放射状拉裂缝由锚塞体边墙与底板的交界点向围岩内延伸(见图 8(b))；荷载继续增大至 3 倍缆力，第 2 条放射状拉裂缝出现在锚



(a) 621MN - 2 倍

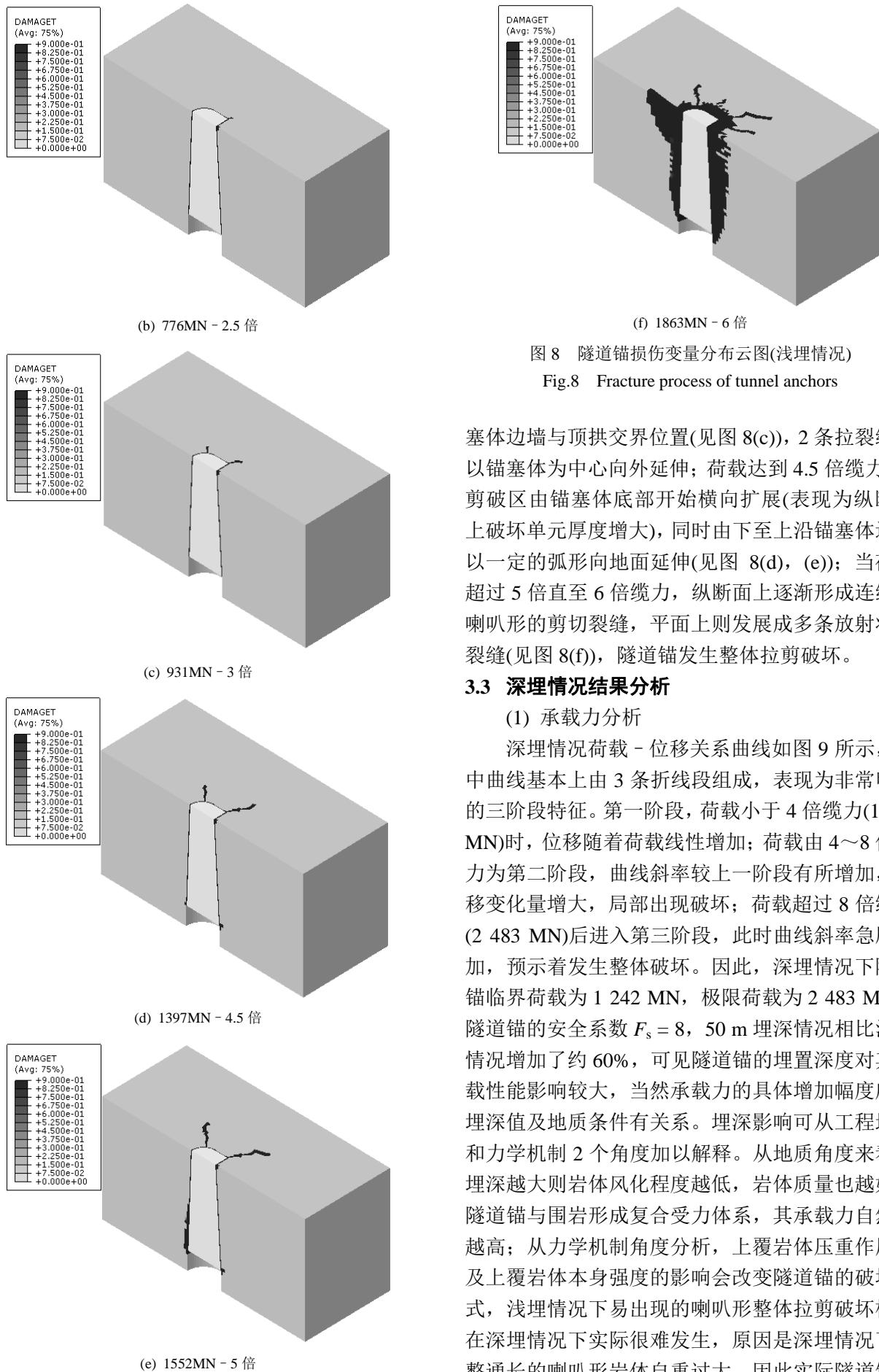


图8 隧道锚损伤变量分布云图(浅埋情况)

Fig.8 Fracture process of tunnel anchors

塞体边墙与顶拱交界位置(见图 8(c)), 2 条拉裂缝均以锚塞体为中心向外延伸; 荷载达到 4.5 倍缆力后, 剪破区由锚塞体底部开始横向扩展(表现为纵断面上破坏单元厚度增大), 同时由下至上沿锚塞体边缘以一定的弧形向地面延伸(见图 8(d), (e)); 当荷载超过 5 倍直至 6 倍缆力, 纵断面上逐渐形成连续的喇叭形的剪切裂缝, 平面上则发展成多条放射状拉裂缝(见图 8(f)), 隧道锚发生整体拉剪破坏。

### 3.3 深埋情况结果分析

#### (1) 承载力分析

深埋情况荷载 - 位移关系曲线如图 9 所示, 图中曲线基本上由 3 条折线段组成, 表现为非常明显的三阶段特征。第一阶段, 荷载小于 4 倍缆力(1 242 MN)时, 位移随着荷载线性增加; 荷载由 4~8 倍缆力为第二阶段, 曲线斜率较上一阶段有所增加, 位移变化量增大, 局部出现破坏; 荷载超过 8 倍缆力(2 483 MN)后进入第三阶段, 此时曲线斜率急剧增加, 预示着发生整体破坏。因此, 深埋情况下隧道锚临界荷载为 1 242 MN, 极限荷载为 2 483 MN, 隧道锚的安全系数  $F_s = 8$ , 50 m 埋深情况相比浅埋情况增加了约 60%, 可见隧道锚的埋置深度对其承载性能影响较大, 当然承载力的具体增加幅度应同埋深值及地质条件有关系。埋深影响可从工程地质和力学机制 2 个角度加以解释。从地质角度来看, 埋深越大则岩体风化程度越低, 岩体质量也越好, 隧道锚与围岩形成复合受力体系, 其承载力自然就越高; 从力学机制角度分析, 上覆岩体压重作用以及上覆岩体本身强度的影响会改变隧道锚的破坏模式, 浅埋情况下易出现的喇叭形整体拉剪破坏模式在深埋情况下实际很难发生, 原因是深埋情况下完整通长的喇叭形岩体自重过大。因此实际隧道锚均



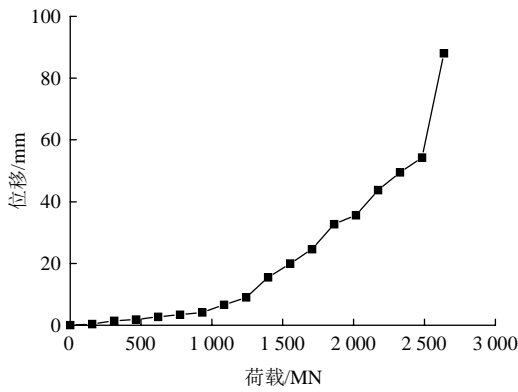


图 9 隧道锚荷载 - 位移曲线(深埋情况)

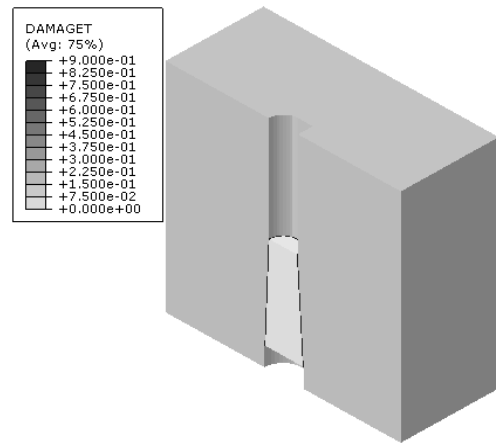
Fig.9 Load-displacement curve of deep buried tunnel anchors

设计有一定埋深。

另对比浅埋和深埋荷载 - 位移曲线, 可知深埋情况下第二阶段变形更为明显(斜率变化幅度大), 即浅埋情况下隧道锚的力学特性要更“脆”, 整体性破坏前变形小, 对于工程监控预警不利。这与岩体材料在围压作用下存在的脆 - 延 - 塑转换特征有关<sup>[24]</sup>。浅埋情况下岩体中自重应力较小, 围压也小, 围岩脆性特征较明显; 而深埋情况下自重应力大, 围压也较大, 故延性较强。

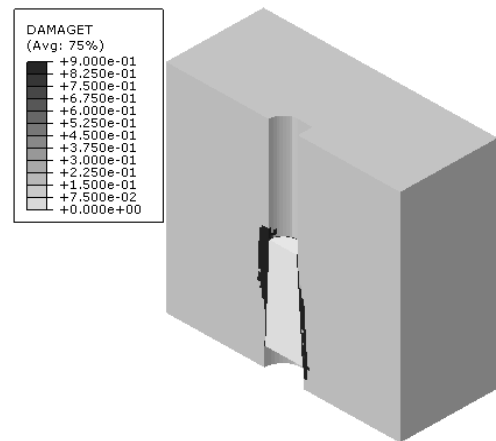
### (2) 加载破裂机制分析

隧道锚的损伤变量分布如图 10 所示。当荷载小于 4 倍缆力时, 岩体处于弹性阶段; 4~8 倍缆力范围内, 剪切破坏首先出现在锚塞体与围岩接触面的最底端(见图 10(a)), 且由下至上逐渐发展至锚塞体顶部(见图 10(b)); 之后破坏区从接触面向四周横向拓展, 破坏单元厚度增大(见图 10(c)), 最终形成一个上下贯通的破坏带, 隧道锚发生整体性破坏(见图 10(d))。与浅埋情况不同, 围岩中并未出现鼓胀裂缝(单纯的张拉破坏)。因此宏观来看, 深埋情况下隧道锚具有渐进破坏特征, 其破坏模式应该是沿

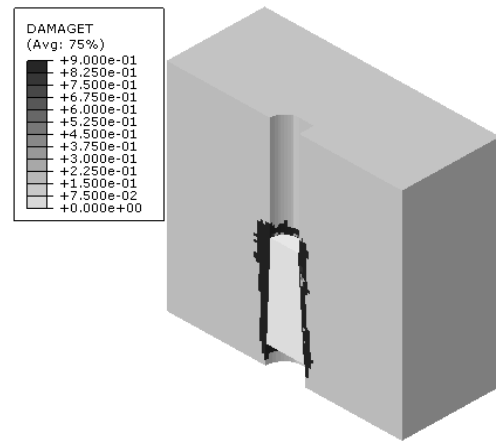


(a) 1 242 MN

(b) 2 483 MN



(c) 2 639 MN



(d) 2 794 MN



图 10 隧道锚的损伤变量分布云图(深埋情况)

Fig.10 Failure process of deep buried tunnel anchors

接触界面的剪切破坏, 因一般情况下锚塞体与围岩结合条件较好(如增加齿坎或锚杆), 其破坏面实际上多为位于围岩内的具有一定厚度的剪切带。

## 4 数值分析与试验结果对比

隧道锚破坏模式计算同室内模型试验结果<sup>[23]</sup>

对比如图 11 所示。模型试验几何比为 1 : 90，锚塞体采用石膏等材料配置，围岩采用重晶石粉、石英砂等配置，使用千斤顶在锚塞体后端面逐级施加荷载。图 11(a)和(c)为立面图，可见破裂面均呈喇叭形，而且左侧破裂面转折点位置基本一致，均距顶面约 1/3 高度处；但右侧差别较大，试验得出的破裂面包络范围明显大于计算值。原因可能有 2 个：一是试验误差，千斤顶加载位置可能略微有些偏右，右侧岩体因此受力较大；二是观察剖面位置的影响，从计算结果来看，受锚碇体的锥台外形及泊松比效应影响，锚塞体受荷使自身体积膨胀同时向上挤压围岩，围岩中产生鼓胀径向拉裂缝(见图 11(b)和(d))，地面拉裂缝的包络线实质就是喇叭形破坏岩体的外围，若在拉裂缝位置切剖面，破裂面范围看起来就较大，反之就较小。因此整体看来，岩体破裂面计算结果与试验值是基本相当的。

出现 2#拉裂缝(边墙与拱顶交界处)，这些拉裂缝均呈放射状分布，模型试验中同样观测到了 1#拉裂缝与 2#拉裂缝(见图 11(d))，而且出现位置与计算值相当吻合。

### 5 讨 论

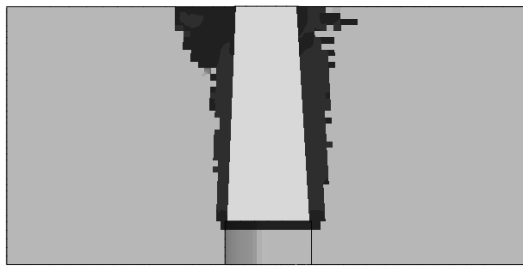
从前述数值分析结果以及与模型试验的对比可以看出，隧道式锚碇的变形破裂过程复杂，最终的破坏模式也多样化，对比已有的研究文献，有以下 2 个问题值得进一步讨论：

#### (1) 浅埋情况下隧道锚破坏面的形态问题

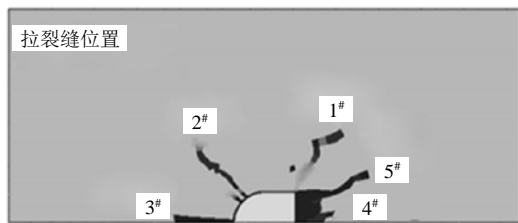
浅埋情况下隧道锚破坏问题类似桩基工程中短桩或岩土锚固工程中锚杆的抗拔问题。抗拔桩工程试验和实践表明，在各向同性完整岩石中，锚桩承受上拔力直至破坏时，一般呈现出一个倒置的岩石锥破坏模式，而在各向异性岩石中的破坏面形态取决于岩体结构面的组合特征及其加载方向<sup>[25]</sup>。可见，围岩体的破坏形态可能与围岩的完整性和节理裂隙发育程度有关，但在各向同性体中破坏面为直线型，这是一个共识也是目前设计计算中采用的假设。另外在锚杆的抗拔分析<sup>[26]</sup>中，对于均质坚硬岩石锚杆影响区扩展为顶角呈 90°、轴线与锚杆中心线重合的圆锥形，即破坏面为与锚杆轴线夹角为 45° 的直线；而在破碎或软弱岩石中，该夹角为岩体内摩擦角  $\varphi$ 。但是从本文研究结果来看，有两点不同：一是隧道锚破坏面并非为直线，而是一条曲线，破坏面与轴线的夹角也并非 45° 或  $\varphi$  (本文中围岩内摩擦角  $\varphi = 36.5^\circ$ )，平均夹角(基于体积相等的等效夹角)仅约 17°，即曲线破坏面所包络的围岩体积小于夹角按 45° 或  $\varphi$  考虑的直线型圆锥台面，也就是说若按传统的圆锥形破坏面计算可能会高估其承载力；二是破坏面并非传统认为的全部出现在围岩中的单一面，而是下部为锚塞体 - 围岩界面、上部处于围岩体内的复合面(见图 12)。因此，在今后隧道锚设计计算中应关注破坏面的实际形态问题，这对于抗拔短桩也同样适用。

#### (2) 隧道锚破坏模式的转换及临界埋深问题

从计算分析可知，埋深对隧道锚的破坏模式有影响，埋深小时隧道锚破坏模式为主要发生在围岩体内的喇叭形破坏，埋深较大时是沿锚塞体和围岩接触界面的直线形破坏；因此，当埋深由小变大时，破坏模式可能会从喇叭形破坏向界面破坏模式转换，模式转换时对应的埋深就是临界埋深，该埋深



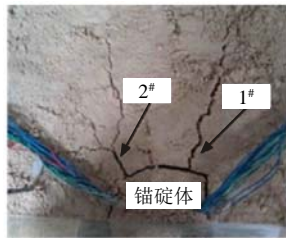
(a) 立面图(计算)



(b) 俯视图(计算)



(c) 立面图(试验)



(d) 俯视图(试验)

图 11 隧道锚破坏模式计算结果同试验结果的对比

Fig.11 Comparison of calculated results of tunnel anchor failure mode with test results

另外对比地面出现的破裂现象，计算结果显示，整体性破坏时地面上共出现 5 条拉裂缝(见图 11(b))，其中 1#拉裂缝(边墙与底板交界处)最先出现，然后

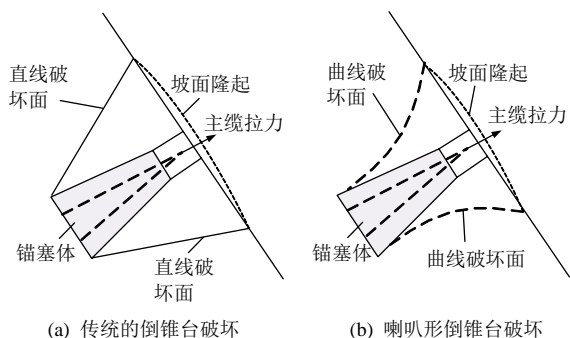


图 12 隧道锚破坏模式示意图

Fig.12 Diagrams of failure modes

的确定对于隧道锚设计计算具有一定意义，这值得今后进一步研究。另外二者在力学机制上也存在转换问题，浅埋情况破坏为张拉-剪切复合破坏机制，深埋时转化为剪切破坏。笔者认为这与围压作用下岩体脆-延-塑性的转换特征相关，浅埋时围压较小，容易出现张拉破坏，同时也导致隧道锚体系“脆性”大；而深埋时围压较大，张拉破坏被抑制，以剪切破坏为主，体系“延性”增强。从这个角度来看，临界埋深本质上应与隧道锚的围压直接相关，这有待进一步分析。

## 6 结 论

(1) 基于 ABAQUS 建立了岩体弹脆塑性损伤本构模型，该本构同时考虑岩体张拉-剪切复合破坏机制，能够较好地模拟岩体变形破裂全过程，拓展了原本本构模型的应用范围，在通用有限元平台上为研究岩体真实破裂过程提供了一种数值方法。

(2) 揭示了不同埋深情况下隧道式锚碇的破裂力学机制及破坏模式。不论浅埋还是深埋，变形破坏均有显著的渐进破坏特征，埋深变化下破坏模式的转变与围压作用下岩体脆-延-塑性的转换特征相关。浅埋情况下围压较小，隧道锚体系“脆性”大，容易发生张拉破坏，因此表现为喇叭形的张拉-剪切复合破坏模式。深埋情况下围压较大，张拉破坏被抑制，以剪切破坏为主，体系“延性”增强，因此隧道锚的破坏模式为沿锚塞体与围岩界面的剪切破坏，其极限承载力较浅埋情况下大幅度增加(本文 50 m 埋深情况增加约 60%)。

(3) 隧道锚的喇叭形破坏面不同于传统认识的直线型，模型试验也揭示了该现象，按传统的直线形倒锥台破坏面计算可能会高估其承载力，在隧道锚或抗拔短桩设计中应关注破坏面的实际形态。

## 参考文献(References):

- [1] 严国敏. 现代悬索桥[M]. 北京: 人民交通出版社, 2002: 90 - 98.(YAN Guomin. Modern suspension bridge[M]. Beijing: People's Transportation Press, 2002: 90 - 98.(in Chinese))
- [2] 钱冬生, 陈仁福. 大跨度悬索桥的设计与施工[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 1999: 13 - 15.(QIAN Dongsheng, CHEN Renfu. Design and construction of large span suspension bridge[M]. Chengdu: Southwest Jiaotong University Press, 1999: 13 - 15.(in Chinese))
- [3] 夏才初, 程鸿鑫, 李荣强. 广东虎门大桥东锚碇现场结构模型试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1997, 16(6): 571 - 576.(XIA Caichu, CHENG Hongxin, LI Rongqiang. Testing study on field structure model of the east anchorage of Guangdong Humen bridge[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1997, 16(6): 571 - 576.(in Chinese))
- [4] 肖本职, 吴相超. 鹅公岩长江大桥东锚碇围岩极限承载力 GM(1, 1)模型预测研究[J]. 长江科学院院报, 2005, 22(1): 35 - 38.(XIAO Benzhi, WU Xiangchao. Limit bearing capacity forecast of anchorage surrounding rock of Egongyan Changjiang bridge with GM(1, 1) model[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2005, 22(1): 35 - 38.(in Chinese))
- [5] 朱杰兵, 郭爱清, 黄正加, 等. 四渡河特大悬索桥隧道锚模型拉拔试验研究[J]. 长江科学院院报, 2006, 23(4): 51 - 55.(ZHU Jiebing, WU Aiqing, HUANG Zhengjia, et al. Pulling test of anchorage model of Siduhe suspension bridge[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2006, 23(4): 51 - 55.(in Chinese))
- [6] 胡波, 赵海滨, 王思敬, 等. 隧道锚围岩拉拔模型试验研究及数值模拟[J]. 岩土力学, 2009, 30(6): 1 576 - 1 582.(HU Bo, ZHAO Haibin, WANG Sijing, et al. Pull-out model test for tunnel anchorage and numerical analysis[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(6): 1 576 - 1 582.(in Chinese))
- [7] ZHANG Q H, LI Y J, YU A M W, et al. Study of the rock foundation stability of the Aizhai suspension bridge over a deep canyon area in China[J]. Engineering Geology, 2015, 198: 65 - 77.
- [8] 朱玉, 卫军, 李昊. 悬索桥隧道锚与下方公路隧道相互作用分析[J]. 铁道科学与工程学报, 2005, 2(1): 58 - 61.(ZHU Yu, WEI Jun, LI Hao. An analysis of the interaction between the tunnel anchor and the tunnel under the suspension bridge[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2005, 2(1): 58 - 61.(in Chinese))
- [9] 汪海滨, 高波, 朱栓来, 等. 四渡河特大悬索桥隧道式锚碇数值模拟[J]. 中国公路学报, 2006, 19(6): 74 - 78.(WANG Haibo, GAO Bo,

- ZHU Shuanlai, et al. Numerical simulation of tunnel anchoring in the Sidu river bridge[J]. Journal of Chinese Highway, 2006, 19(6): 74 - 78.(in Chinese))
- [10] 罗莉娅, 卫 军. 岩体蠕变对悬索桥隧道锚围岩稳定性的影响分析[J]. 中南公路工程, 2007, 32(3): 133 - 136.(LUO Liya, WEI Jun. Analysis on the influence of rock mass creep on the stability of anchor surrounding rock of suspension bridge[J]. Central South Road Engineering, 2007, 32(3): 133 - 136.(in Chinese))
- [11] 董志宏, 张奇华, 丁秀丽, 等. 矮寨悬索桥隧道锚稳定性数值分析[J]. 长江科学院院报, 2005, 22(6): 54 - 58.(DONG Zhihong, ZHANG Qihua, DING Xiuli, et al. Numerical analysis of the stability of the tunnel anchorage in the tunnel[J]. Journal of the Yangtze Academy of Sciences, 2005, 22(6): 54 - 58.(in Chinese))
- [12] 中国岩石力学与工程学会. 岩石力学与岩石工程学科发展报告[M]. 北京: 中国科学技术出版社, 2010: 62 - 77.(China Rock Mechanics and Engineering Society. Development report of rock mechanics and rock engineering discipline[M]. Beijing: China Science and Technology Press, 2010: 62 - 77.(in Chinese))
- [13] 唐春安, 李连崇, 李常文, 等. 岩土工程稳定性分析 RFPa 强度折减法[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(8): 1 522 - 1 530.(TANG Chun'an, LI Lianchong, LI Changwen, et al. Analysis of stability of RFPa in geotechnical engineering[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(8): 1 522 - 1 530.(in Chinese))
- [14] 唐春安, 张永彬. 岩体间隔破裂机制及演化规律初探[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(7): 1 362 - 1 369.(TANG Chun'an, ZHANG Yongbin. A preliminary study on the mechanism of fracture mechanism and evolution of rock mass[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(7): 1 362 - 1 369.(in Chinese))
- [15] 江 南, 冯 君. 铁路悬索桥大吨位隧道锚承载性能分析[J]. 铁道学报, 2013, 35(8): 88 - 93.(JIANG Nan, FENG Jun. Analysis of the anchor load of large tonnage tunnel of railway suspension bridge[J]. Journal of Railways, 2013, 35(8): 88 - 93.(in Chinese))
- [16] 郑颖人, 赵尚毅, 张鲁渝. 用有限元强度折减法进行边坡稳定分析[J]. 中国工程科学, 2002, 4(10): 57 - 61.(ZHENG Yingren, ZHAO Shangyi, ZHANG Luyu. Analysis of slope stability using finite element strength reduction method[J]. China Engineering Science, 2002, 4(10): 57 - 61.(in Chinese))
- [17] LUBLINER J, OLIVER J, OLLER S, et al. A plastic-damage model for concrete[J]. International Journal of Solids and Structures, 1989, 25(3): 299 - 329.
- [18] LEE J, FENVES G L. Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1998, 24(8): 892 - 900.
- [19] BRADY B H G, BROWN E T. Rock mechanics[M]. London: Chapman and Hall, 1993: 87 - 105.
- [20] 徐干成, 郑颖人. 岩石工程中屈服准则应用的研究[J]. 岩土工程学报, 1990, 12(2): 93 - 99.(XU Gancheng, ZHENG Yingren. Application of yield criterion in rock engineering[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1990, 12(2): 93 - 99.(in Chinese))
- [21] WAWERSIK W R, FAIRHURST C. A study of brittle rock fracture in laboratory compression experiments[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1970, 7(5): 561 - 575.
- [22] BAI T, POLLARD D D, GAO H. Explanation for fracture spacing in layered materials[J]. Nature, 2000, 403: 753 - 756.
- [23] 江 南. 铁路悬索桥隧道式锚碇承载机理及计算方法研究[博士学位论文][D]. 成都: 西南交通大学, 2013.(JIANG Nan. The carrying mechanism and calculation method of the tunnel anchorage of railway suspension Bridges[Ph. D. Thesis][D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2013.(in Chinese))
- [24] 马 刚, 周创兵, 常晓林, 等. 岩石破坏全过程的连续 - 离散耦合分析方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(12): 2 444 - 2 455.(MA Gang, ZHOU Chuangbing, CHANG Xiaolin, et al. Methods of continuous and discrete coupling analysis of rock failure process[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30(12): 2 444 - 2 455.(in Chinese))
- [25] 史佩栋, 顾晓鲁. 桩基工程手册—桩和桩基础手册[M]. 北京: 人民交通出版社, 2008: 161 - 174.(SHI Peidong, GU Xiaolu. Pile foundation engineering manual—pile and pile foundation manual[M]. Beijing: People's Transportation Press, 2008: 161 - 174.(in Chinese))
- [26] 程良奎. 岩土锚固[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2003: 48 - 51.(CHENG Liangkui. Rock and earth anchorage[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2003: 48 - 51.(in Chinese))