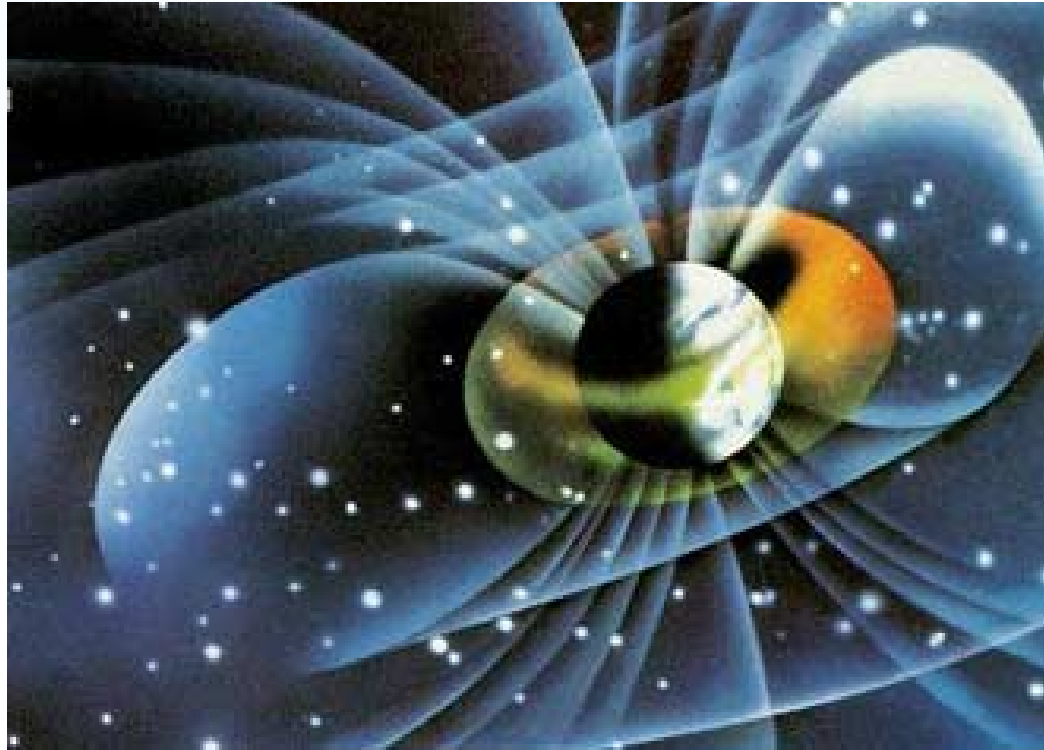


# 第七章 电流与磁场



# 地球周围空间的磁场如何分布？

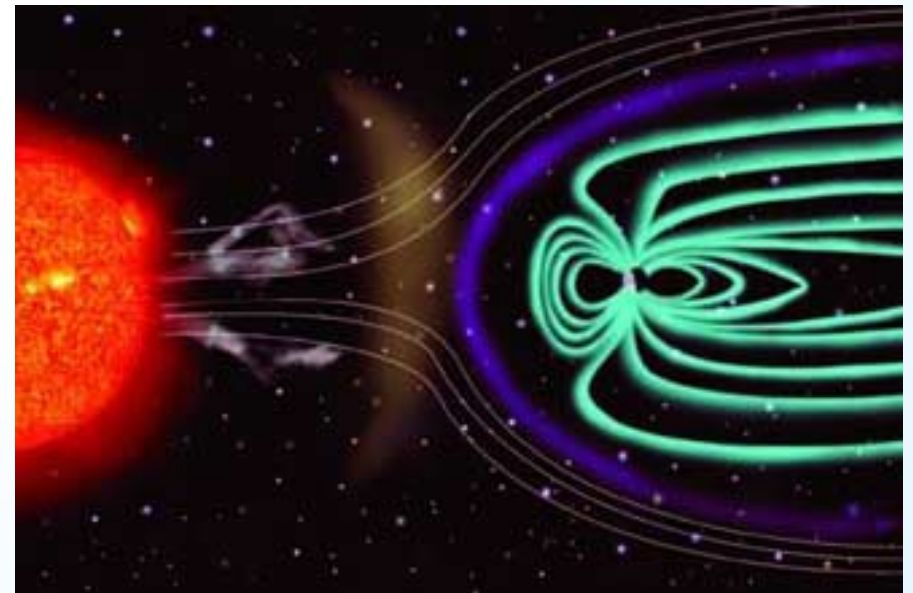
与它内部的结构有关

与它自身的运动状态有关

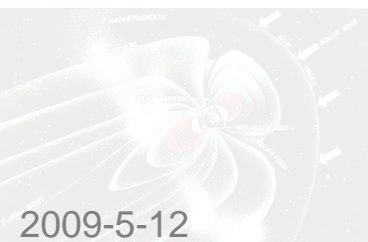
地磁场能抵挡太阳风吗？

什么是太阳风？

磁暴是什么？



太阳风是一种来自太阳影响地球空间环境的稀薄而炽热的电离气体，由质子、 $\alpha$ 粒子、少数重离子和电子流组成的。它们由太阳表面发出，以300至800公里/秒的速度“刮”到地球。太阳风会影响卫星和航天设备等的正常运行以及干扰地球上无线电通讯正常工作，它所引起的磁暴也会影响地球上的敏感的电子控制系统。另外，太阳风剧烈时也可能对人体产生伤害。



# 第7章 电流与磁场

## § 7-1 恒定电流和恒定电场 电动势

**主要任务：**研究相对于观察者运动的电荷在空间激发的场——恒定磁场 (steady magnetic field) 的规律。

**静电场：**相对于观察者静止的电荷周围的电场

静电感应：电荷瞬间宏观定向运动 }  
 介质极化：电荷瞬间微观定向运动 }  
 形成——平衡后电场

**问题：**运动电荷周围电场？

**恒定电场：**存在电荷宏观定向运动  
 ——**电流**

通过截面 $S$ 的电流强度 $I$  不变  
 通过截面内各点电流密度 $\delta$ 不变  
 ——**恒定电流**

空间电荷分布不变(流入=流出)  
 →分布不变的**场**

### 一、形成电流的条件

携带电荷并形成电流的带电粒子，  
 统称为**载流子(carrier)**。  
 金属内的载流子是电子。

# 第7章 电流与磁场

## § 7-1 恒定电流和恒定电场 电动势

**主要任务：**研究相对于观察者运动的电荷在空间激发的场——恒定磁场 (steady magnetic field) 的规律。

**静电场：**相对于观察者静止的电荷周围的电场

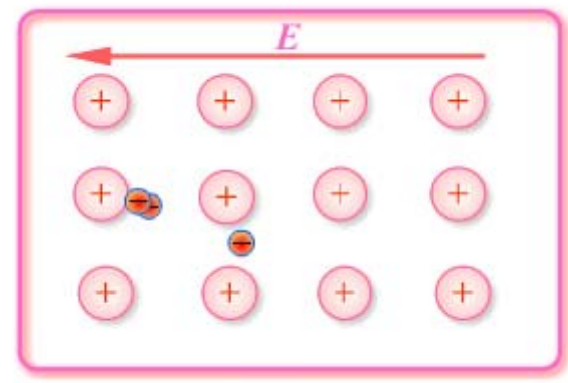
静电感应：电荷瞬间宏观定向运动 }  
 介质极化：电荷瞬间微观定向运动 }  
 形成——平衡后电场

**问题：**运动电荷周围电场？  
**恒定电场：**存在电荷宏观定向运动  
 ——**电流**

通过截面S的电流强度I 不变  
 通过截面内各点电流密度δ不变  
 ——**恒定电流**

空间电荷分布不变(流入=流出)  
 →分布不变的**场**

**一、形成电流的条件**  
 携带电荷并形成电流的带电粒子，统称为**载流子(carrier)**。  
 如：金属内的载流子是电子。



- 1、电流的种类：  
**传导电流(conducting current)**  
 自由电子(free electron)  
 正负离子(cation、anion)  
 电子—空穴(hole)对等  
**运流电流(convection current)**

# 1、电流的种类:

## 传导电流(conducting current)

- 自由电子(free electron)
- 正负离子(cation、anion)
- 电子—空穴(hole)对等

## 运流电流(convection current)

——带电体作机械运动形成。

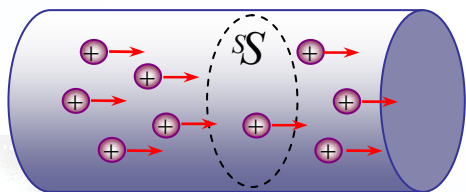
## 位移电流(displacement current)

# 2、导体中形成电流的条件:

- (1) 有可以移动的电荷;
- (2) 有维持电荷作定向移动的电场。

# 3、电流的定义

单位时间内通过导体任一截面的电量为电流强度(electric current strength)。



$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

电流强度随时间而变化(例如交流电), 可用瞬时电流强度来表示, 即

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

单位: 安培(A)

在SI中, 规定电流强度为基本量, 1s内通过导体任一截面的电荷为1C的电流强度称为1A, 即

$$1A = \frac{1C}{1s}$$

## 二、恒定电流与恒定电场

### 1. 恒定电流(steady current):

——电流分布不随时间变化

$$\frac{dq}{dt} = \text{常量}$$

### 2. 恒定电场(steady electric field):

## 二、恒定电流与恒定电场

### 1. 恒定电流(steady current):

——电流分布不随时间变化

$$\frac{dq}{dt} = \text{常量}$$

### 2. 恒定电场(steady electric field):

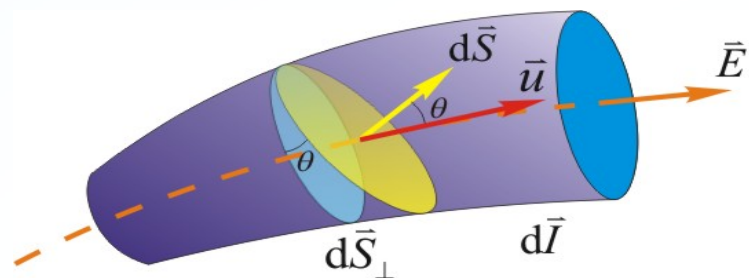
——维持恒定电流所需的电场，其分布不随时间变化。

### 静电场与恒定电场比较

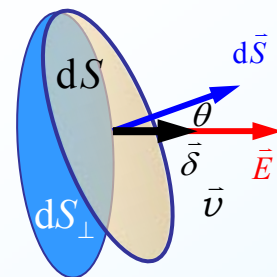
	不同	相同
静电场	$I = 0$ 导体内 $\vec{E} = 0$ 一经建立不需能量维持	$q, \vec{E}$ 分布不随时间变化  高斯定理 →有源性 环路定理 →保守性 均适用
恒定电场	$I = \text{恒量}$ 导体内 $\vec{E} \neq 0$ $\vec{E}$ 分布不变 其存在一定伴随能量转换	高斯定理 →有源性 环路定理 →保守性 均适用

## 三、电流与电流密度

### 1. 电流密度矢量(current density)



$$\vec{\delta} = \frac{dI}{dS_{\perp}} \vec{n}$$



大小：通过与该点  $\vec{E}$  垂直的单位截面的电流。

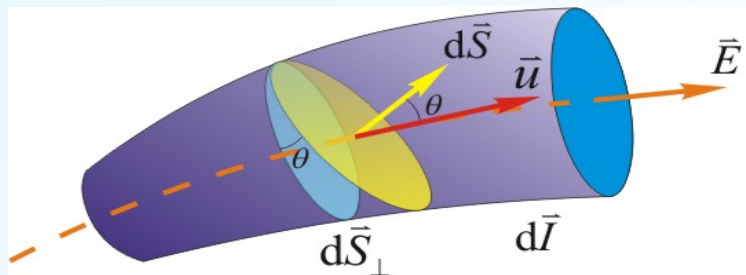
方向：与  $+q$  的漂移运动方向， $\vec{E}$  方向相同。

单位：安·米<sup>-2</sup>(A·m<sup>-2</sup>)

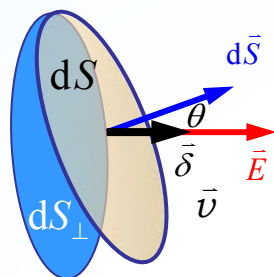
$$dI = \delta dS_{\perp} = \delta dS \cos \theta = \vec{\delta} \cdot d\vec{S}$$

### 三、电流与电流密度

#### 1. 电流密度矢量(current density)



$$\vec{\delta} = \frac{dI}{dS_{\perp}} \vec{n}$$



大小：通过与该点  $\vec{E}$  垂直的单位截面的电流。

方向：与  $+q$  的漂移运动方向， $\vec{E}$  方向相同。

单位：安·米<sup>-2</sup>(A·m<sup>-2</sup>)

$$dI = \delta dS_{\perp} = \delta dS \cos \theta = \vec{\delta} \cdot d\vec{S}$$

通过一个有限截面  $S$  的电流强度为

$$I = \int_S \vec{\delta} \cdot d\vec{S}$$

即：电流强度是电流密度矢量通过  $S$  面的通量。

#### 2. 电流密度与电流定向速度的关系

(1) 金属导电的经典解释：

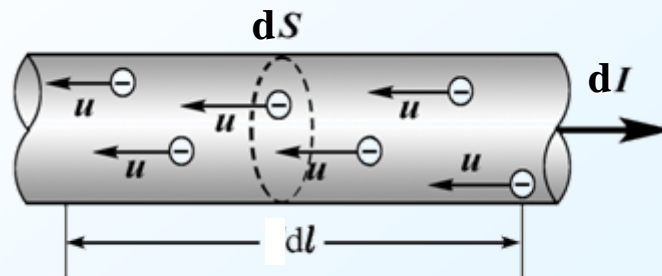
电场中,自由电子运动

= 热运动 + 定向加速运动

频繁碰撞使加速运动间断进行, 其平均效果为定向匀速运动

—— 漂移运动(excursion motion)。

(2) 电流密度与电流定向速度的关系





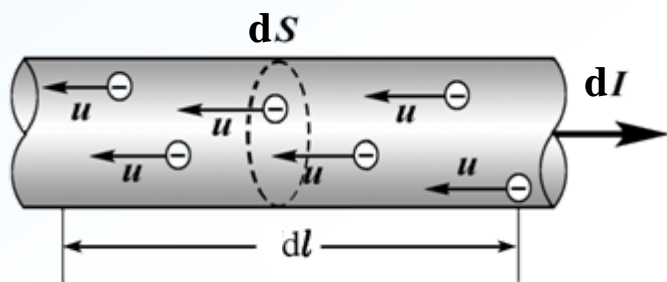
## 2. 电流密度与电流定向速度的关系

### (1) 金属导电的经典解释:

电场中,自由电子运动  
= 热运动 + 定向加速运动

频繁碰撞使加速运动间断进行, 其  
平均效果为定向匀速运动  
—— 漂移运动(excursion motion)。

### (2) 电流密度与电流定向速度的关系



设电子数密度为  $n$  的电子以速率  $u$  漂移,  
单位时间内通过截面  $dS_{\perp}$  的电流强度  $dI$  为

$$dI = \frac{dq}{dt} = \frac{nedS_{\perp} \cdot dl}{dt} = ne dS_{\perp} u$$

则电流密度的大小为

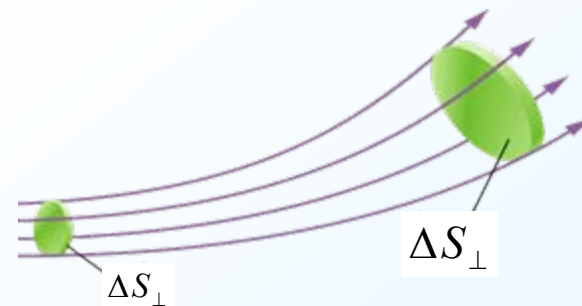
$$\delta = \frac{dI}{dS_{\perp}} = neu$$

矢量式  $\vec{\delta} = -ne\vec{u}$

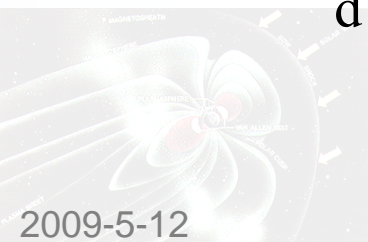
或  $\vec{\delta} = nq\vec{u}$

## 3. 电流的连续性方程(continuity equation)

(1) 电流线: 形象描述电流分布,  
—— 电流密度矢量线。

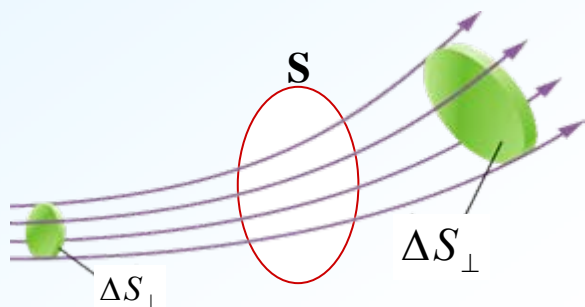


曲线上每一点的切线方向为  $\vec{\delta}$  的方向,  
曲线的疏密表示它的大小。



### 3. 电流的连续性方程(continuity equation)

(1) 电流线： 形象描述电流分布，  
——电流密度矢量线。



曲线上每一点的切线方向为  $\vec{\delta}$  的方向，曲线的疏密表示它的大小。

由  $\delta$  的空间点分布  $\rightarrow$  场分布，称之为：**电流场**。

#### (2) 电流的连续性方程

在电流场中选一闭合曲面S, 单位时间内从S面内流出的电荷量为：

$$\oiint_S \vec{\delta} \cdot d\vec{S}$$

设时间  $dt$  内S面内的电量的增量为  $dq$ , 则在单位时间内S面内的电量减少为：

$$-\frac{dq}{dt} = \iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

据电荷守恒定律，电流密度矢量的通量等于该面内电荷减少的速率：

$$\oiint_S \vec{\delta} \cdot d\vec{S} = -\iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

——**电流连续性方程**

#### (3) 恒定电流

当电荷分布不随时间变化(电场不变)时，电流将达到稳恒。

$$\oiint_S \vec{\delta} \cdot d\vec{S} = 0$$

说明：

1° 在没有分支的恒定电路中，**通过各截面的电流必定相等**；而且恒定电路必定是闭合的。

$$-\frac{dq}{dt} = \iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

据电荷守恒定律，电流密度矢量的通量等于该面内电荷减少的速率：

$$\oiint_S \vec{\delta} \cdot d\vec{S} = -\iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

——电流连续性方程

### (3) 恒定电流

当电荷分布不随时间变化(电场不变)时，电流将达到稳恒。

$$\oiint_S \vec{\delta} \cdot d\vec{S} = 0$$

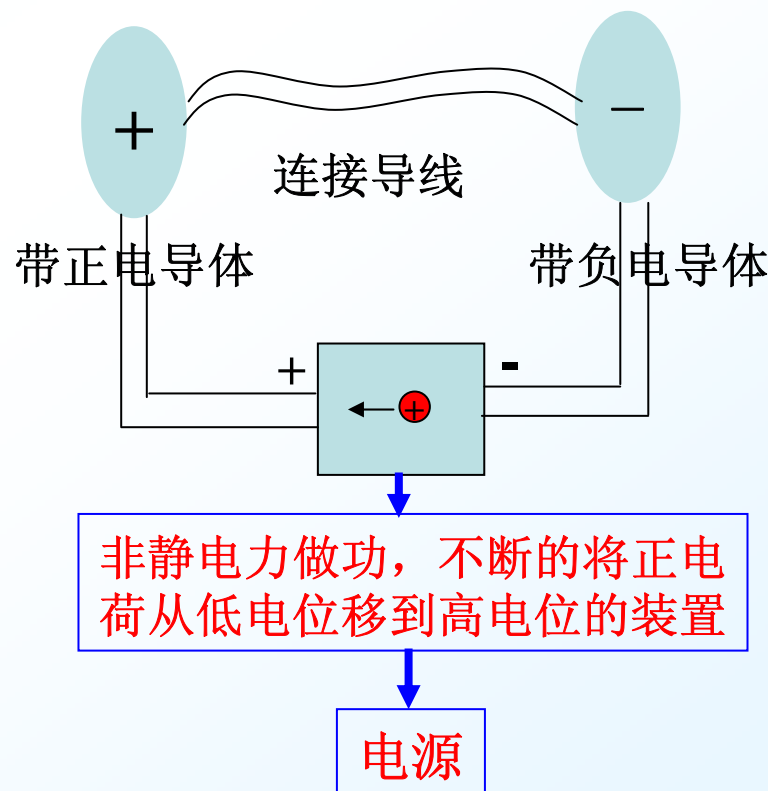
说明：

1° 在没有分支的恒定电路中，通过各截面的电流必定相等；而且恒定电路必定是闭合的。

2° 恒定电流情况下的电荷分布(净电荷的宏观分布不随时间改变)所激发的恒定电场与静电场服从同样的基本规律。

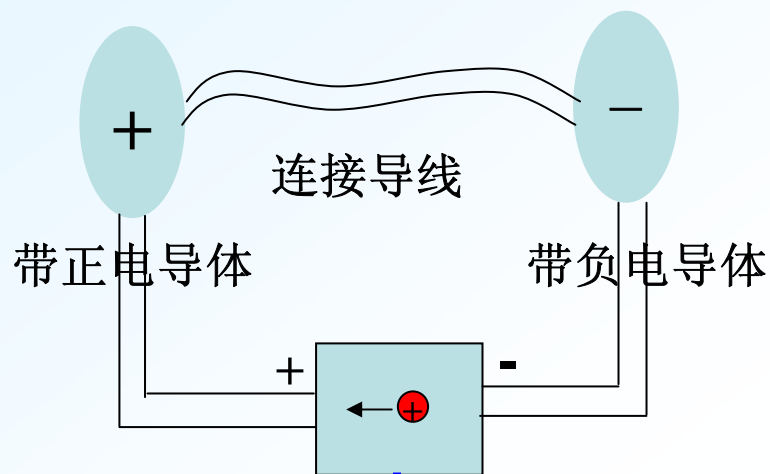
### 四、电源及电源电动势

问题：能否形成恒定电流？



## 四、电源及电源电动势

问题：能否形成恒定电流？



非静电力做功，不断的将正电荷从低电位移到高电位的装置

电源

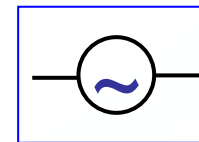
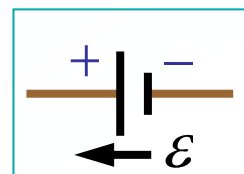
维持外电路两端的电势差

形成恒定电流

### 1、电源：

将其他形式的能转换为电能的装置。

符号：



### 2、电源电动势(electromotive force, Emf)：

把单位正电荷经电源内部从负极移到正极，非静电力所作的功。

——描述电源做功的本领的物理量

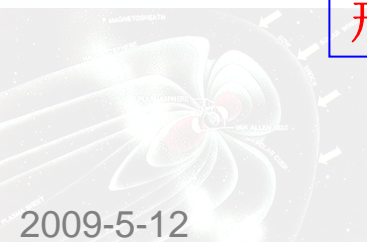
设电荷 $q$ 在电源内受非静电力 $\vec{F}_k$ ，  
则，电源内部的非静电场为：

$$\vec{E}_k = \frac{\vec{F}_k}{q}$$

电源电动势：

$$\varepsilon = \int_{-}^{+} \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

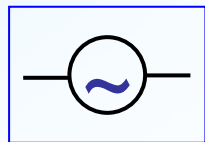
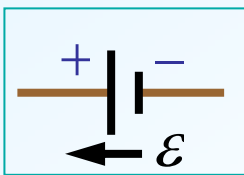
方向：经电源内部由负极指向正极。



## 1、电源：

将其他形式的能转换为电能的装置。

符号：



## 2、电源电动势(electromotive force, Emf):

把单位正电荷经电源内部从负极移到正极，非静电力所作的功。

——描述电源做功的本领的物理量

设电荷 $q$ 在电源内受非静电力 $\vec{F}_k$ ，  
则，电源内部的非静电场为：

$$\vec{E}_k = \frac{\vec{F}_k}{q}$$

电源电动势：

$$\varepsilon = \int_{-}^{+} \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

方向：经电源内部由负极指向正极。

对整个电路有：

$$\varepsilon = \oint_L \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

说明：

- ①  $\varepsilon$  反映电源做功本领，与外电路闭合否无关；
- ②  $\varepsilon$  是标量，遵循代数运算法则。

# § 7-2 恒定磁场和磁感应强度

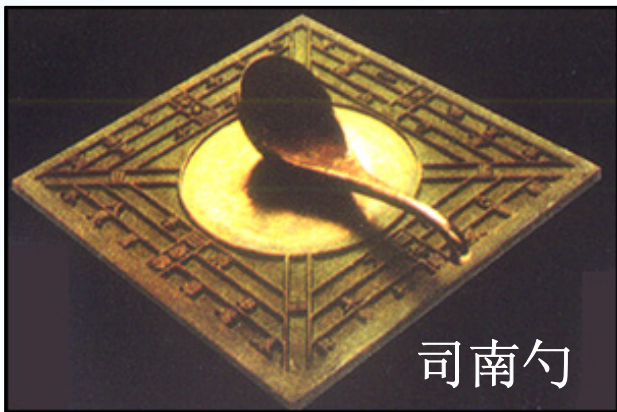
## 一、磁的基本现象

### 1. 磁铁的磁性(magnetism)

**磁性:** 能吸引铁、钴、镍等物质的性质。

**磁极(pole):** 磁性最强的区域，分磁北极N和磁南极S。

北宋 沈括发明“指南针（罗盘）”

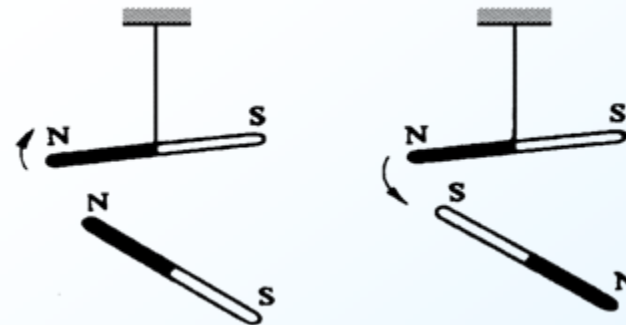


两极不可分割，即“单极子”不存在。



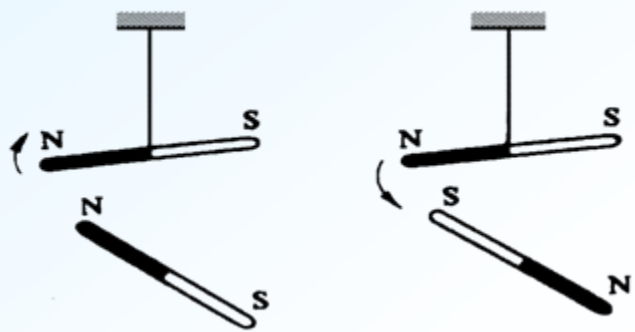
**磁力(magnetic force):**

磁极间存在相互作用，同号相斥，异号相吸。

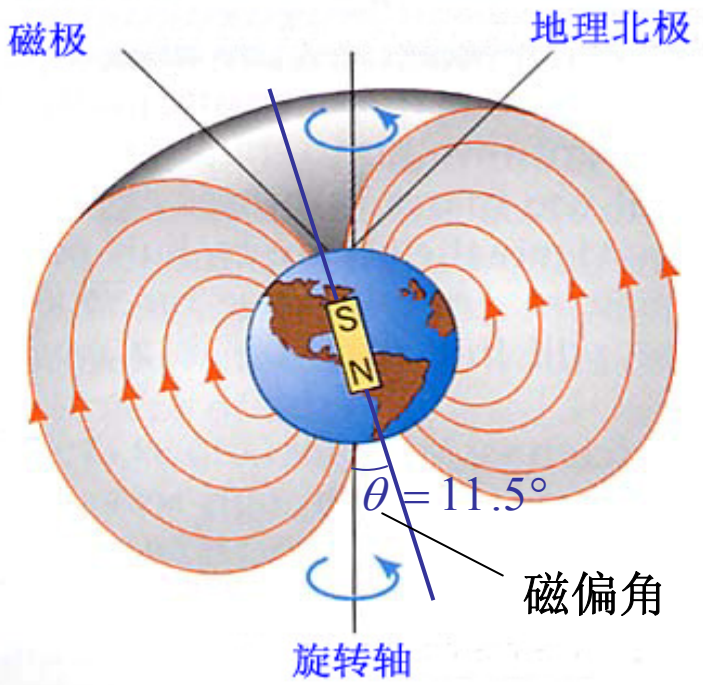


### 磁力(magnetic force):

磁极间存在相互作用，同号相斥，异号相吸。



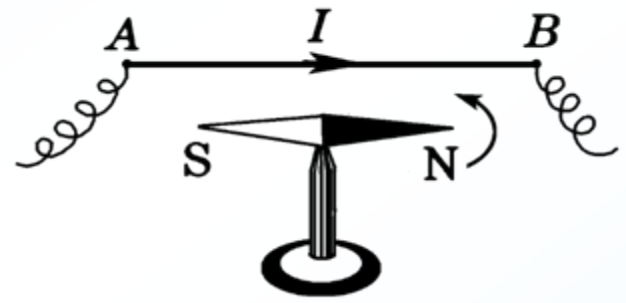
地球是一个巨大的永磁体。



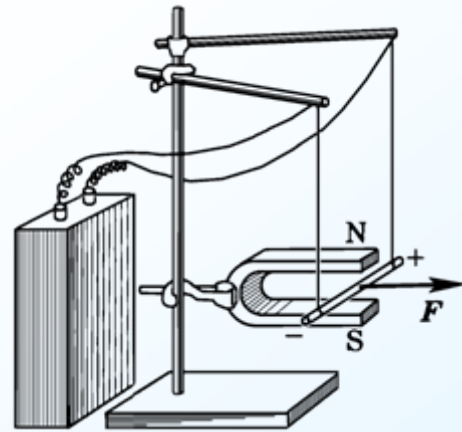
问题：磁现象产生的原因是什么？

### 2. 电流的磁效应

1819奥斯特实验表明：电流对磁极有力的作用



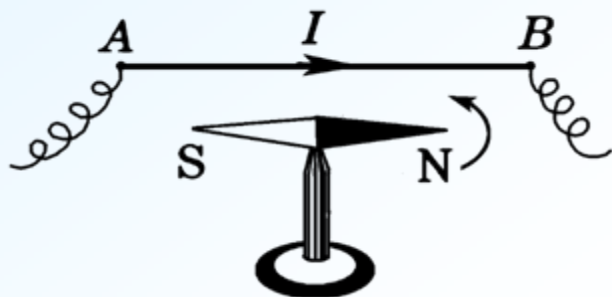
磁铁对电流有作用



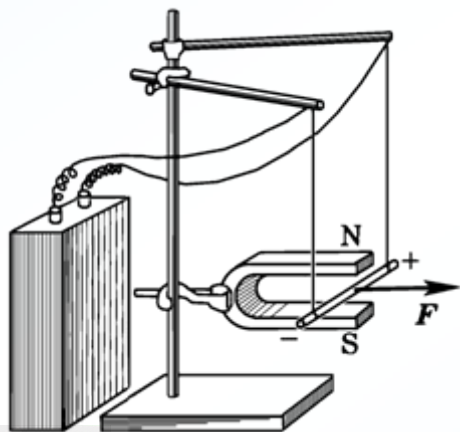
**问题：**磁现象产生的原因是什么？

## 2. 电流的磁效应

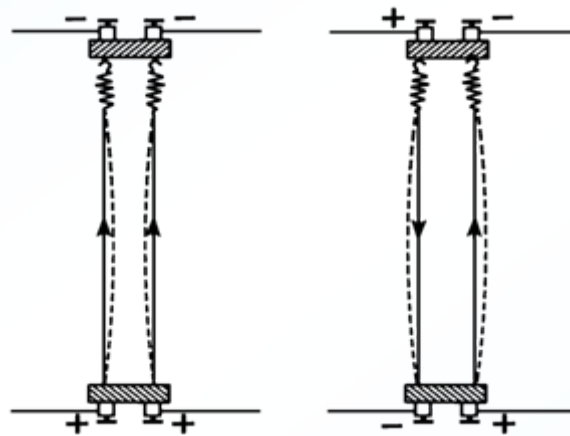
1819奥斯特实验表明：电流对磁极有力的作用



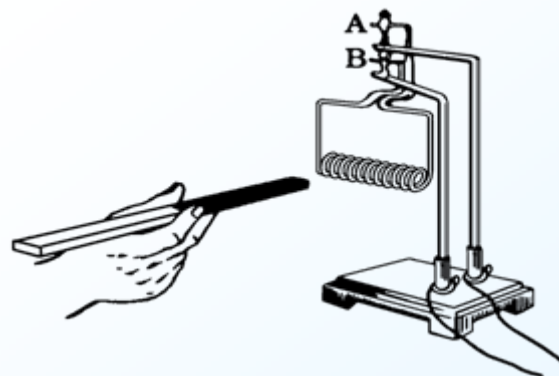
磁铁对电流有作用



电流间有相互作用



载流线圈的行为像一块磁铁

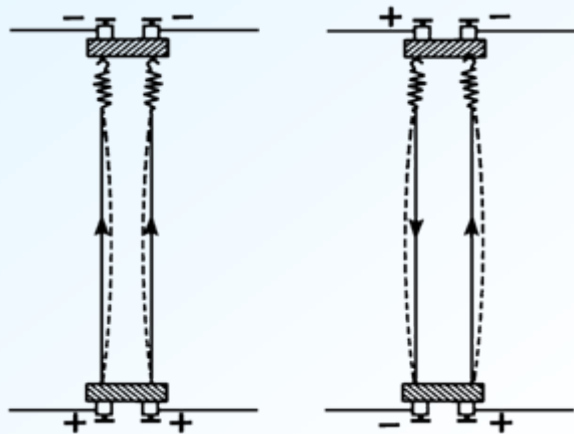


**结论：**磁现象与电荷的运动有着密切的关系。运动电荷既能产生磁效应，也受到磁力的作用。

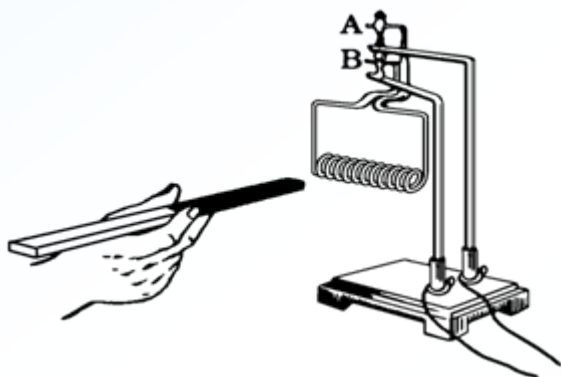




## 电流间有相互作用



## 载流线圈的行为像一块磁铁

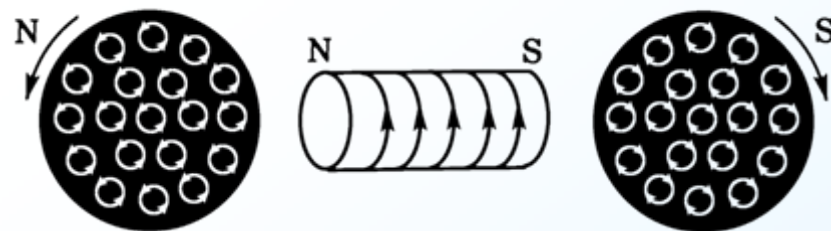


**结论:** 磁现象与电荷的运动有着密切的关系。运动电荷既能产生磁效应，也受到磁力的作用。

## 3.安培电流分子(molecular current)

### 假说(1822年):

- 一切磁现象起源于电荷的运动。
- 磁性物质的分子中存在着分子电流，每个分子电流相当于一基元磁体。
- 物质的磁性取决于内部分子电流对外界磁效应(magnetic effect)的总和。
- 说明了磁极不能单独存在的原因。



## 二、磁场 磁感强度

### 1. 磁场(magnetic field)



## 二、磁场 磁感强度

### 1. 磁场(magnetic field)



### 2. 磁感应强度(magnetic induction) $\vec{B}$

——描述磁场大小和方向的物理量

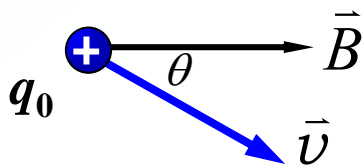
(1) 定义:  $\vec{B}$  的方向: 小磁针N极指向;

$\vec{B}$  的大小:

实验: 正试验电荷  $q_0$  以速率  $\vec{v}$  在场中沿不同方向运动受力:

实验结果:

a.  $F \perp \vec{v}$ 、 $\vec{B}$  组成的平面;



b.  $F$  大小正比于  $v$ 、 $q_0$ 、 $\sin\theta$

$q_0$  沿磁场方向运动,  $F=0$

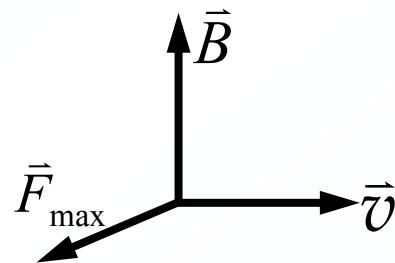
$q_0$  垂直磁场方向运动,  $F = F_{\max}$

定义磁感强度的大小:

$$B = \frac{F_{\max}}{q_0 v}$$

单位: 特斯拉(T)

方向:  $\vec{F}_{\max} \times \vec{v}$



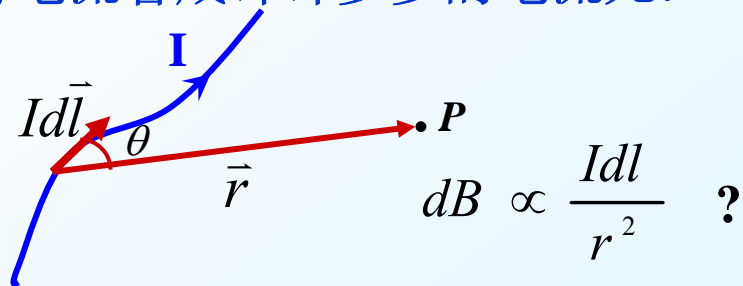
## § 7-3 毕奥-萨伐尔定律

### 一、毕奥—萨伐尔定律

思想: 我们在研究带电体产生的电场时, 将其看成许许多多电荷元。即:

$$dE \propto \frac{dq}{r^2}$$

将电流看成许许多多的电流元:  $Id\vec{l}$



$$dB \propto \frac{Idl}{r^2} \quad ?$$

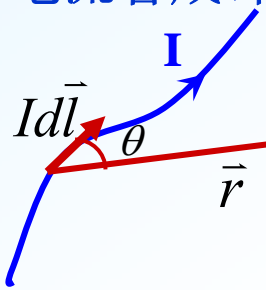
## § 7-3 毕奥-萨伐尔定律

### 一、毕奥—萨伐尔定律

思想：我们在研究带电体产生的电场时，将其看成许许多多电荷元。即：

$$dE \propto \frac{dq}{r^2}$$

将电流看成许许多多的电流元： $Id\vec{l}$



$$dB \propto \frac{Idl}{r^2} \quad ?$$

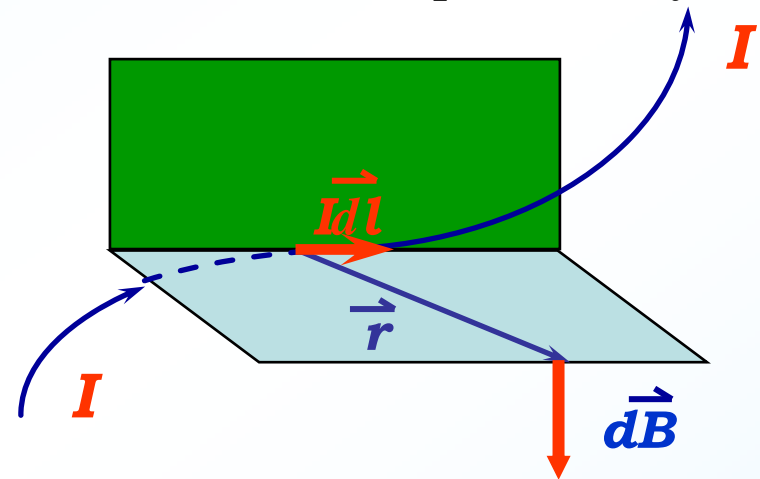
实验证明：
$$dB \propto \frac{Idl \sin \theta}{r^2}$$

在真空和SI制中，
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \theta}{r^2}$$

方向：
$$Id\vec{l} \times \vec{r}$$

写成矢量表示：
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}^0}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

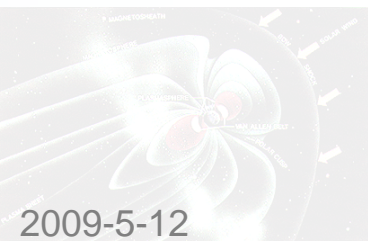
其中， $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ 亨利·米<sup>-1</sup>(H·m<sup>-1</sup>)  
——真空中的磁导率(permeability)



### 二、毕奥—萨伐尔定律应用举例

恒定磁场的计算步骤：

- ① 选取电流元或某些典型电流分布为积分元；
- ② 由毕-萨定律写出积分元的磁场dB；
- ③ 建立坐标系，将dB分解为分量式，对每个分量积分(统一变量、确定上下积分限)
- ④ 求出总磁感应强度大小、方向，对结果进行分析

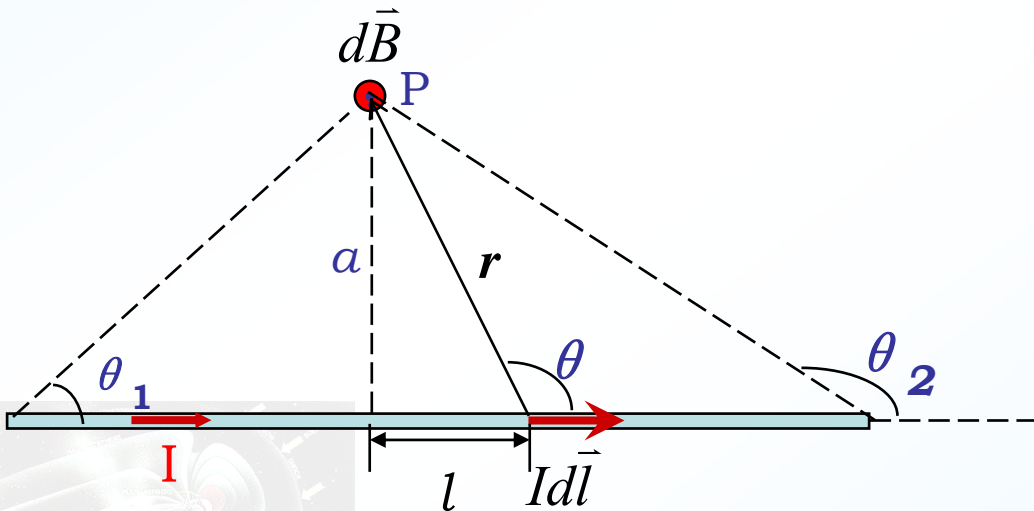


## 二、毕奥—萨伐尔定律应用举例

恒定磁场的计算步骤:

- ① 选取电流元或某些典型电流分布为积分元;
- ② 由毕-萨定律写出积分元的磁场  $d\mathbf{B}$ ;
- ③ 建立坐标系, 将  $d\mathbf{B}$  分解为分量式, 对每个分量积分(统一变量、确定上下积分限)
- ④ 求出总磁感应强度大小、方向, 对结果进行分析

**例7-1.** 载流直导线附近一点的磁感应强度



解: 在导线上任取  $Id\vec{l}$   
——在图上画出

根据毕奥—萨伐尔定律,

$$dB = \frac{\mu_0 Idl \sin \theta}{4\pi r^2}$$

方向恒垂直屏向外  $\odot$   
(故可以直接积分)

选  $\theta$  为积分变量,

$$l = a \cdot \cot(\pi - \theta) = -a \cdot \cot \theta$$

$$dl = \frac{a d\theta}{\sin^2 \theta} \quad r = \frac{a}{\sin \theta}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

公式

讨论:

解：在导线上任取  $I d\vec{l}$   
 ——在图上画出

根据毕奥—萨伐尔定律，

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin \theta}{4 \pi r^2}$$

方向恒垂直屏向外  $\odot$

(故可以直接积分)

选  $\theta$  为积分变量，

$$l = a \cdot \cot(\pi - \theta) = -a \cdot \cot \theta$$

$$dl = \frac{a d\theta}{\sin^2 \theta} \quad r = \frac{a}{\sin \theta}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4 \pi a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4 \pi a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

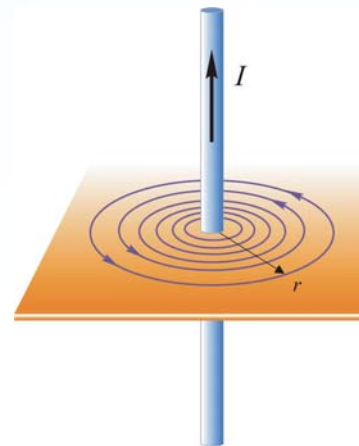
常用公式

讨论：

(1) “无限长”载流导线

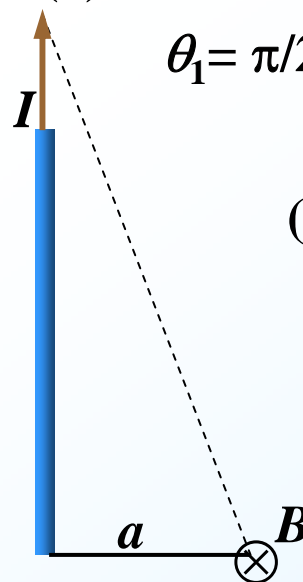
$$\theta_1 = 0, \quad \theta_2 = \pi$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2 \pi a}$$



(2) “半无限长”载流导线

$$\theta_1 = \pi/2, \quad \theta_2 = \pi \quad B = \frac{\mu_0 I}{4 \pi a}$$



(3) P点在导线的延长线上

$$B = 0$$

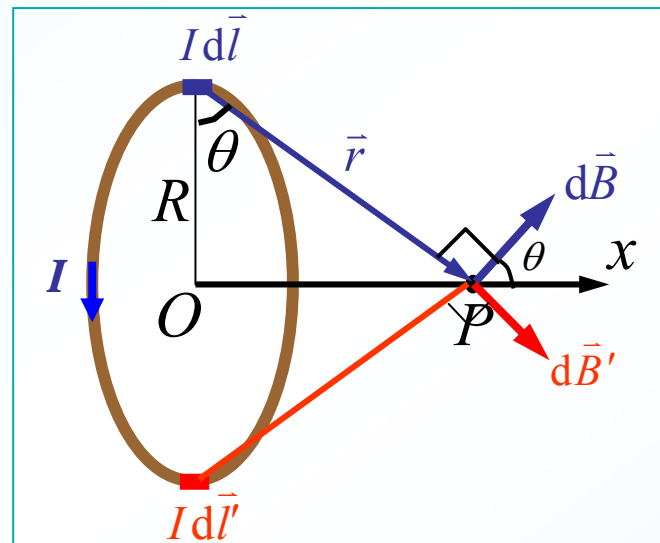
**例7-2.** 载流圆线圈半径为 $R$ ，电流强度为 $I$ 。求轴线上距圆心 $O$ 为 $x$ 处 $P$ 点的磁感强度。

解：在圆电流上取电流元  $Id\vec{l}$   
根据毕奥-萨伐尔定律

$$dB = \frac{\mu_0 Idl \sin 90^\circ}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 Idl}{4\pi r^2} \quad \text{方向如图}$$

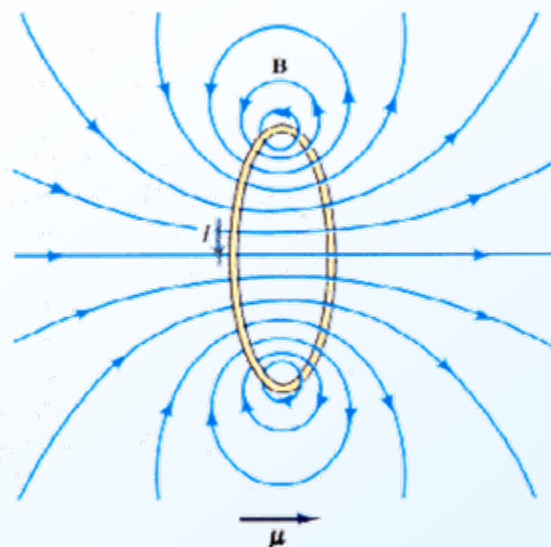
各电流元在 $P$ 点  $d\vec{B}$  大小相等，方向不同，

由对称性： $B_{\perp} = \int dB_{\perp} = 0$



$$B = B_{//} = \int dB \cos\theta = \int \frac{\mu_0 Idl}{4\pi r^2} \frac{R}{r}$$

$$= \frac{\mu_0 IR^2}{4\pi r^3} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$$



**例7-2.** 载流圆线圈半径为 $R$ ，电流强度为 $I$ 。求轴线上距圆心 $O$ 为 $x$ 处 $P$ 点的磁感强度。

解：在圆电流上取电流元  $I d\vec{l}$   
根据毕奥-萨伐尔定律

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin 90^\circ}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2} \quad \text{方向如图}$$

各电流元在 $P$ 点  $d\vec{B}$  大小相等，方向不同，

由对称性： $B_{\perp} = \int dB_{\perp} = 0$

$$B = B_{\parallel} = \int dB \cos\theta = \int \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2} \frac{R}{r}$$

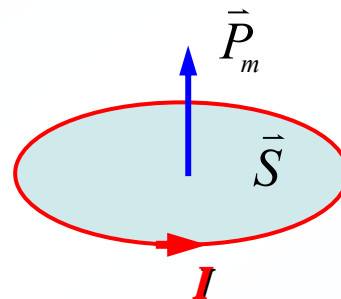
$$= \frac{\mu_0 I R}{4\pi r^3} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

讨论：1) 圆心处磁场  $x=0$

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R} ; \quad \mathbf{N} \text{ 匝: } B_0 = \frac{N\mu_0 I}{2R}$$

2) 定义  $\vec{P}_m = I \cdot S \vec{e}_n$

——电流的磁矩(magnetic moment)



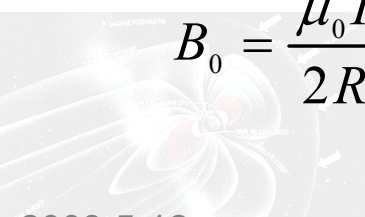
$S$ : 电流所包围的面积,规定正法线方向与 $I$ 指向成右旋关系;

单位: 安培·米<sup>2</sup>( $A \cdot m^2$ )

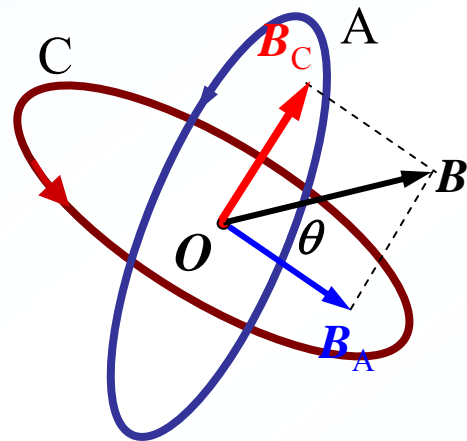
圆电流磁矩:  $\vec{P}_m = I \cdot \pi R^2 \vec{n}$

圆电流轴线上磁场:

$$B = \frac{\mu_0 \vec{P}_m}{2\pi(R^2 + x^2)^{3/2}}$$



**例7-3.** A和C为两个正交放置的圆形线圈，其圆心相重合，A线圈半径为20.0cm，共10匝，通有电流10.0A；而C线圈的半径为10.0cm，共20匝，通有电流5.0A。求两线圈公共中心O点的磁感应强度的大小和方向。



**解：**

$$B_A = \frac{\mu_0 N_A I_A}{2R_A} = \frac{\mu_0 \times 10 \times 10}{2 \times 0.20}$$

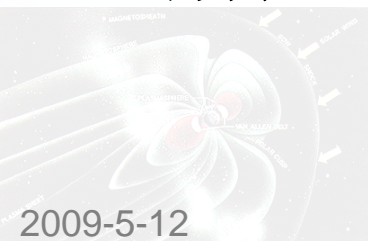
$$= 250 \mu_0 \text{ (方向垂直 A 面)}$$

$$B_C = \frac{\mu_0 N_C I_C}{2R_C} = \frac{\mu_0 \times 20 \times 5}{2 \times 0.10}$$

$$= 500 \mu_0 \text{ (方向垂直 C 面)}$$

$$\therefore B = \sqrt{B_A^2 + B_C^2} = 7.02 \times 10^{-4} \text{ T}$$

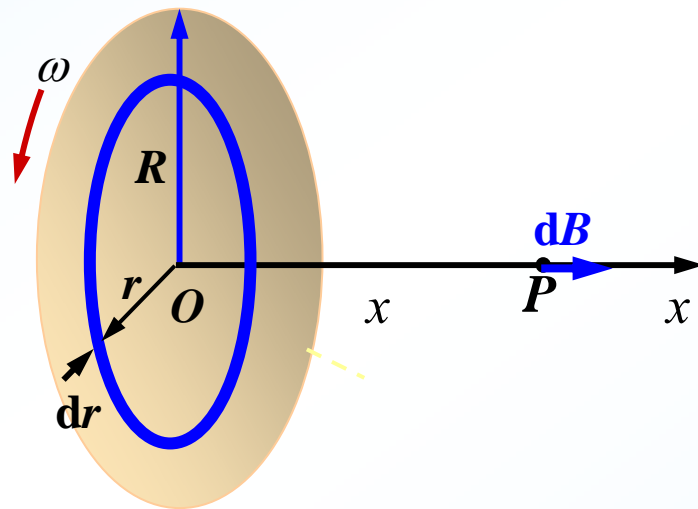
方向：  $\theta = \tan^{-1} \frac{B_C}{B_A} = 63.4^\circ$





**例7-4.** 半径为 $R$ 的圆盘均匀带电，电荷密度为 $\sigma$ 。若该圆盘以角速度 $\omega$ 绕圆心 $O$ 旋转，求轴线上距圆心 $x$ 处的磁感应强度。

**解：** 任取半径为 $r$ 圆环，如图



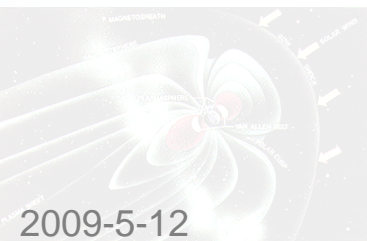
$$dB = \frac{\mu_0 r^2 dI}{2(x^2 + r^2)^{3/2}} \quad \text{方向恒沿}x\text{轴}$$

环上电量为  $dq = \sigma \cdot 2\pi r dr$

则  $dI = \frac{\omega}{2\pi} dq = \omega \sigma r dr$

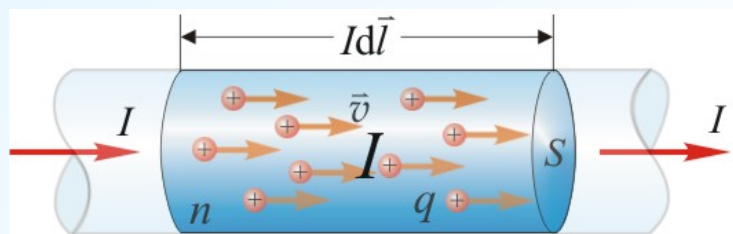
$$B = \int dB = \int_0^R \frac{\mu_0 r^3 \omega \sigma dr}{2(x^2 + r^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 \omega \sigma}{2} \left( \frac{R^2 + 2x^2}{\sqrt{R^2 + x^2}} - 2x \right)$$



### 三、运动电荷的磁场

电流的磁场本质是运动电荷磁场  
下面从毕萨定律导出运动电荷的磁场



- S: 电流元横截面积
- n: 单位体积带电粒子数
- q: 每个粒子带电量
- v: 沿电流方向匀速运动

电流元  $Id\vec{l}$  产生的磁场:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 Id\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$$

电流是单位时间通过S的电量:

$$I = nq vS$$

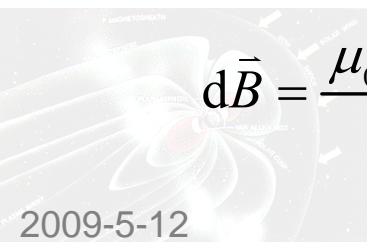
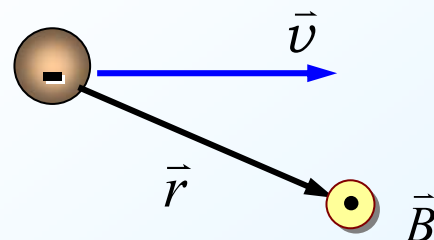
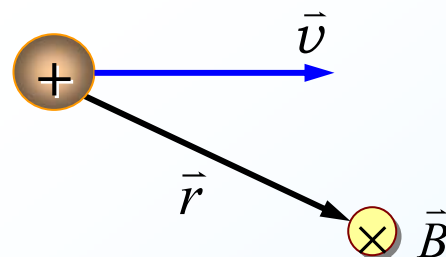
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 Id\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$$

$$= \frac{\mu_0 nqdlS \vec{v} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$$

电流元体积中粒子数:  $dN = nSdl$   
则每个运动电荷产生的磁感强度:

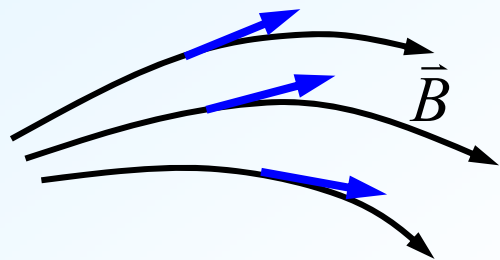
$$\vec{B} = \frac{d\vec{B}}{dN} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$$

方向:  $\vec{v} \times \vec{r}$



# § 7-4 磁场中的高斯定理

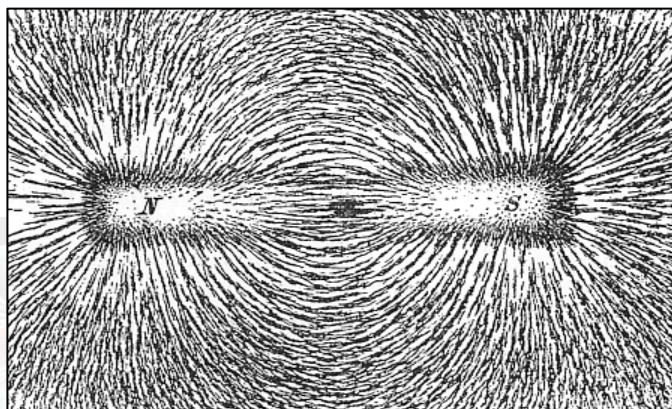
## 一、磁感应线(magnetic induction line)



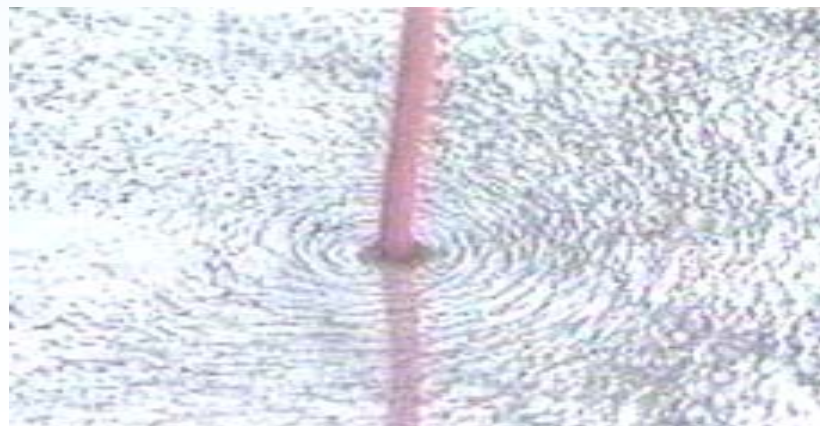
磁感应线 {  $\vec{B}$  方向：磁感线的切向  
 $\vec{B}$  大小：磁感线的疏密

特点 { 闭合，或两端伸向无穷远；  
 与载流回路互相套联；  
 互不相交。

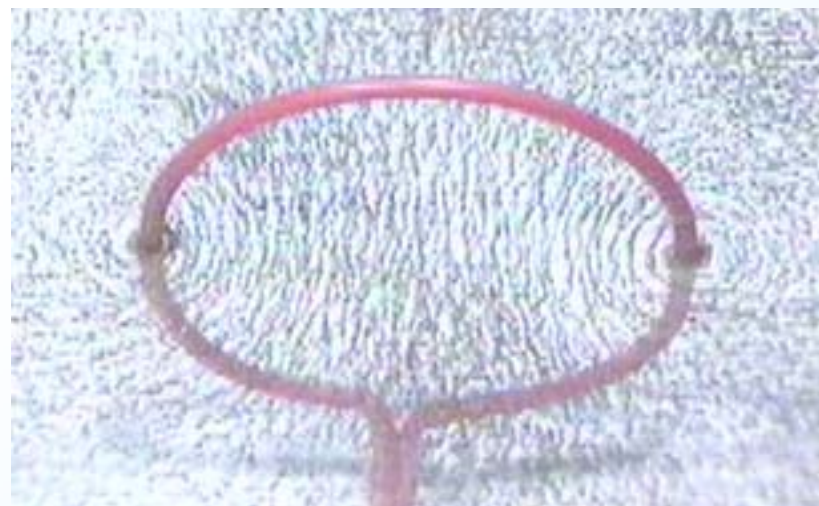
### 条形磁铁周围的磁感线



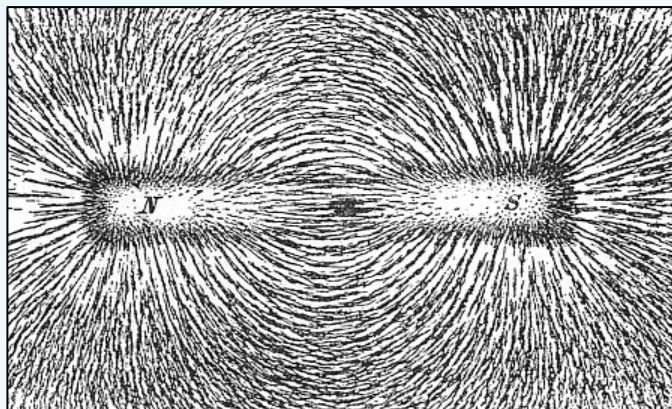
### 直线电流的磁感线



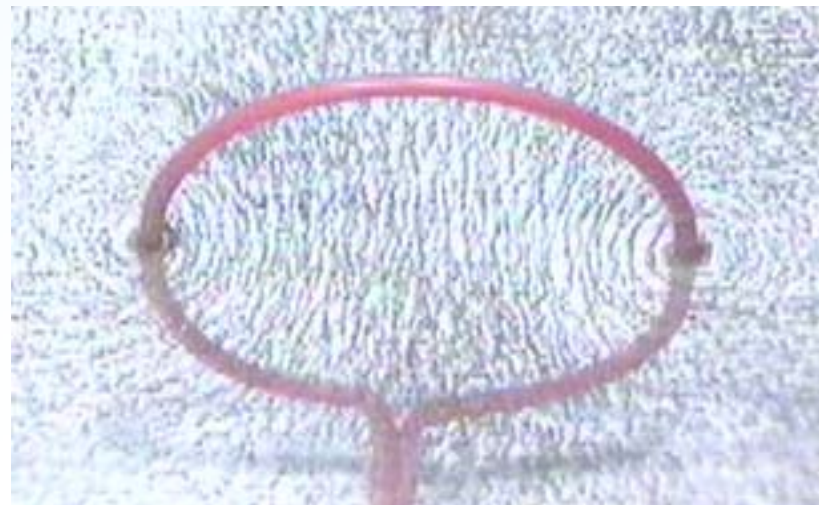
### 圆电流的磁感线



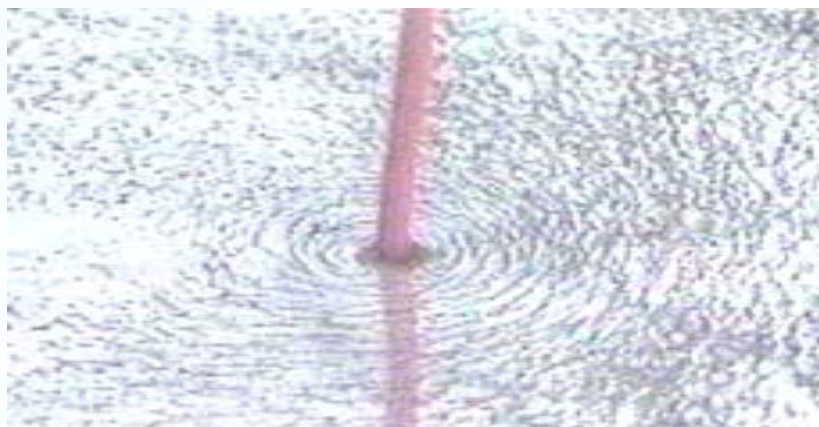
### 条形磁铁周围的磁感线



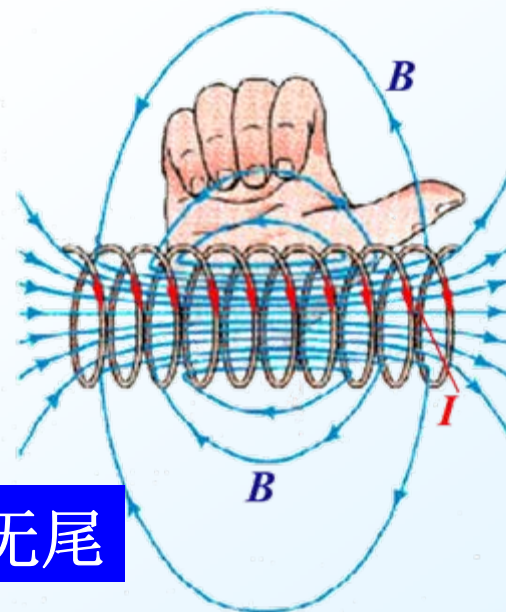
### 圆电流的磁感线



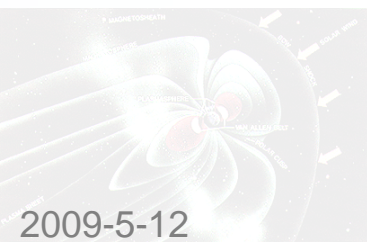
### 直线电流的磁感线



### 通电螺线管的磁感线



磁感应线闭合成环，无头无尾

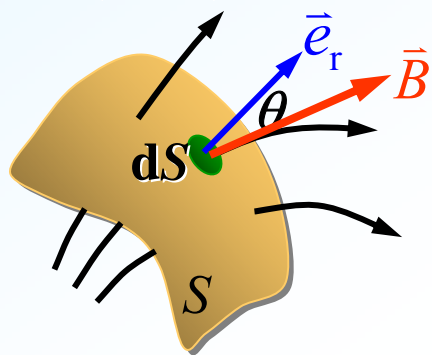


## 二、磁通量(magnetic flux):

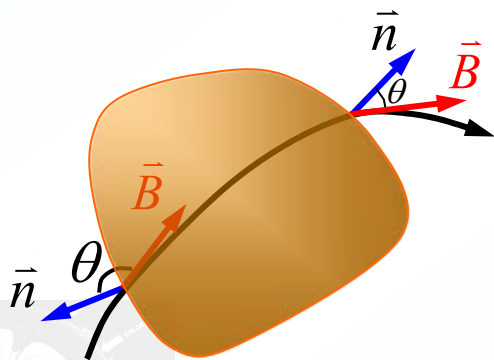
通过磁场中某给定面的磁感线条数

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B \cos\theta dS$$

单位: Wb(韦伯)



对封闭曲面, 规定外法向为正



进入的磁感应线

$$\Phi_m < 0$$

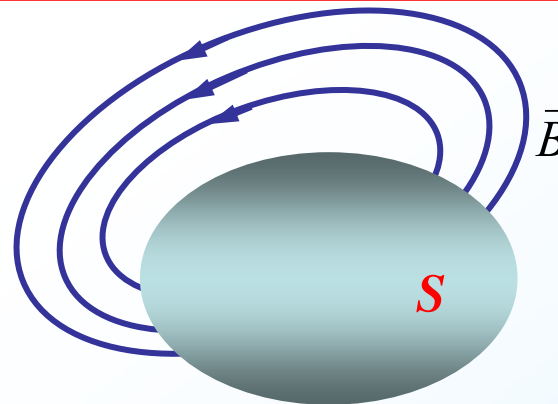
穿出的磁感应线

$$\Phi_m > 0$$

## 三、真空中磁场的高斯定理

穿过磁场中任意封闭曲面的磁通量为零。

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint_S B \cos\theta d\theta = 0$$

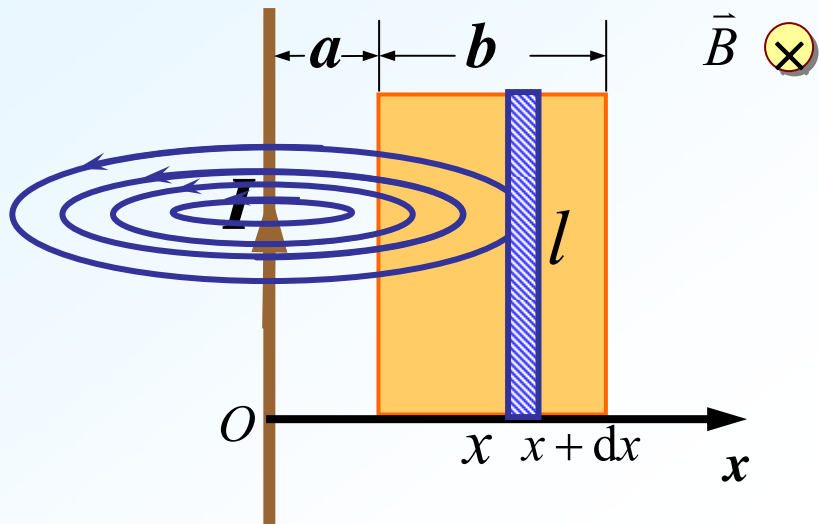


磁场是“无源场”

磁场是“涡旋场”



**例7-5.** 无限长直导线通以电流  $I$ ，求通过如图所示的矩形面积的磁通量。



元通量 
$$d\Phi_m = \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$= B dS = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} l dx$$

$$\Phi_m = \int_S d\Phi_m = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \int_a^{a+b} \frac{1}{x} dx$$

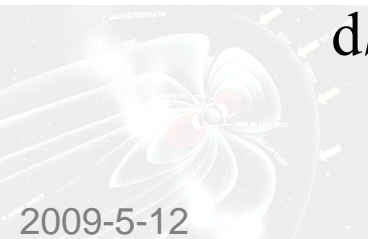
$$= \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a}$$

**解：** 建立如图所示的坐标系  
 $x$  处磁感应强度的大小为：

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

在  $x$  处取面元  $dS$ ，如图

$$dS = l dx$$



## § 7-5 真空中磁场的安培环路定理

### 一、安培环路定理

静电场:  $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$

磁场:  $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = ?$

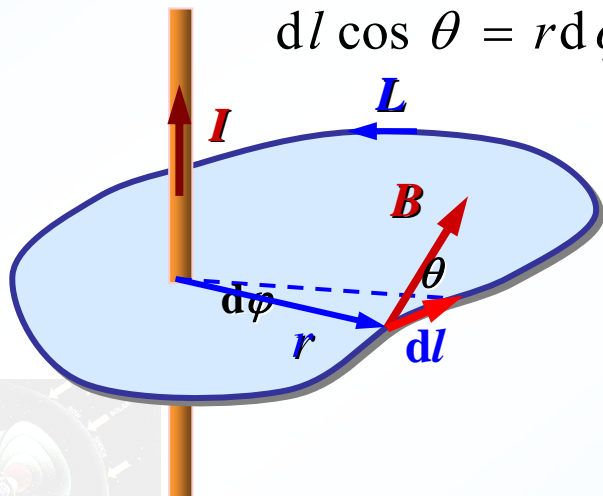
下面以长直载流导线的磁场为例进行讨论:

#### 1. 电流穿过环路L

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

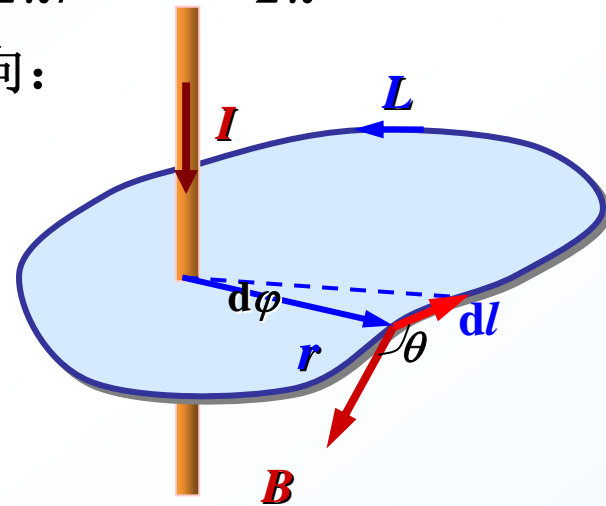
$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_L B \cos\theta dl$$

$$dl \cos\theta = r d\varphi$$



$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_L \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot r d\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi = \mu_0 I$$

若电流反向:



$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_L B \cos\theta dl$$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = -\oint_L \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot r d\varphi = -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi = -\mu_0 I$$

#### 2. 多根载流导线穿过环路

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_n$$

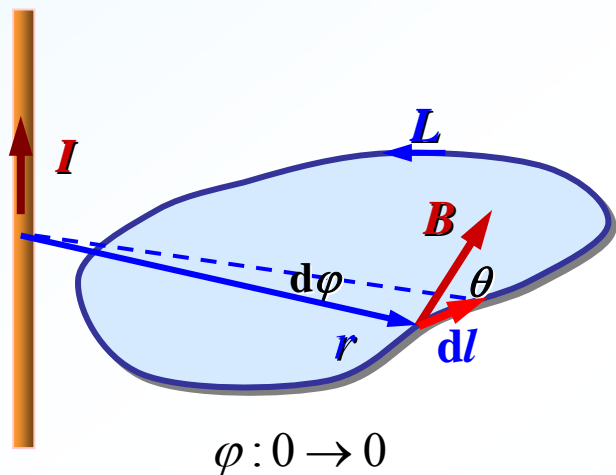
$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_L (\vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_n) \cdot d\vec{l}$$

$$= \oint_L \vec{B}_1 \cdot d\vec{l} + \oint_L \vec{B}_2 \cdot d\vec{l} + \dots + \oint_L \vec{B}_n \cdot d\vec{l}$$

## 2. 多根载流导线穿过环路

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \cdots + \vec{B}_n \\ \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \oint_L (\vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \cdots + \vec{B}_n) \cdot d\vec{l} \\ &= \oint_L \vec{B}_1 \cdot d\vec{l} + \oint_L \vec{B}_2 \cdot d\vec{l} + \cdots + \oint_L \vec{B}_n \cdot d\vec{l} \\ &= \mu_0 I_1 + \mu_0 I_2 + \cdots + \mu_0 I_n = \mu_0 \sum I_i \end{aligned}$$

## 3. 电流在环路之外



$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_L \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot r d\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^0 d\varphi = 0$$

## 4. 安培环路定理

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{\text{内}}$$

在真空的恒定磁场中，磁感强度  $\vec{B}$  矢量沿任意闭合曲线  $L$  的线积分(环流)，等于包围在闭合曲线内各电流代数和的  $\mu_0$  倍。

定律分析：

- (1) 成立条件：恒定电流的磁场；
- (2)  $L$ ：场中任一闭合曲线—安培环路 (规定绕向)；  
 $\vec{B}$ ：环路上各点总磁感应强度 ( $L$ 内外所有电流产生)；  
 $\sum I_{\text{内}}$ ：穿过以  $L$  为边界的任意曲面的电流的代数和；
- (3) 安培环路定理揭示磁场是非保守场——无势场，涡旋场。



## 4.安培环路定理

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{\text{内}}$$

在真空的恒定磁场中，磁感强度  $\vec{B}$  矢量沿任意闭合曲线  $L$  的线积分(环流)，等于包围在闭合曲线内各电流代数和的  $\mu_0$  倍。

### 定律分析：

(1) 成立条件：恒定电流的磁场；

(2)  $L$ ：场中任一闭合曲线—安培环路  
(规定绕向)；

$\vec{B}$ ：环路上各点 **总** 磁感应强度  
( $L$  内外所有电流产生)；

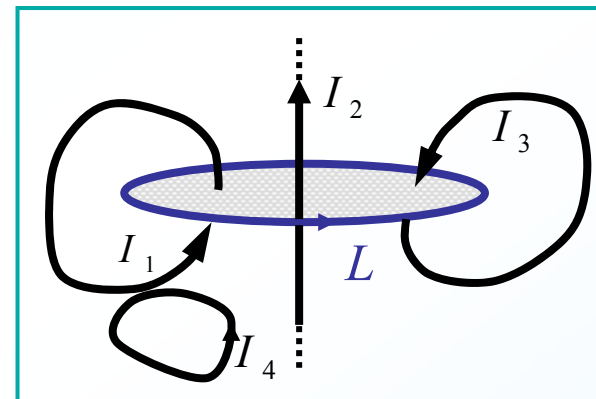
$\sum I_{\text{内}}$ ：穿过以  $L$  为边界的任意曲面的电流的代数和；

(3) 安培环路定理揭示磁场是非保守场——无势场，涡旋场。

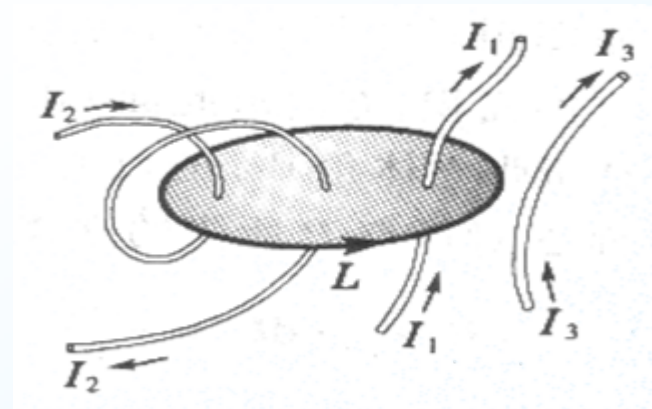
(4)  $I_{\text{内}}$  的正负符号与  $L$  绕向的关系：

规定：与  $L$  绕向成右旋关系  $I_i > 0$   
与  $L$  绕向成左旋关系  $I_i < 0$

例如：



$$\sum I_i = I_1 + I_2 - I_3$$



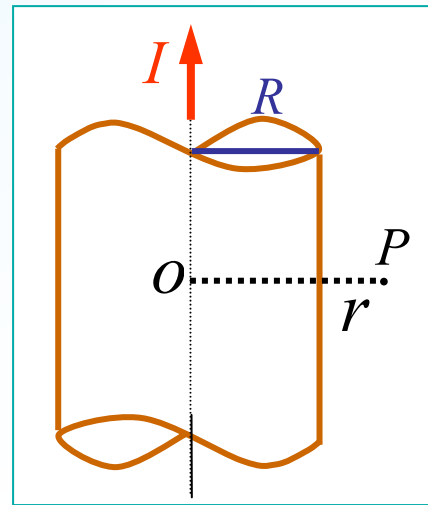
$$\sum I_i = I_1 - 2I_2$$

## 二、安培环路定理的应用

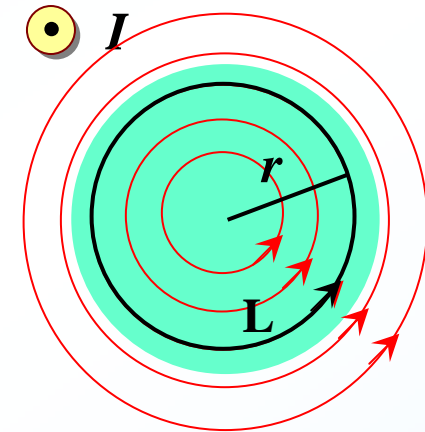
### 基本步骤:

分析电流→磁场分布的对称性，  
选取适当安培环路，使 $B$ 从积分号内提出。

方法是：使安培环路 $L$ 经过待求场点，  
 $L$ 上各点 $B$ 的量值均匀或为零，  
且方向与 $L$ 相切或垂直。



横截面图



能用安培环路定理计算的磁场分布解：磁场分布分析  
主要有：  
作半径为 $r$ 的圆环为积分回路 $L$

1. 无限长载流导线，圆柱，圆筒；
2. 螺绕管，无限长密绕螺线管；
3. 无限大载流平面，平板等。

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cdot 2\pi r$$

根据安培环路定理

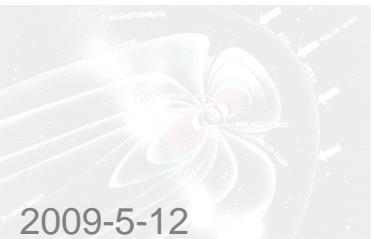
$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 \sum I_{\text{内}} \quad B = \frac{\mu_0}{2\pi r} \sum I_{\text{内}}$$

$$r \geq R : \quad \sum I_{\text{内}} = I \quad B_{\text{外}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \propto \frac{1}{r}$$

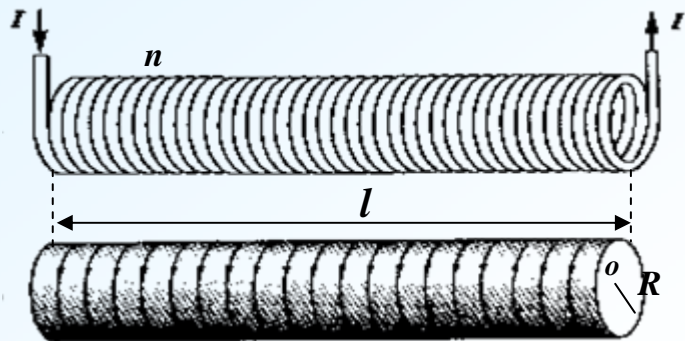
$$r \leq R : \quad \sum I_{\text{内}} = \frac{I}{\pi R^2} \cdot \pi r^2 = \frac{I r^2}{R^2}$$

$$B_{\text{内}} = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} \propto r$$

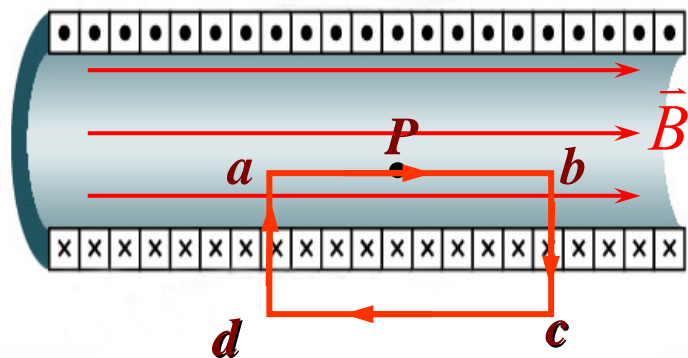
例7-6. 求无限长载流圆柱形导体的磁场分布。



例7-7. 求长直螺线管内的磁感强度( $I, n$ 已知)。



解： 分析磁场分布



管内中央部分，轴向 $B$ 均匀，管外 $B$ 近似为零。

作安培回路abcd如图：

$$\begin{aligned} \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{l} \\ &\quad + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{l} \\ &= \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l} + 0 + 0 + 0 = B \overline{ab} \\ \sum I_{\text{内}} &= nI \overline{ab} \end{aligned}$$

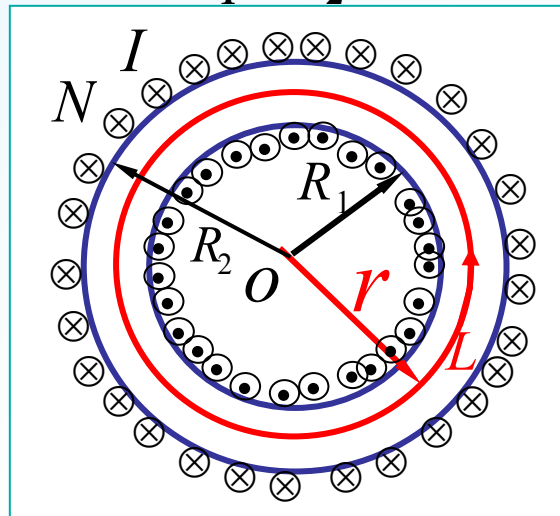
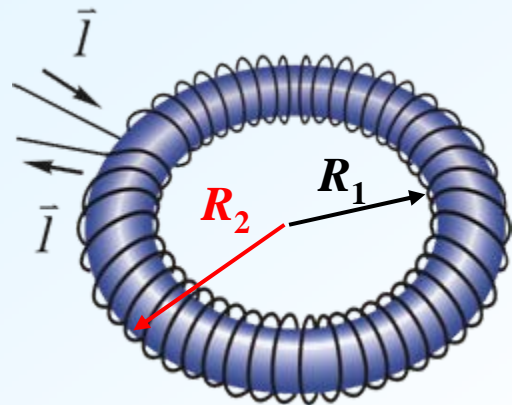
根据安培环路定理

$$B \overline{ab} = \mu_0 n I \overline{ab}$$

$$B = \mu_0 n I$$



例7-8. 求载流螺绕环的磁场分布( $R_1$ 、 $R_2$ 、 $N$ 、 $I$ 已知)。



解： 分析磁场分布——对称性

相等  $|\vec{B}|$  点的集合——同心圆环

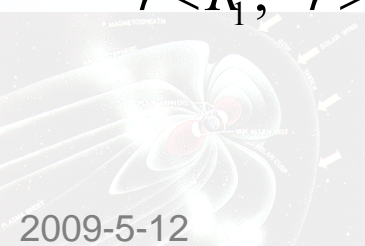
以中心  $O$ , 半径  $r$  的圆环为安培环路  $L$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cdot 2\pi r$$

根据安培环路定理

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 \sum I_{\text{内}} \quad B = \frac{\mu_0}{2\pi r} \sum I_{\text{内}}$$

$$r < R_1, \quad r > R_2: \quad \sum I_{\text{内}} = 0 \quad B_{\text{外}} = 0 \quad R_1 < r < R_2: \quad \sum I_{\text{内}} = NI \quad B_{\text{内}} = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$



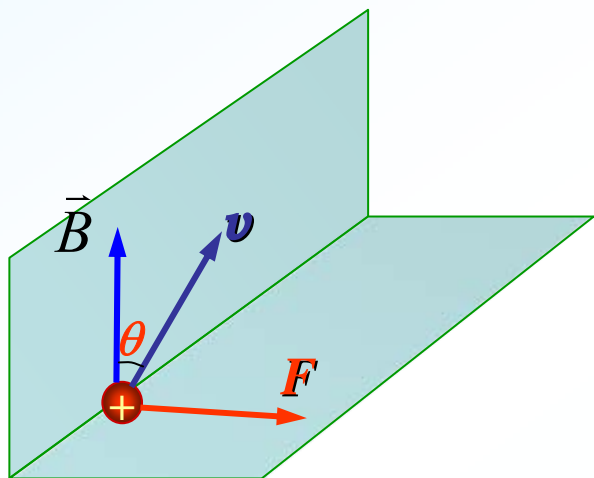
# § 7-6 磁场对运动电荷和载流导线的作用

## 一、磁场对运动电荷的作用力 ——洛伦兹力 (Lorentz force)

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

大小:  $F = qv \sin \theta B$

方向:  $\vec{v} \rightarrow \vec{B}$  右螺旋方向



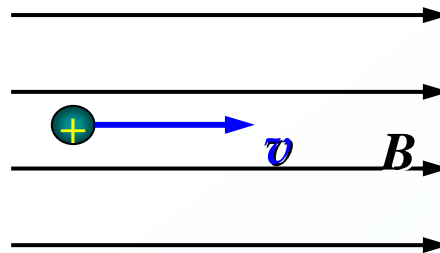
讨论:

- 1、力  $F$  方向垂直  $\vec{v}$  和  $\vec{B}$  确定的平面。
2. 力  $F$  改变速度  $\vec{v}$  方向, 不改变大小, 不作功。

## 二、带电粒子在磁场中的运动

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

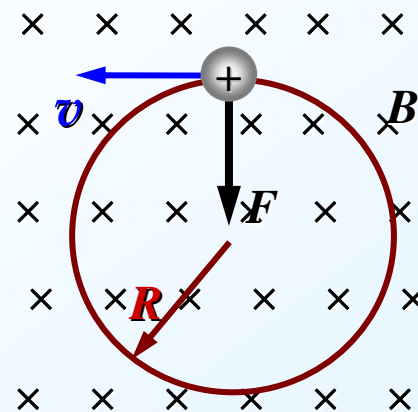
### 1. 运动方向与均匀磁场方向平行



$$\theta = 0 \quad F = 0$$

结论: 带电粒子作匀速直线运动。

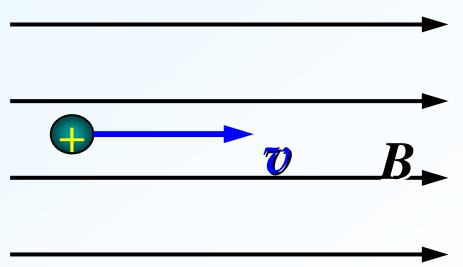
### 2. 运动方向与均匀磁场方向垂直



## 二、带电粒子在磁场中的运动

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

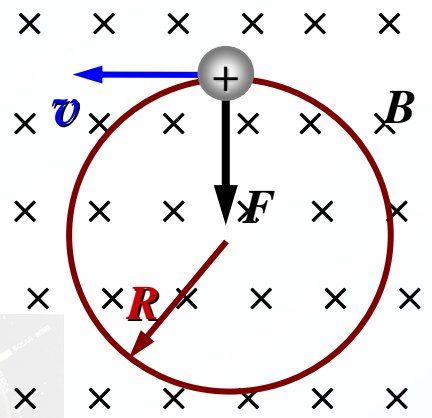
### 1. 运动方向与均匀磁场方向平行



$$\theta = 0 \quad F = 0$$

结论：带电粒子作匀速直线运动。

### 2. 运动方向与均匀磁场方向垂直

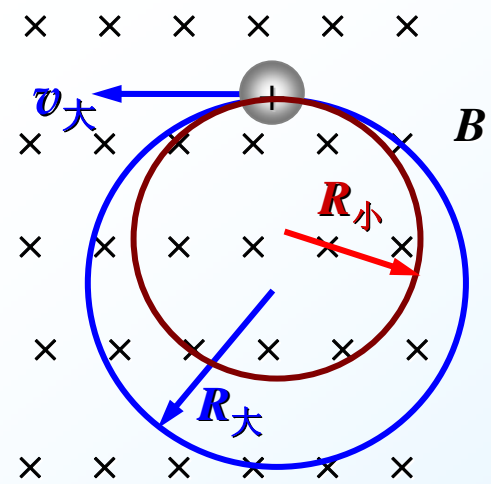


运动方程：
$$qvB = m \frac{v^2}{R}$$

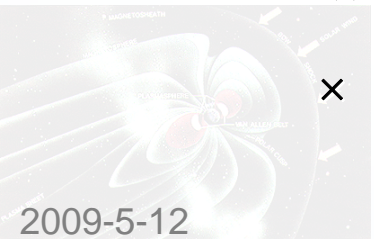
运动半径：
$$R = \frac{mv}{qB}$$

运动周期：
$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$

结论：带电粒子在磁场中作匀速圆周运动，其周期与速度无关。



### 3. 初速度沿任意方向进入均匀磁场

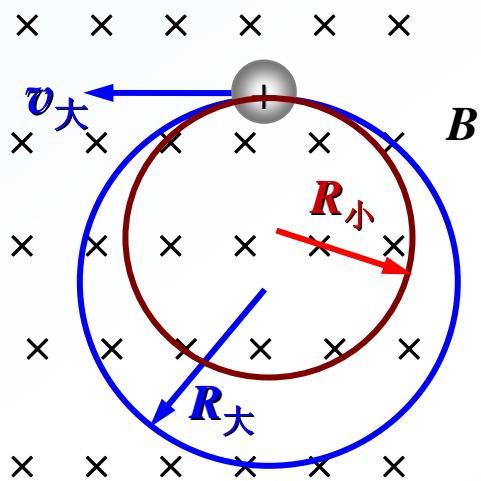


运动方程:  $qvB = m \frac{v^2}{R}$

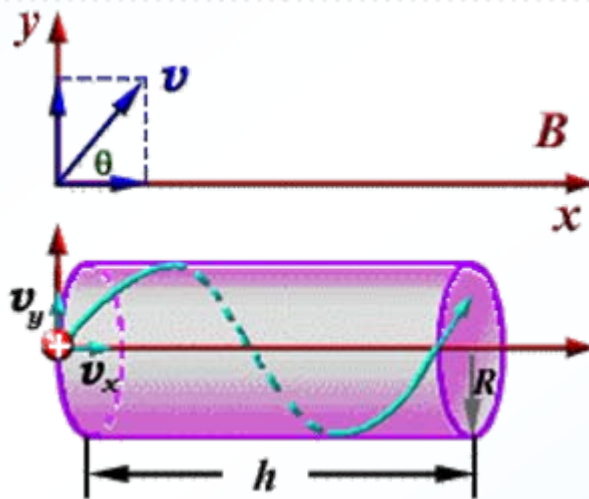
运动半径:  $R = \frac{mv}{qB}$

运动周期:  $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$

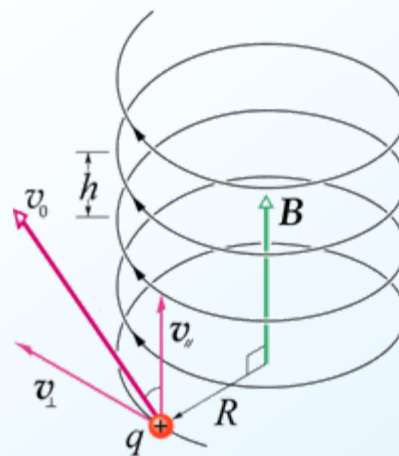
结论: 带电粒子在磁场中作匀速圆周运动, 其周期与速度无关。



$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$$



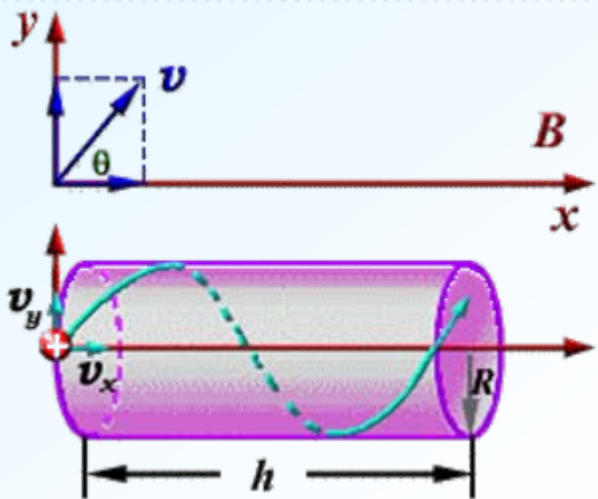
$v_y$  匀速圆周运动 —— 螺旋运动  
 $v_x$  匀速直线运动



### 3. 初速度沿任意方向进入均匀磁场



$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$$



$v_y$  匀速圆周运动 —— 螺旋运动  
 $v_x$  匀速直线运动

运动半径:  $R = \frac{m v \sin \theta}{q B}$

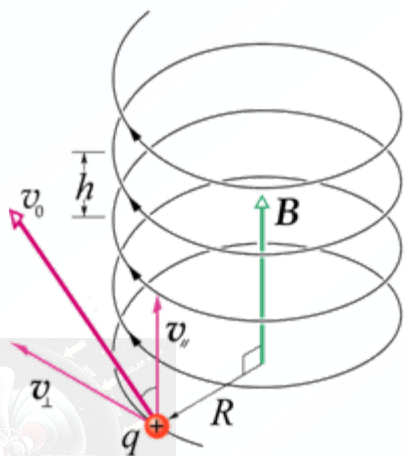
运动周期:  $T = \frac{2 \pi R}{v \sin \theta} = \frac{2 \pi m}{q B}$

螺距:  $h = v_x T = \frac{2 \pi m}{q B} v \cos \theta$

**例7-10.** 一由南指向北均匀的磁场, 磁感应强度  $B=1.5\text{T}$ 。如果有一个  $5.0\text{MeV}$  的质子沿竖直向下的方向通过磁场, 问作用在质子上的力有多大?  
 (质子质量  $m=1.67 \times 10^{-27}\text{kg}$ )

解:  $E_k = \frac{1}{2} m v^2$   
 $= 5.0 \times 10^6 (\text{eV}) = 8.0 \times 10^{-13} (\text{J})$

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 8.0 \times 10^{-13}}{1.67 \times 10^{-27}}} = 3.1 \times 10^7 (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$





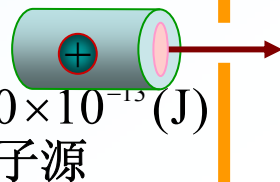
**例7-10.** 一由南指向北均匀的磁场, 磁感应强度  $B=1.5\text{T}$ 。如果有一个  $5.0\text{MeV}$  的质子沿竖直向下的方向通过磁场, 问作用在质子上的力有多大?  
(质子质量  $m=1.67\times 10^{-27}\text{kg}$ )

解:  $E_k = \frac{1}{2}mv^2$   
 $= 5.0\times 10^6(\text{eV}) = 8.0\times 10^{-13}(\text{J})$

$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2\times 8.0\times 10^{-13}}{1.67\times 10^{-27}}} = 3.1\times 10^7(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$

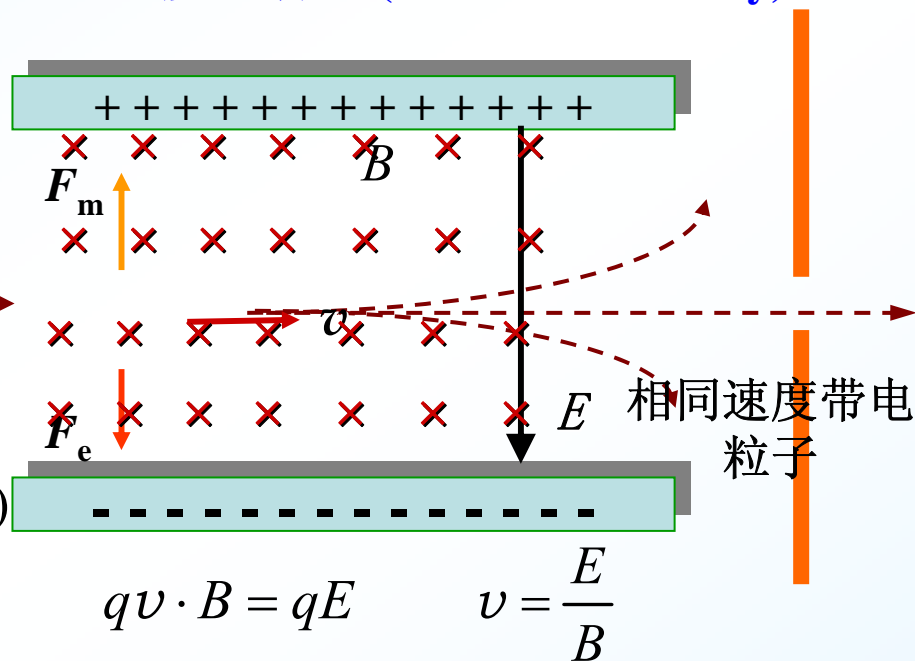
$F = qvB \sin \theta$   
 $= 1.6\times 10^{-19} \times 3.1\times 10^7 \times 1.5 \times \sin 90^\circ$   
 $= 7.4\times 10^{-12}(\text{N})$

方向向东



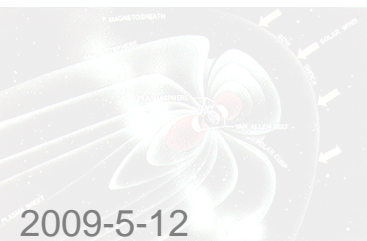
### 三、电荷在电场和磁场中运动的实例

#### 1. 速度选择器(selector of velocity)



#### 2. 质谱仪(mass spectrograph)

质谱仪是研究物质同位素的仪器。



## 2. 质谱仪(mass spectrograph)

质谱仪是研究物质同位素的仪器。

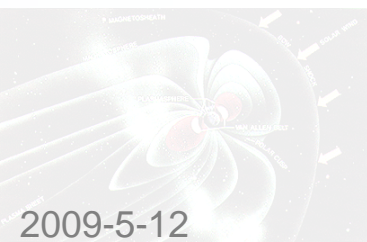
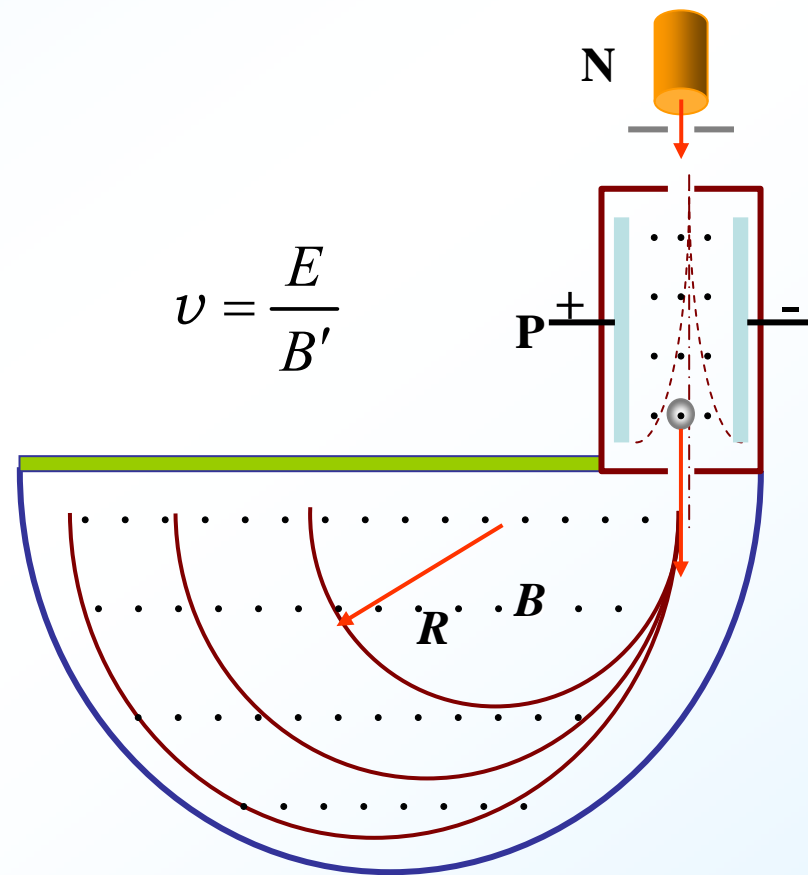
**N**: 离子源      **P**: 速度选择

$$R = \frac{mv}{qB}$$

荷质比:

$$\frac{q}{m} = \frac{E}{RBB'}$$

$q$ 、 $v$ 、 $B$ 不变,  $R$ 与 $m$ 成正比,  
同位素按质量大小排列。



### 3. 回旋加速器(cyclotron)

回旋加速器是原子核物理、高能物理等实验研究的一种基本设备。

通过半圆盒的时间:

$$\tau = \frac{\pi R}{v} = \frac{\pi m}{qB}$$

振荡周期:

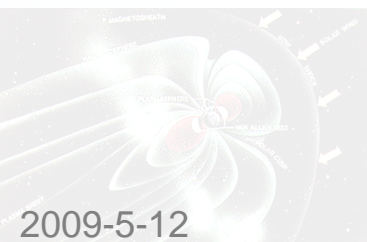
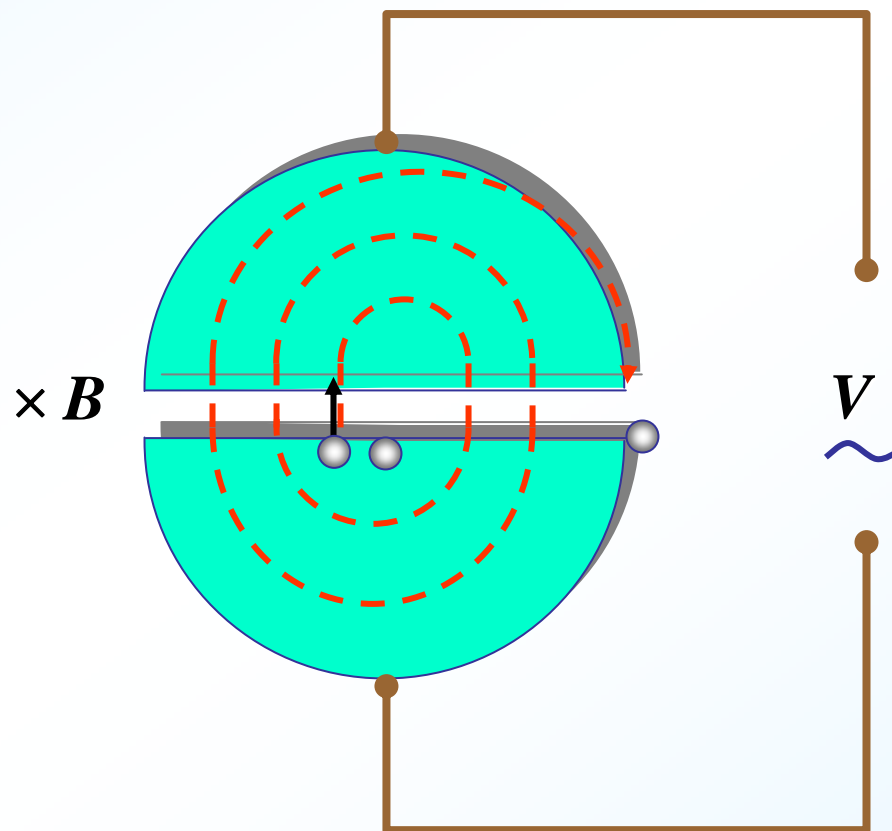
$$T = 2\tau = \frac{2m\pi}{qB}$$

频率:

$$\nu = \frac{qB}{2m\pi}$$

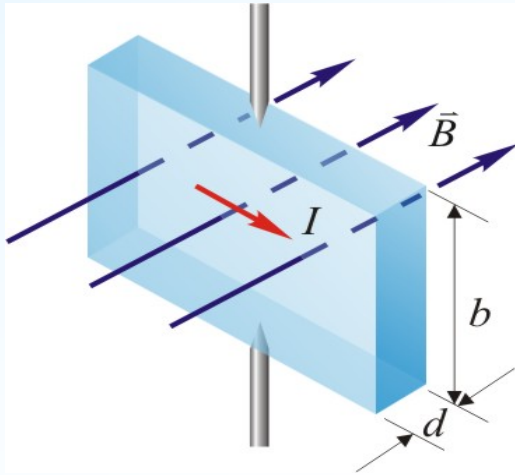
粒子动能:

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m}$$

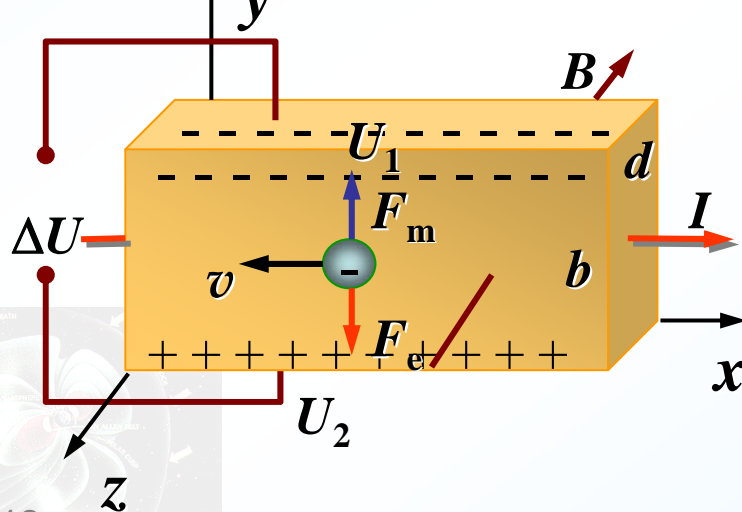


## 4. 霍尔效应(Hall effect)

(1) 现象: 导体中通电流  $I$ , 磁场  $\vec{B}$  垂直于  $I$ , 在既垂直于  $I$ , 又垂直于  $\vec{B}$  方向出现电势差  $\Delta U$ 。



(2) 用电子论解释



载流子  $q = -e$ , 漂移速率  $\vec{v}$

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} = -e\vec{v} \times \vec{B}$$

方向向上, 形成  $\Delta U$

$$F_e = qE$$

动态平衡时:

$$qE = qvB \quad E = vB$$

$$\Delta U = U_H = Eb = vBb$$

$$\therefore I = qn v b d$$

$$\therefore v = \frac{I}{qnbd} \quad U_H = \frac{1}{qn} \frac{IB}{d}$$

令霍尔系数  $R_H = \frac{1}{qn}$

$$U_H = R_H \frac{IB}{d}$$

## 四、安培力(Ampere force)

### 1. 载流导线在磁场中受力

设：电子数密度—— $n$

则电流元中的电子数： $nSdl$

作用在一个电子上的洛仑兹力为：

$$\vec{f} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (q = -e)$$

电流元受磁力为：

$$\begin{aligned} d\vec{F} &= (nSdl) \cdot \vec{f} = qnSdl \cdot \vec{v} \times \vec{B} \\ &= qnSv \cdot d\vec{l} \times \vec{B} \end{aligned}$$

由电流强度的定义：

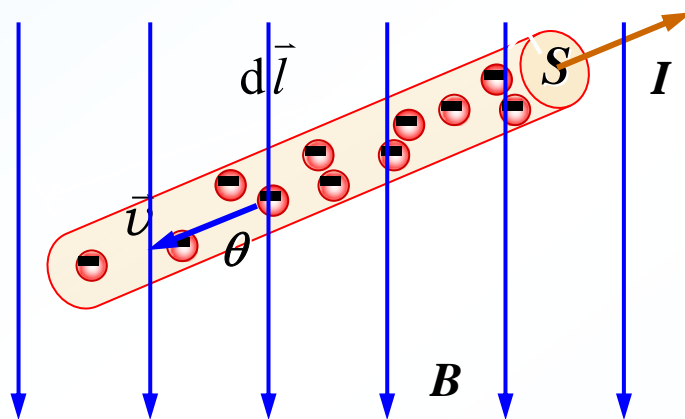
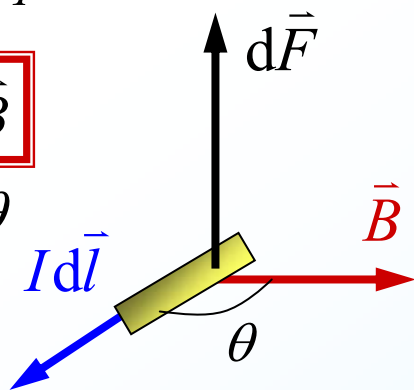
$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{qnSdl}{dt} = qnSv$$

**安培力：**

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

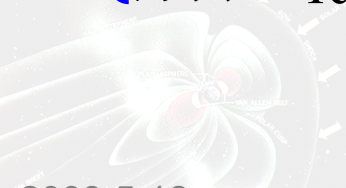
大小： $dF = IdlB \sin \theta$

方向： $Id\vec{l} \times \vec{B}$



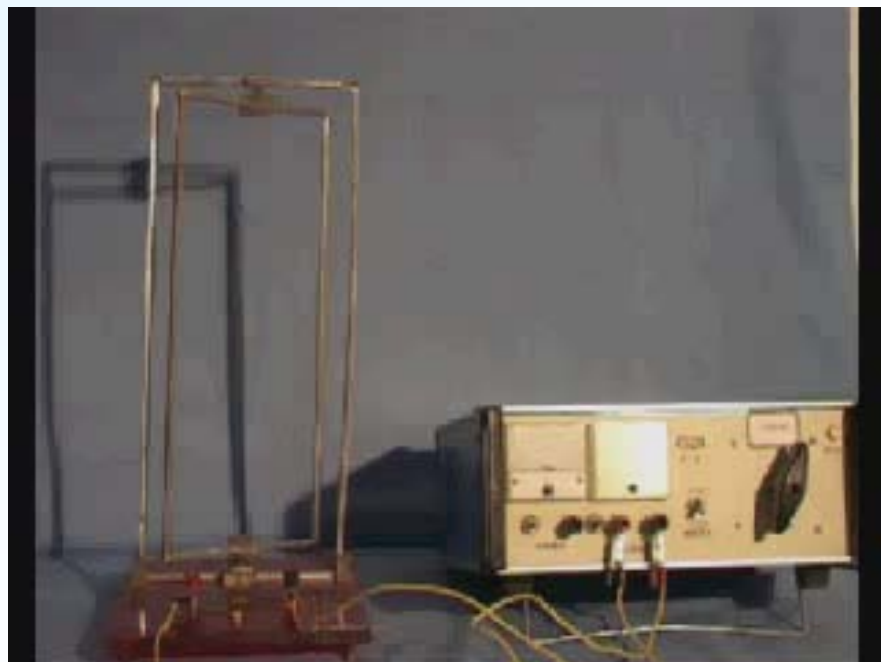
(1) 任意形状载流导线在磁场中受安培力：

$$\vec{F} = \int_L Id\vec{l} \times \vec{B}$$



(1) 任意形状载流导线在磁场中受安培力:

$$\vec{F} = \int_L Id\vec{l} \times \vec{B}$$



(2) 计算安培力步骤:

1° 在载流导线上取电流元  $Id\vec{l}$  ;

2° 由安培定律得电流元所受安培力:

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

3° 由叠加原理求载流导线所受安培力:

$$\vec{F} = \int_L Id\vec{l} \times \vec{B}$$

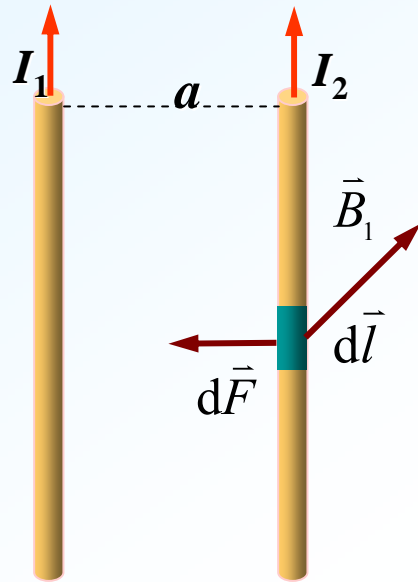
$$F_x = \int_L dF_x \quad F_y = \int_L dF_y$$

$$F_z = \int_L dF_z$$

(3) 平行长直电流间的相互作用  
—— “安培” 的定义



### (3) 平行长直电流间的相互作用 ——“安培”的定义



$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a}$$

在电流2上任取  $I_2 d\vec{l}$ , 电流元受力:

$$dF = I_2 B_1 dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} dl$$

单位长度受力: 
$$\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

根据牛顿第三定律, 电流1受力大小相同。

若令  $I_1 = I_2 = 1(\text{A})$ ,  $a = 1\text{m}$ , 则

$$\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} = 2 \times 10^{-7} \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$$

“安培”的定义:

两平行长直导线相距1m, 通过大小相等的电流, 如果这时它们之间单位长度导线受到的磁场力正好是  $2 \times 10^{-7} \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$  时, 就把两导线中所通过的电流定义为“1安培”。



**例7-11.** 无限长直载流导线通有电流 $I_1$ ，在同一平面内有长为 $L$ 的载流直导线，通有电流 $I_2$ 。如图 $r$ 、 $\alpha$ 已知，求长为 $L$ 的导线所受的磁场力。

解：在 $L$ 上任取  $I_2 d\vec{l}$ ，受力方向如图，恒不变。

建立如图所示之坐标系

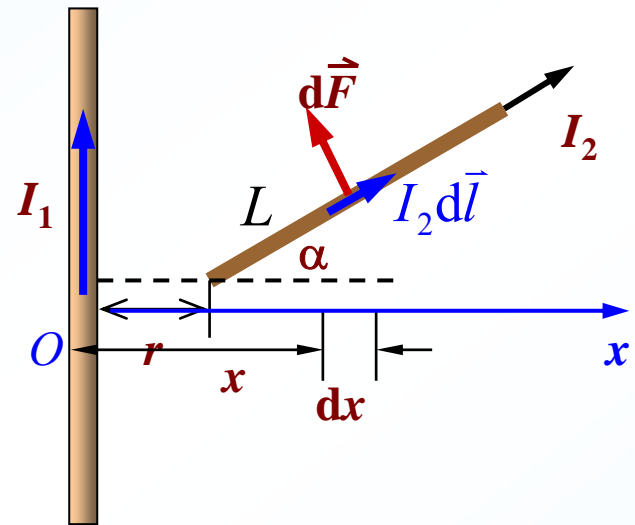
$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$$

根据安培力公式：

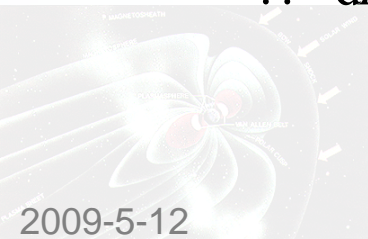
$$dF = I_2 dl \cdot B \cdot \sin 90^\circ = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x} dl$$

$$\therefore dl = \frac{dx}{\cos \alpha}$$

$$\therefore dF = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x \cos \alpha} dx$$



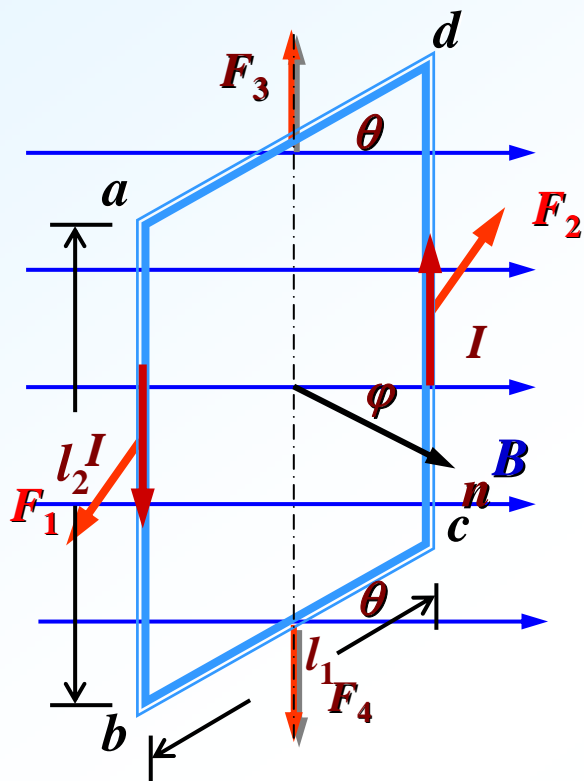
$$\begin{aligned} F &= \int dF = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi \cos \alpha} \int_r^{r+L \cos \alpha} \frac{dx}{x} \\ &= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi \cos \alpha} \ln \frac{r + L \cos \alpha}{r} \end{aligned}$$





## 2. 载流线圈在磁场中受到的磁力矩

(1) 载流线圈在均匀磁场中受合力为零



$$F_1 = BIl_2 \quad F_2 = BIl_2$$

大小相等，方向相反。

—— $F_1$ 和 $F_2$ 形成一“力偶”。

$$F_3 = BIl_1 \sin(\pi - \theta) \quad F_4 = BIl_1 \sin \theta$$

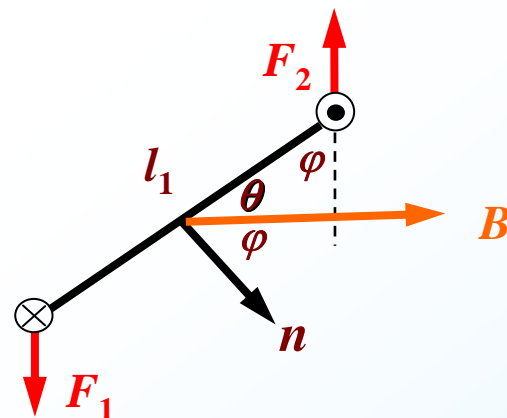
$$= BIl_1 \sin \theta$$

大小相等，方向相反。

$$\text{故, } \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0$$

(2) 载流线圈在均匀磁场中受  
——磁力矩

如图线圈的正法向为 $n$ , 见俯视图:



$$M = \frac{1}{2} F_1 l_1 \sin \varphi + \frac{1}{2} F_2 l_1 \sin \varphi$$

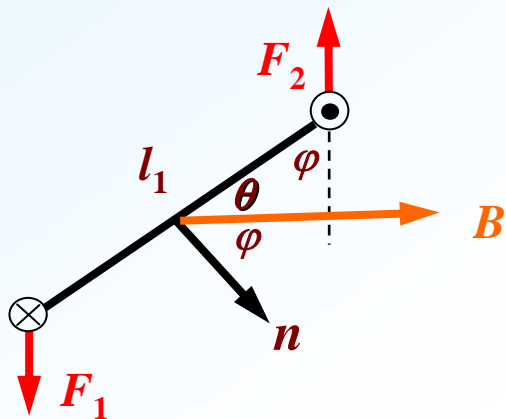
$$= BIl_2 l_1 \sin \varphi = BIS \sin \varphi$$

$N$  匝线圈的磁力矩:

$$M = NBIS \sin \varphi$$

(2) 载流线圈在均匀磁场中受  
——磁力矩

如图线圈的正法向为  $n$ , 见俯视图:



$$M = \frac{1}{2} F_1 l_1 \sin \varphi + \frac{1}{2} F_2 l_1 \sin \varphi$$

$$= B I l_2 l_1 \sin \varphi = B I S \sin \varphi$$

$N$  匝线圈的磁力矩:

$$M = N B I S \sin \varphi$$

定义:  $\vec{P}_m = N I \vec{S}$  ——线圈的磁矩

线圈的磁力矩:

$$M = P_m B \sin \varphi$$

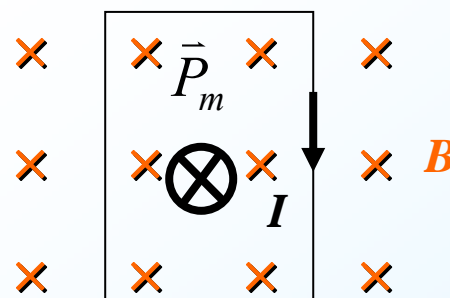
或 
$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$$

上式适合于任意形状的闭合载流线圈, 但要求线圈所在处的磁场均匀。

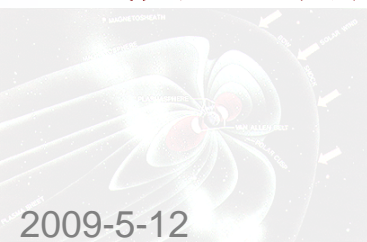
(3)  $B$  为非均匀磁场时, 线圈所受的合力、合力矩都不为零, 此时线圈向磁场大的地方运动。线圈转动又平动。

(4) 磁力矩与磁通量

1°  $\varphi = 0^\circ$  时,  $M=0$ ,  $\Phi_m$  最大。

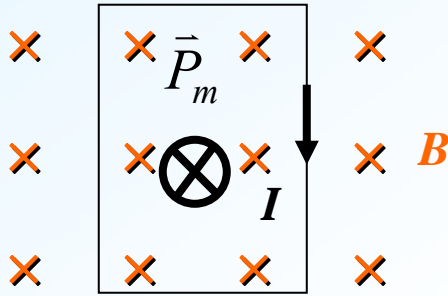


——稳定平衡



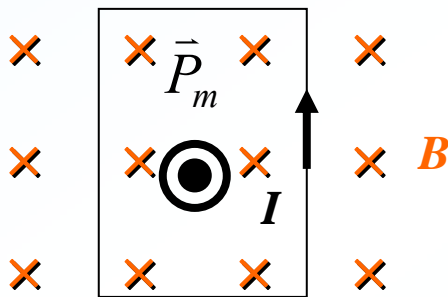
### (4) 磁力矩与磁通量

1°  $\varphi = 0^\circ$  时,  $M=0$ ,  $\Phi_m$  最大。



——稳定平衡

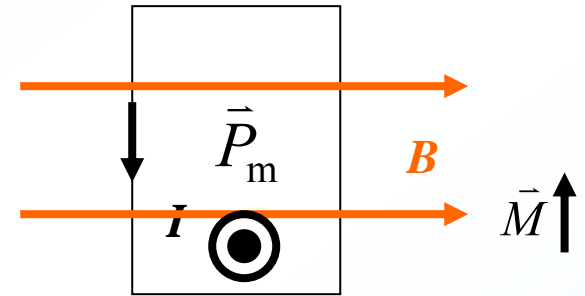
2°  $\varphi = 180^\circ$  时,  $M=0$ ,  $\Phi_m$  最大。



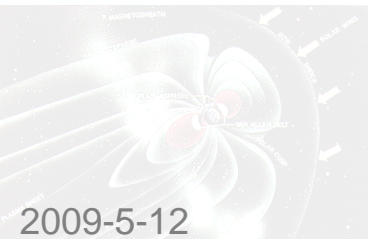
——非稳定平衡

3°  $\varphi = 90^\circ$  时,  $M = M_{\max} = NBIS$ ,

$\Phi_m$  最小。

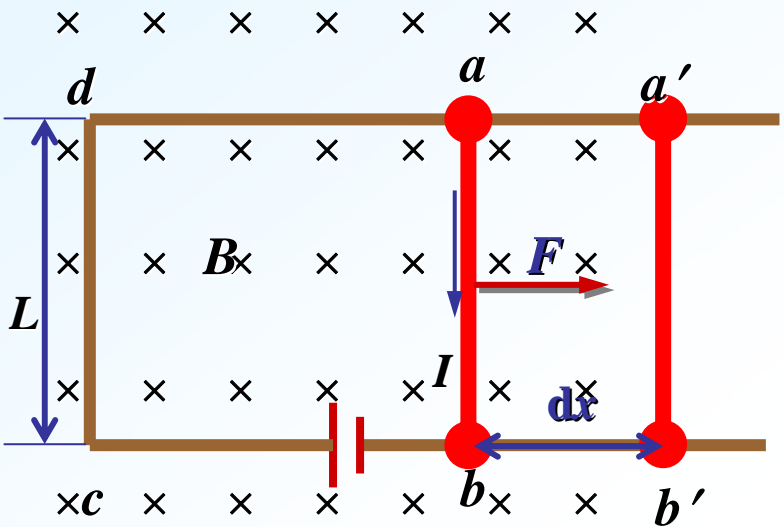


在均匀磁场中, 平面载流线圈的转动趋势是使其磁矩的方向与外磁场的方向一致, 即  $\varphi = 0^\circ$ 。



# § 7-7 磁力的功

## 一、磁力对运动载流导线作的功



磁场力:  $F = BIL$ , 位移  $dx$

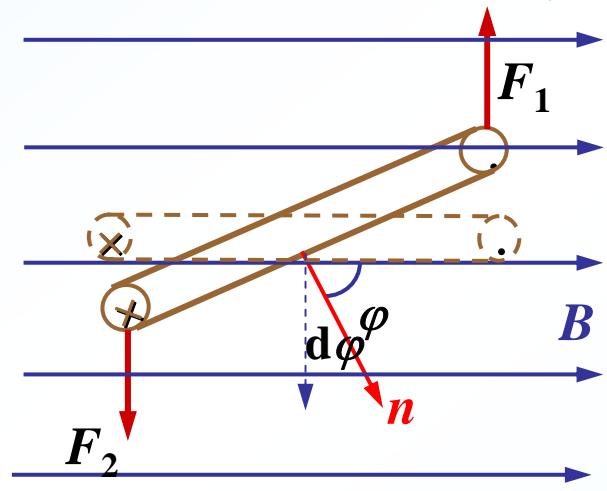
磁场力的功:  $dA = Fdx = BILdx$

其中  $BLdx = BdS = d\Phi$

则  $dA = Id\Phi$

$A = \int Id\Phi$

## 二、载流线圈在磁场中转动时磁场力的功



力矩的功:  $A = \int -Md\phi$

磁力矩:  $M = BIS \sin \phi$

$$A = \int -BIS \sin \phi d\phi = \int Id(BS \cos \phi)$$

$$A = \int Id\Phi$$

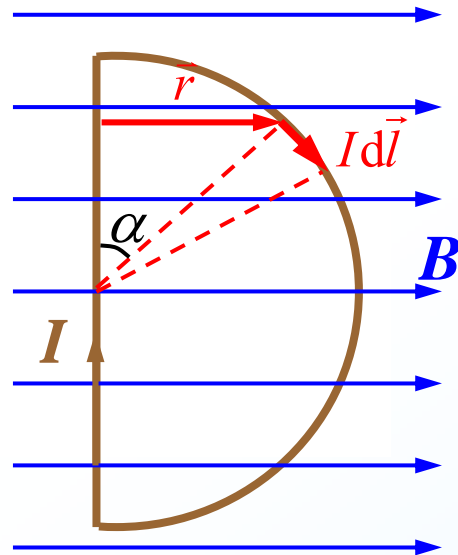
当电流恒定时:  $A = I \int d\Phi = I\Delta\Phi$

磁力对运动载流导线的功等于电流强度与回路包围面积内的磁通量的增量的乘积。或者说, 等于电流强度乘以回路所切割的磁感应线的条数。

**例7-12.** 一半径为 $R$ 的闭合载流线圈，载流 $I$ ，放在磁感应强度为 $B$ 的均匀磁场中，其方向与线圈平面平行。

(1) 求以直径为转轴、线圈所受磁力矩的大小和方向。

(2) 在力矩作用下，线圈转过 $90^\circ$ ，力矩做了多少功？



**解法一：** (1)  $\because \vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}, \quad M = P_m B \sin \frac{\pi}{2}$

$$P_m = I \cdot \frac{\pi R^2}{2} \quad \therefore M = \frac{1}{2} \pi I B R^2 \quad \text{方向如图:}$$

(2) 线圈转过 $90^\circ$ 时，磁通量的增量为：

$$\Delta \Phi_m = \frac{\pi R^2}{2} B \quad \text{则 } A = I \Delta \Phi_m = \frac{\pi R^2}{2} I B$$

**解法二：** 考查一段电流元受力

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\text{大小: } dF = IB dl \sin \alpha = IB R \sin \alpha d\alpha$$

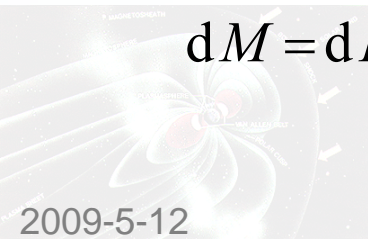
$$\text{方向: } \odot \quad d\vec{M} = \vec{r} \times d\vec{F}$$

$$dM = dF \cdot R \sin \alpha = IB R^2 \sin^2 \alpha d\alpha$$

$$\begin{aligned} M &= \int dM = \int_0^\pi IB R^2 \sin^2 \alpha d\alpha \\ &= \frac{1}{2} \pi IB R^2 \end{aligned}$$

力矩的功：

$$\begin{aligned} A &= -\int M d\varphi \\ &= \int_0^{\pi/2} \frac{1}{2} \pi IB R^2 \sin \varphi d\varphi \\ &= \frac{1}{2} \pi IB R^2 \end{aligned}$$



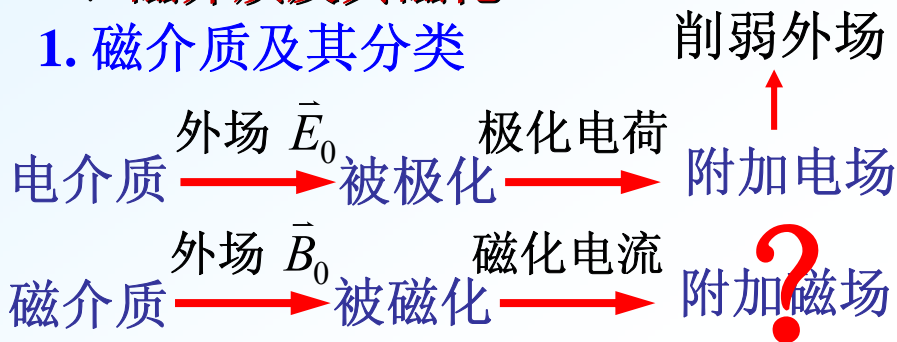
# § 7-8 磁介质中的恒定磁场

磁介质(magnetic medium) :

能与磁场发生相互作用的物质

## 一、磁介质及其磁化

### 1. 磁介质及其分类



设外场磁感应强度为  $B_0$  , 介质磁化后附加磁场为  $B'$

磁介质中磁场:  $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$

定义: 相对磁导率(relative permeability)

$$\mu_r = \frac{B}{B_0}$$

如: 真空螺线管的磁场:  $B_0 = \mu_0 n I$

则, 介质螺线管的磁场:  $B = \mu_r B_0 = \mu_0 \mu_r n I$

令  $\mu = \mu_0 \mu_r$   
——磁导率(permeability):

## 磁介质分类:

弱磁性介质

顺磁质(paramagnet):

$\mu_r > 1, B > B_0, B'$  与  $B_0$  同向

抗磁质(diamagnetic material):

$\mu_r < 1, B < B_0, B'$  与  $B_0$  反向

强磁性介质

铁磁质(ferromagnetics):

$\mu_r \gg 1, B \gg B_0, B'$  与  $B_0$  同向

超导材料

$\mu_r = 0, B = 0$  完全抗磁性

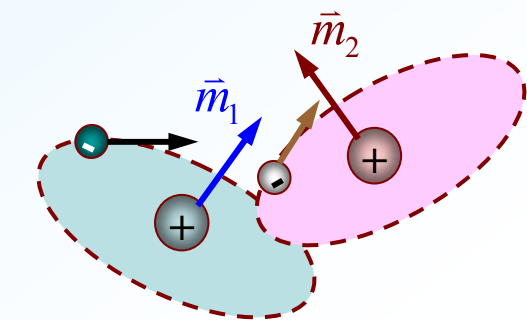
## 2. 抗磁质和顺磁质的磁化机理

## 2、抗磁质和顺磁质的磁化机理

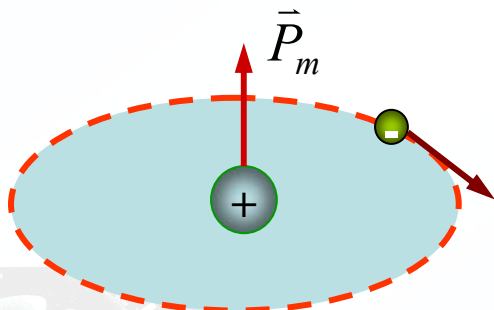
### (1) 分子磁矩和分子附加磁矩

#### 1) 分子磁矩(molecular magnetic moment)

分子或原子中各电子绕核运动和自旋运动等效于“分子电流”，分子电流的磁矩称为“分子磁矩”，表示为  $\vec{P}_m$ 。



各原子磁矩



分子磁矩

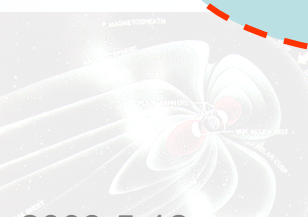
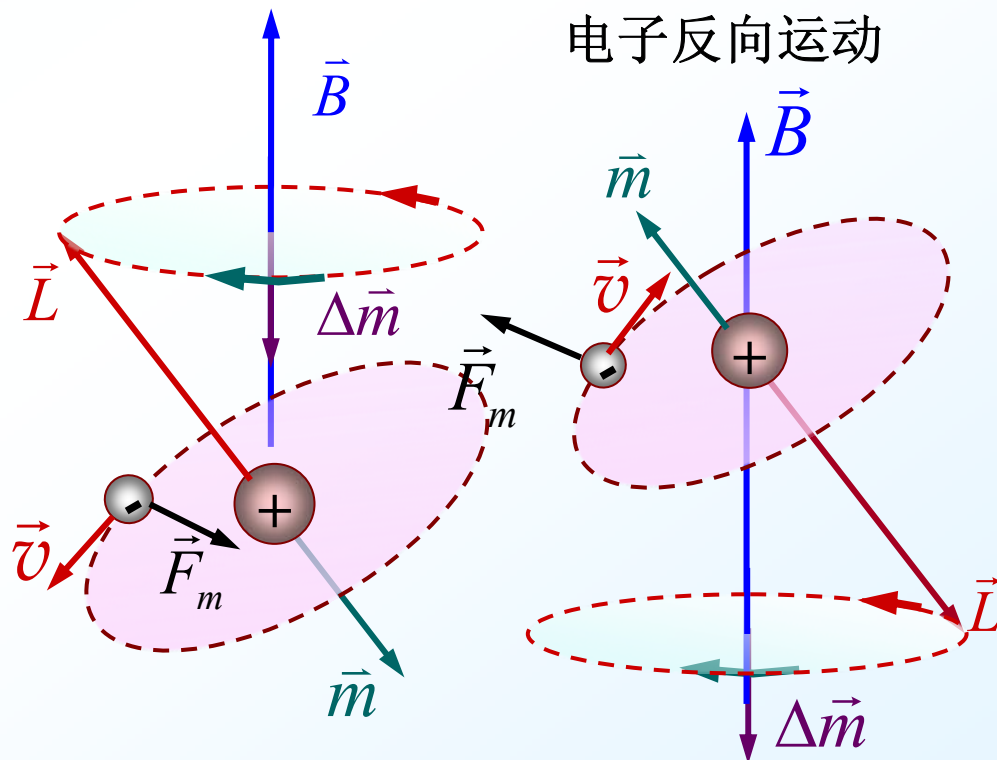
#### 2) 分子附加磁矩

忽略电子自旋，考察磁场对电子轨道磁矩的作用。

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B} = \vec{m} \times \vec{B}$$

电子在外磁场中的旋进产生与  $\vec{B}$  方向的附加磁矩  $\Delta\vec{m}$

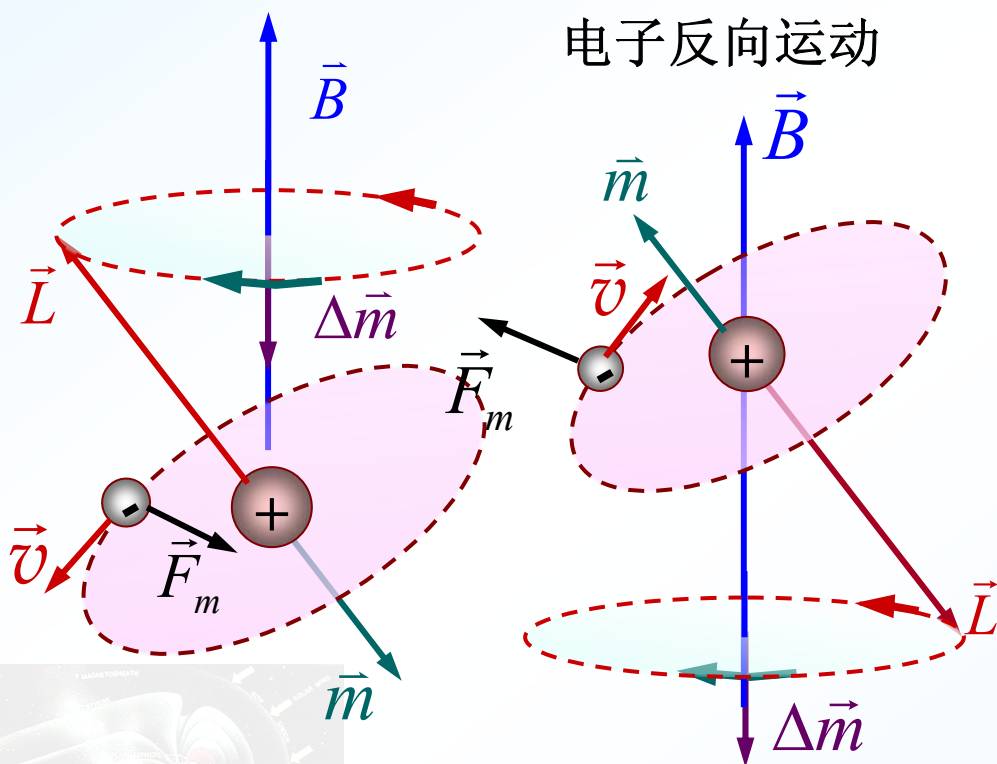


## 2) 分子附加磁矩

忽略电子自旋，考察磁场对电子轨道磁矩的作用。

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad \vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B} = \vec{m} \times \vec{B}$$

电子在外磁场中的旋进产生与  $\vec{B}$  方向的附加磁矩  $\Delta\vec{m}$

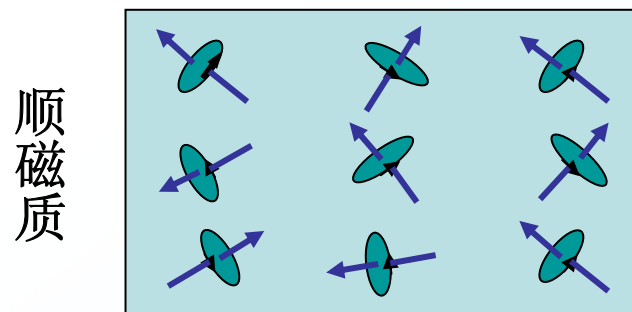


**结论：** 附加磁矩总是与外磁场反向

对于整个分子，附加磁矩  $\Delta\vec{P} = \sum \Delta\vec{m}$

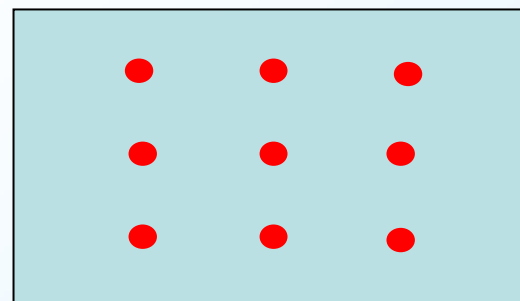
**分子电流：** 分子中所有电子、原子核固有磁矩的等效电流。

无外磁场时：

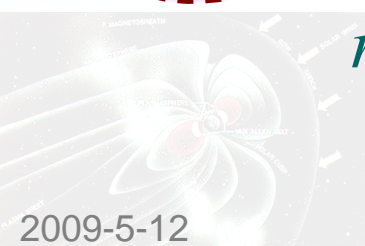


$$\vec{P}_m \neq 0, \quad \sum \vec{P}_m = 0$$

抗磁质



$$\vec{P}_m = 0, \quad \sum \vec{P}_m = 0$$

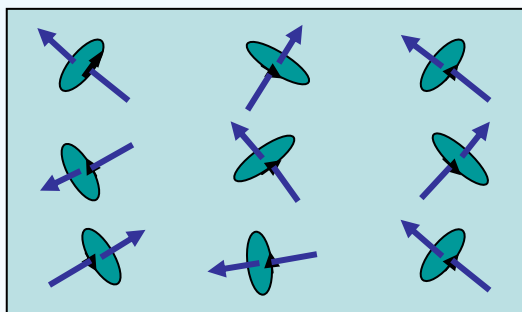




分子电流：分子中所有电子、原子核固有磁矩的等效电流。

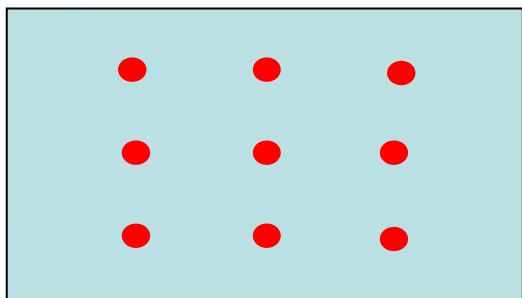
无外磁场时：

顺磁质



$$\vec{P}_m \neq 0, \quad \sum \vec{P}_m = 0$$

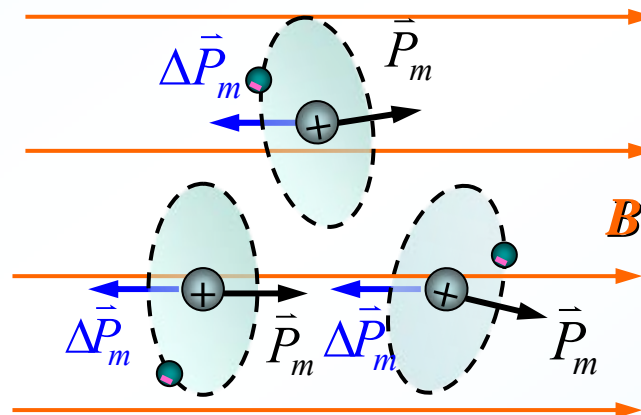
抗磁质



$$\vec{P}_m = 0, \quad \sum \vec{P}_m = 0$$

在外磁场中：

顺磁质： $\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$



磁矩转向外场方向, 则  $\sum \vec{P}_m \neq 0$

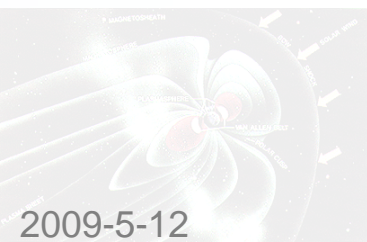
——分子固有磁矩取向极化

附加磁矩与外场方向相反, 且

$$\sum \vec{P}_m \gg \sum \Delta \vec{P}_m,$$

故附加磁场方向与外磁场方向相同。

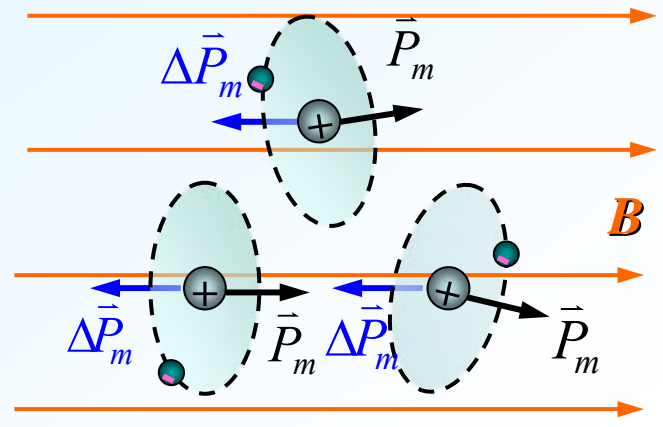
抗磁质：



在外磁场中:

顺磁质:

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$$



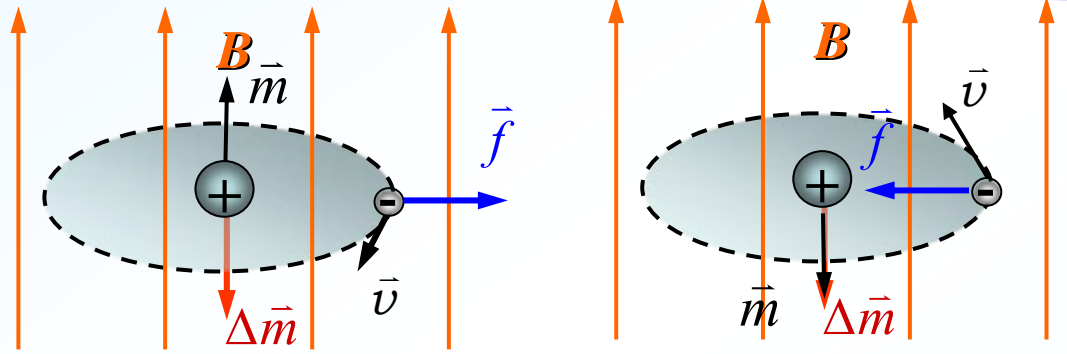
磁矩转向外场方向, 则  $\sum \vec{P}_m \neq 0$

——分子固有磁矩取向极化

附加磁矩与外场方向相反, 且

$$\sum \vec{P}_m \gg \sum \Delta \vec{P}_m,$$

故附加磁场方向与外磁场方向相同。



在外磁场中, 每个运动电子都要产生与外磁场方向相反的附加磁矩

$$\Delta \vec{P}_m = \sum \Delta \vec{m}$$

附加磁矩与外场方向相反,

$$\therefore \sum \vec{P}_m = 0$$

故附加磁场方向与外磁场方向相反。

### 3. 磁化强度矢量与磁化电流

#### 1) 磁化强度(magnetization):

——反映磁化程度强弱的物理量

定义: 磁化强度为单位体积内分子磁矩的矢量和。

抗磁质:



### 3. 磁化强度矢量与磁化电流

#### 1) 磁化强度(magnetization):

——反映磁化程度强弱的物理量

定义：磁化强度为单位体积内分子磁矩的矢量和。

$$\vec{M} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum \vec{P}_m + \sum \Delta \vec{P}_m}{\Delta V}$$

单位：安培·米<sup>-1</sup>(A·m<sup>-1</sup>)

顺磁质：
$$\vec{M} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum \vec{P}_m}{\Delta V}$$

方向与外磁场方向相同。

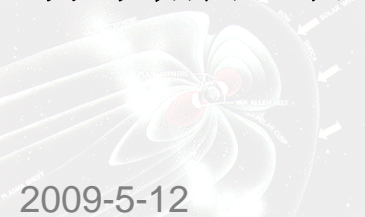
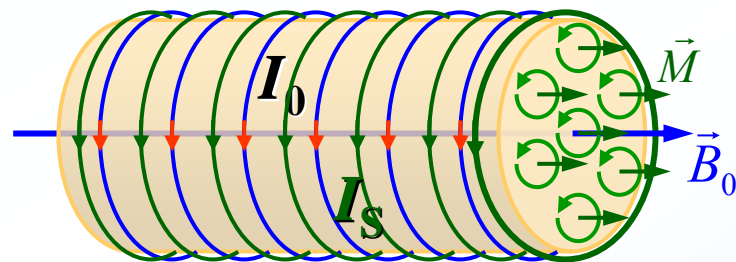
抗磁质：
$$\vec{M} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum \Delta \vec{P}_m}{\Delta V}$$

方向与外磁场方向相反。

分子附加磁矩是抗磁质的磁化的唯一原因。

#### 2) 磁化电流(magnetization current)

介质磁化的宏观效果是在介质横截面边缘出现环形电流，这种电流称为“磁化电流 $I_s$ ”。



### 3. 磁化强度矢量与磁化电流

#### 1) 磁化强度(magnetization):

——反映磁化程度强弱的物理量

定义：磁化强度为单位体积内分子磁矩的矢量和。

$$\vec{M} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum \vec{P}_m + \sum \Delta \vec{P}_m}{\Delta V}$$

单位：安培·米<sup>-1</sup>(A·m<sup>-1</sup>)

顺磁质：
$$\vec{M} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum \vec{P}_m}{\Delta V}$$

方向与外磁场方向相同。

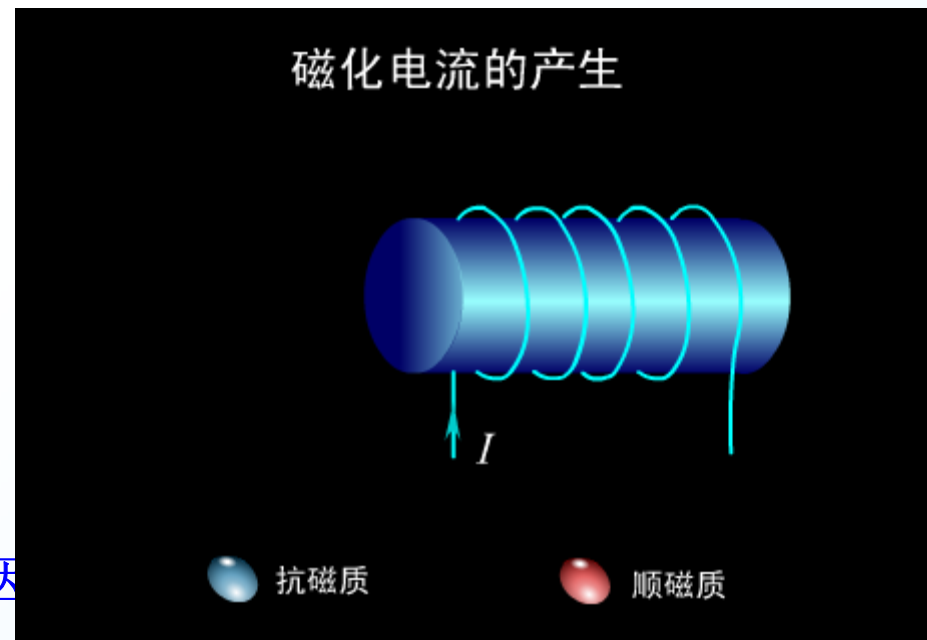
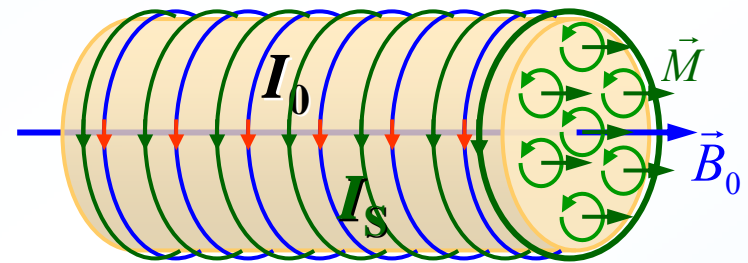
抗磁质：
$$\vec{M} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum \Delta \vec{P}_m}{\Delta V}$$

方向与外磁场方向相反。

分子附加磁矩是抗磁质的磁化的唯一原因

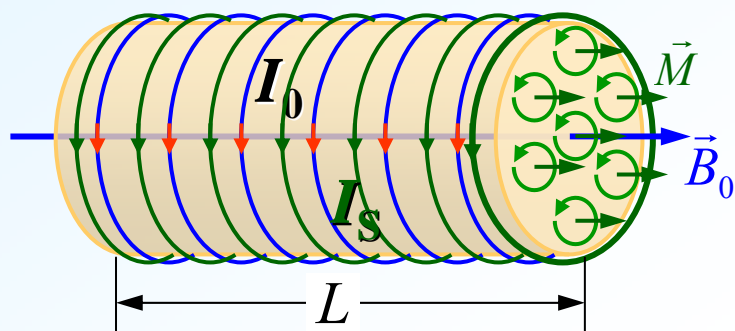
#### 2) 磁化电流(magnetization current)

介质磁化的宏观效果是在介质横截面边缘出现环形电流，这种电流称为“磁化电流 $I_s$ ”。



## 2) 磁化电流(magnetization current)

介质磁化的宏观效果是在介质横截面边缘出现环形电流，这种电流称为“磁化电流 $I_s$ ”。



## 磁化电流与传导电流的区别：

磁化电流是分子内电荷运动一段段接合而成，不同于传导电流的电荷定向运动，又称**束缚电流**，其磁效应与传导电流相当，但不产生热效应。

磁化面电流密度：
$$j_s = \frac{I_s}{L}$$

分子磁矩的矢量和：
$$\left| \sum \vec{P}_m + \sum \Delta \vec{P}_m \right| = I_s S$$

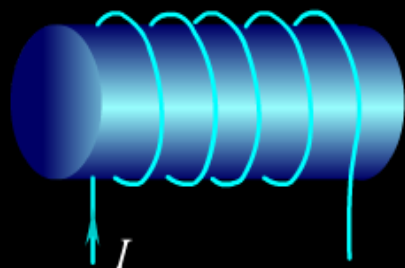
$$\left| \vec{M} \right| = \frac{I_s S}{\Delta V} = \frac{j_s L S}{L S} = j_s \quad \boxed{\left| \vec{M} \right| = j_s}$$

磁化强度在数值上等于磁化电流面密度，两者关系由右螺旋法则确定。

可以推知：磁化强度的环流为

$$\oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l} = \sum I_s$$

磁化电流的产生



● 抗磁质

● 顺磁质

## 磁化电流与传导电流的区别：

磁化电流是分子内电荷运动一段段接合而成，不同于传导电流的电荷定向运动，又称**束缚电流**，其磁效应与传导电流相当，但不产生热效应。

磁化面电流密度：
$$j_s = \frac{I_s}{L}$$

分子磁矩的矢量和：
$$\left| \sum \vec{P}_m + \sum \Delta \vec{P}_m \right| = I_s S$$

$$\left| \vec{M} \right| = \frac{I_s S}{\Delta V} = \frac{j_s L S}{L S} = j_s \quad \boxed{\left| \vec{M} \right| = j_s}$$

磁化强度在数值上等于磁化电流面密度，两者关系由右螺旋法则确定。

可以推知：磁化强度的环流为

$$\oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l} = \sum I_s$$

## 二、磁介质中的高斯定理和安培环路定理

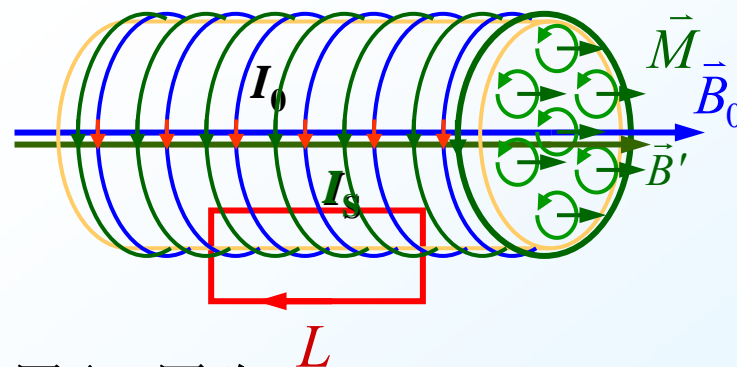
### 1. 有磁介质时的高斯定理

磁介质中磁场：
$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$$

由磁化电流产生的微观机理可知：磁化电流与传导电流在产生磁场方面等效。

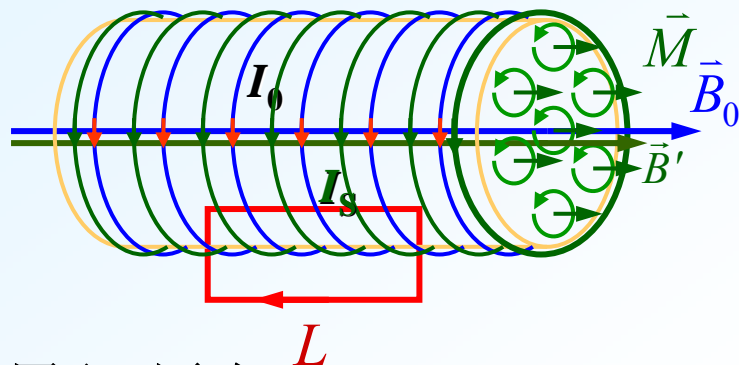
$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

### 2. 有磁介质时的安培环路定理



如图取L回路

## 2. 有磁介质时的安培环路定理



如图取L回路

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum (I_0 + I_s) = \mu_0 (\sum I_0 + \oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l})$$

$$\oint_L \left( \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right) \cdot d\vec{l} = \sum I_0$$

定义磁场强度(magnetic field intensity):

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \quad \text{单位: } \mathbf{A \cdot m^{-1}}$$

磁介质中安培环路定理:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_0$$

磁场强度沿任一闭合回路的环流，等于闭合回路所包围的传导电流的代数和，而在形式上与磁介质中的磁化电流无关。

分析: (1)  $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_0$

只与穿过L的传导电流代数和有关

(2) 对各向同性磁介质:

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

磁化率

由  $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \\ &= \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} \\ &= \mu_0 \mu_r \vec{H} \\ &= \mu \vec{H} \end{aligned}$$

$$\mu_r = 1 + \chi_m$$

介质相对磁导率

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

介质磁导率

磁场强度沿任一闭合回路的环流，等于闭合回路所包围的传导电流的代数和，而在形式上与磁介质中的磁化电流无关。

分析：(1)  $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_0$

只与穿过L的传导电流代数和有关

(2) 对各向同性磁介质：

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

磁化率

由  $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \\ &= \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} \\ &= \mu_0\mu_r\vec{H} \\ &= \mu\vec{H} \end{aligned}$$

$$\mu_r = 1 + \chi_m$$

介质相对磁导率

$$\mu = \mu_0\mu_r$$

介质磁导率

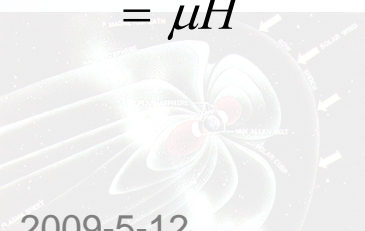
$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_0$$

$$\vec{B} = \mu\vec{H}$$

在真空中： $\vec{M}=0$   $\mu_r=1$   $\vec{B} = \mu_0\vec{H}$

### 3.利用介质中安培环路求磁场的一般步骤：

- (1) 在对称性分析基础上选取适当环路L;
- (2) 由  $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_0$  求磁场强度H分布;
- (3) 由  $\vec{B} = \mu\vec{H}$  求磁感应强度B分布;
- (4) 由  $M = \chi_m H$ 、 $|\vec{M}| = j_s$  求磁化电流





**例7-13.** 为了测试某种材料的相对磁导率, 常将材料做成横截面为圆形的螺绕环芯子, 设环上绕有线圈200匝, 平均围长0.1m, 横截面积为 $5 \times 10^{-5} \text{m}^2$ , 当线圈内通有电流0.1A时用磁通计测得穿过横截面积的磁通量为 $6 \times 10^{-5} \text{Wb}$ , 试计算该材料的相对磁导率。

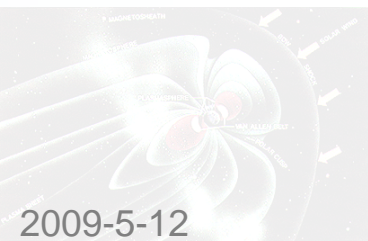
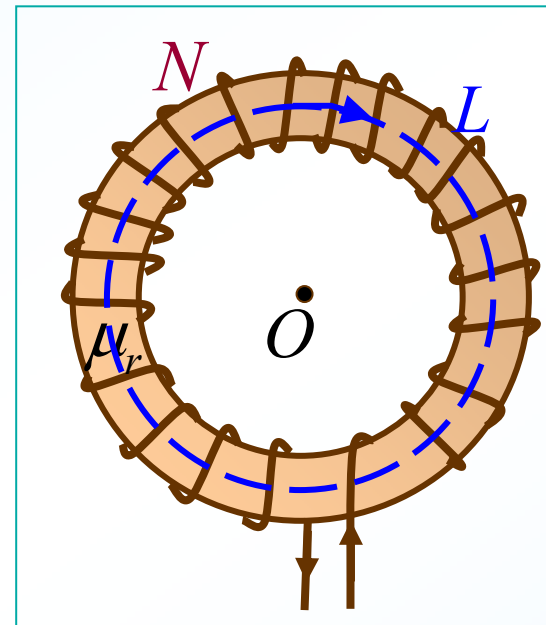
**解:** 选如图所示的安培环路

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I \quad H \cdot L = NI$$

$$B = \mu_0 \mu_r H = \frac{\mu_0 \mu_r NI}{L}$$

截面磁场近似均匀  $\Phi_m = BS$

$$\mu_r = \frac{\Phi_m L}{\mu_0 NIS} = 4.78 \times 10^3$$



### 三、铁磁质

#### 1. 铁磁质的特点

**高 $\mu$ :**  $B$ 随 $H$ 迅速增长，平均斜率比非铁磁质大得多。

**非线性:**  $B$ 和 $H$ 呈非线性关系，单值关系， $\mu$ 非恒量。

**磁滞(hysteresis):**  $B$ 的变化落后于 $H$ 的变化。

**存在居里点:** 临界温度时，失去铁磁性成为顺磁质。

**铁:**  $T=1040\text{K}$     **镍:**  $T=631\text{K}$



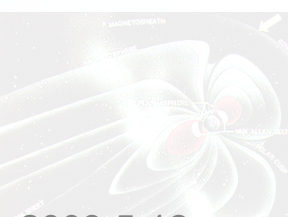
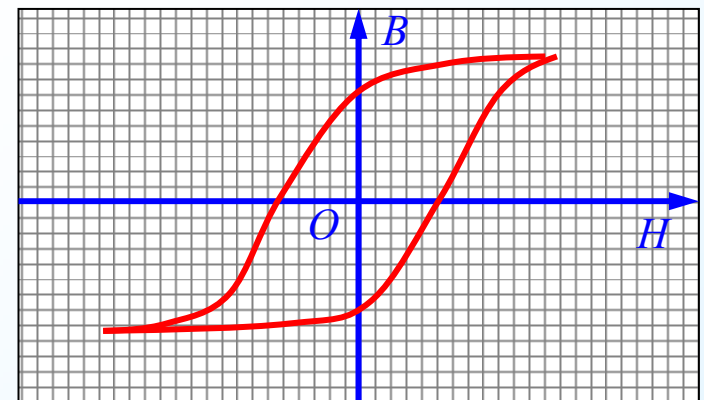
#### 2. 铁磁质的磁化特性 磁滞回线

**实验:** 铁磁质芯的螺线管，通以电流  $I$ 。



$$H = nI$$

改变  $I$ ，测量  $H$  值和  $B$  值，画出  $B-H$  曲线



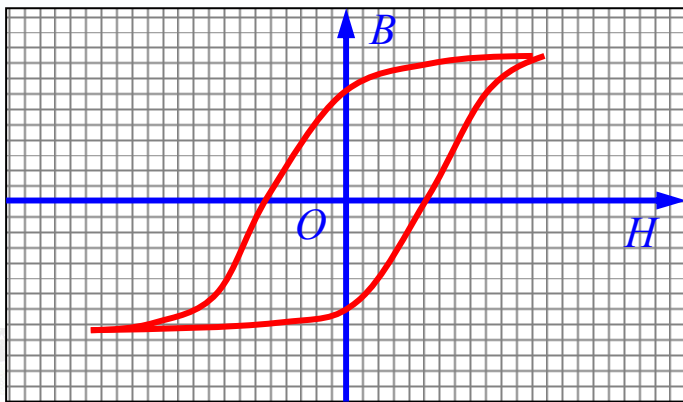
## 2. 铁磁质的磁化特性 磁滞回线

实验：铁磁质芯的螺线管，通以电流  $I$ 。



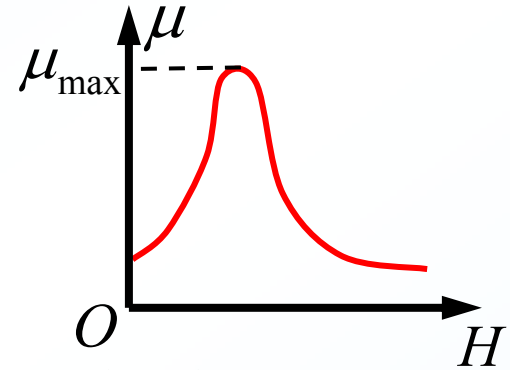
$$H = nI$$

改变  $I$ ，测量  $H$  值和  $B$  值，  
画出  $B-H$  曲线

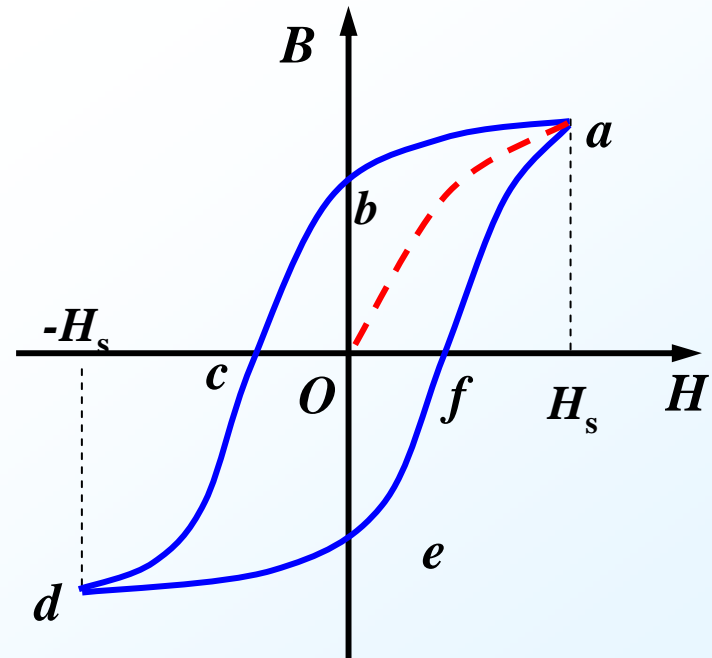


由  $\mu = \frac{B}{H}$  画出  $\mu-H$  曲线

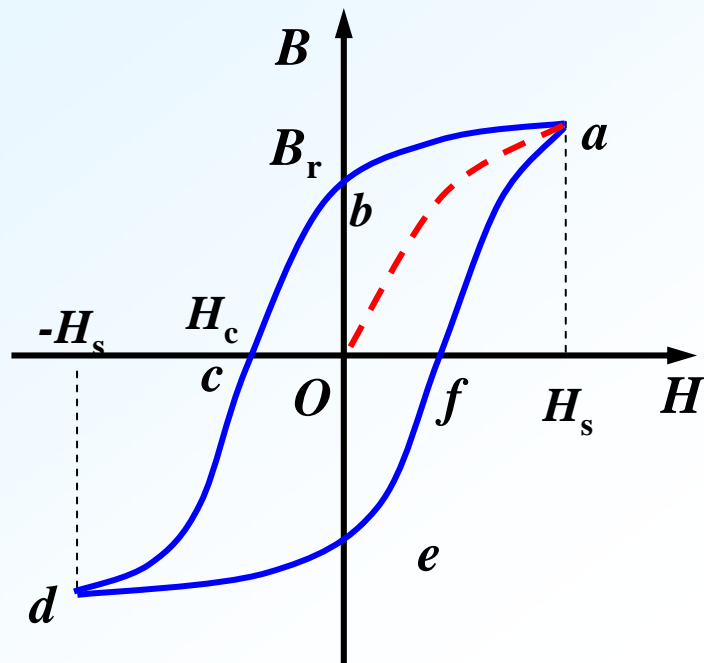
磁导率曲线：



画出  $B-H$  曲线分析



## 画出 $B-H$ 曲线分析



$Oa$ : 起始磁化曲线

$H_s$ : 饱和磁场强度

$B_r$ : 剩余磁感应强度

$H_c$ : 矫顽力(coercive force)

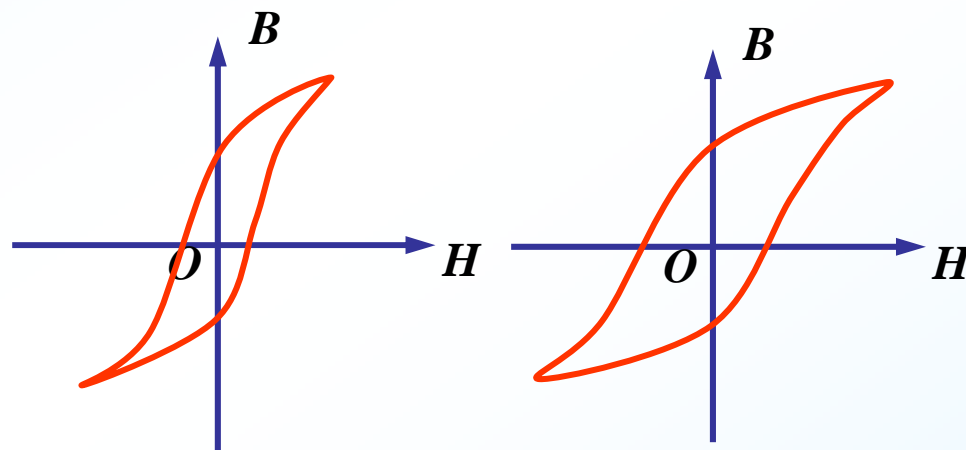
**磁滞效应:**

磁感应强度 $B$ 变化跟不上磁场强度 $H$ 的变化。

**磁滞损耗:**

材料热效应大小与磁滞回线面积成正比。

### 3. 铁磁材料按磁滞回线分类



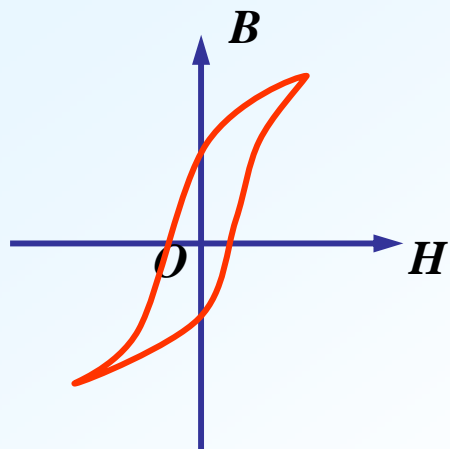
软磁材料

硬磁材料

磁滞损耗小，容易磁化，容易退磁，适用于交变磁场。如制造电机，变压器等的铁芯。

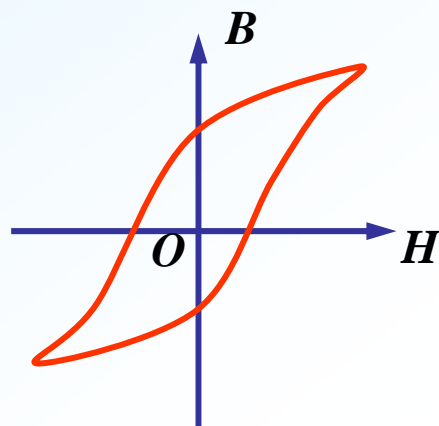
磁滞损耗较大，不易磁化，不易退磁，适合于制造永磁体

### 3. 铁磁材料按磁滞回线分类



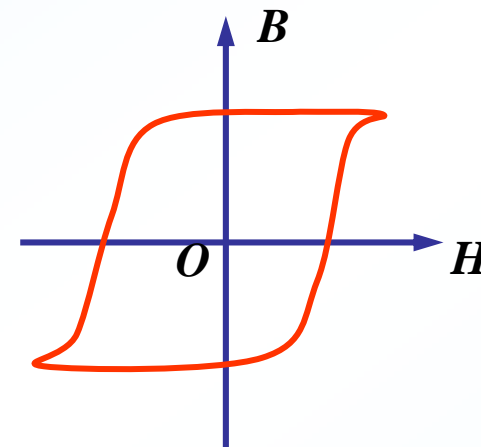
软磁材料

磁滞损耗小，容易磁化，容易退磁，适用于交变磁场。如制造电机，变压器等的铁芯。



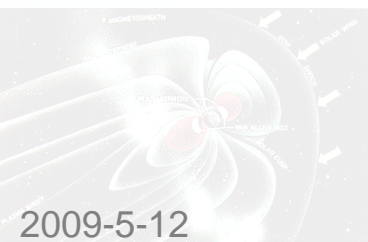
硬磁材料

磁滞损耗较大，不易磁化，不易退磁，适用于制造永磁体。



矩磁材料

适合于制作记录磁带及计算机的记忆元件。

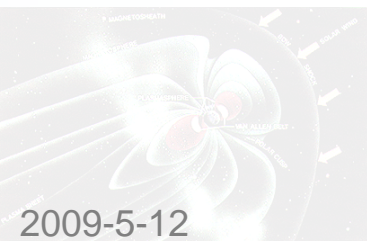
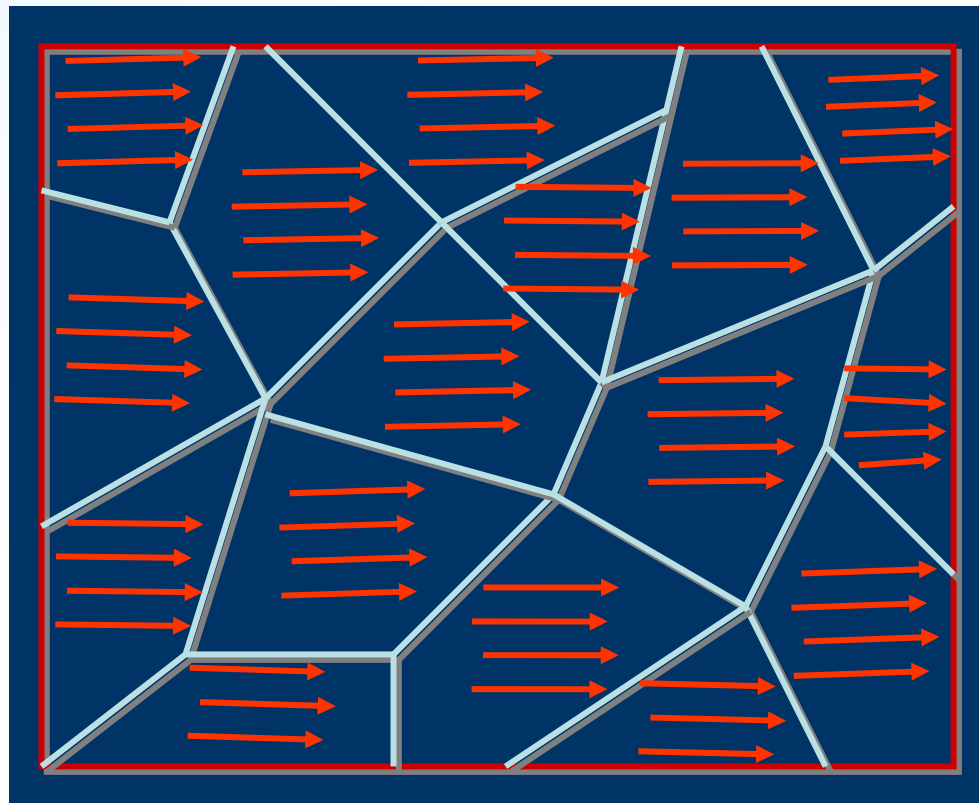


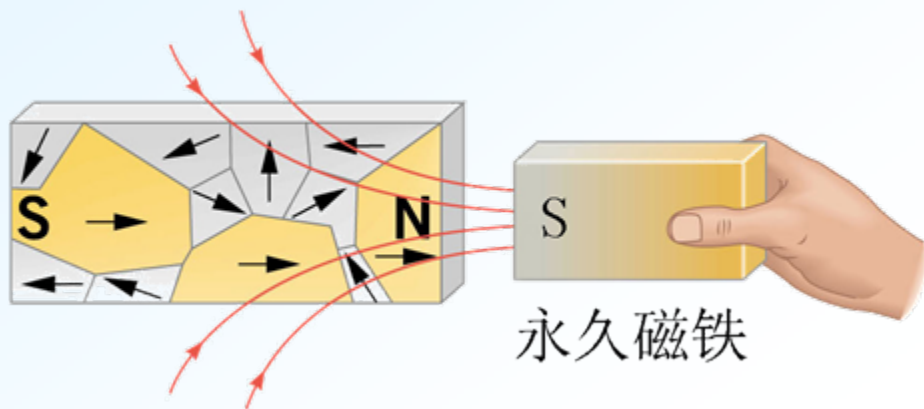
## 4. 铁磁性的磁畴理论

铁磁质相邻原子间存在很强的交换耦合作用，使得无外场时电子自旋磁矩在微小区域内自发地平行排列，形成一个小的自发磁化区，称为“磁畴”。

磁畴体积： $10^{-12} \sim 10^{-8} \text{m}^3$

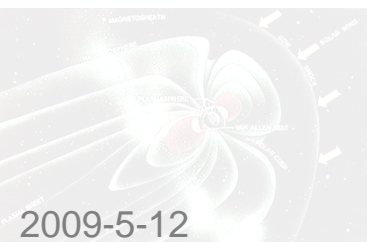
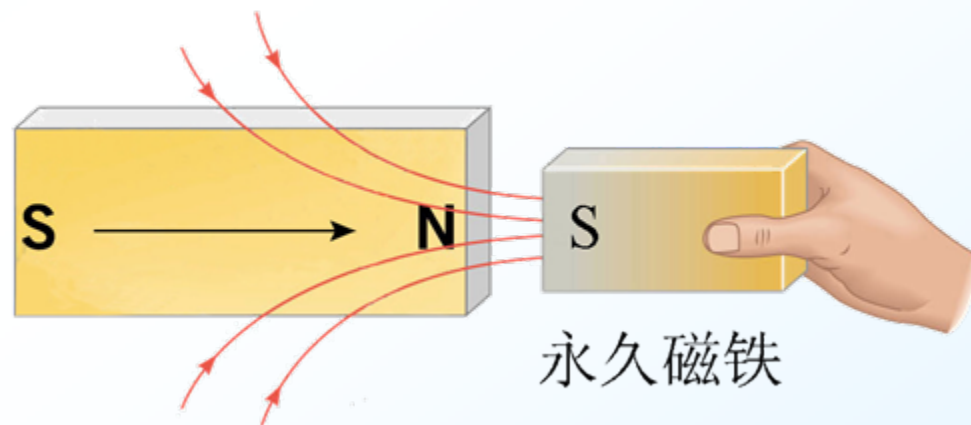
包含原子： $10^{17} \sim 10^{21}$ 个



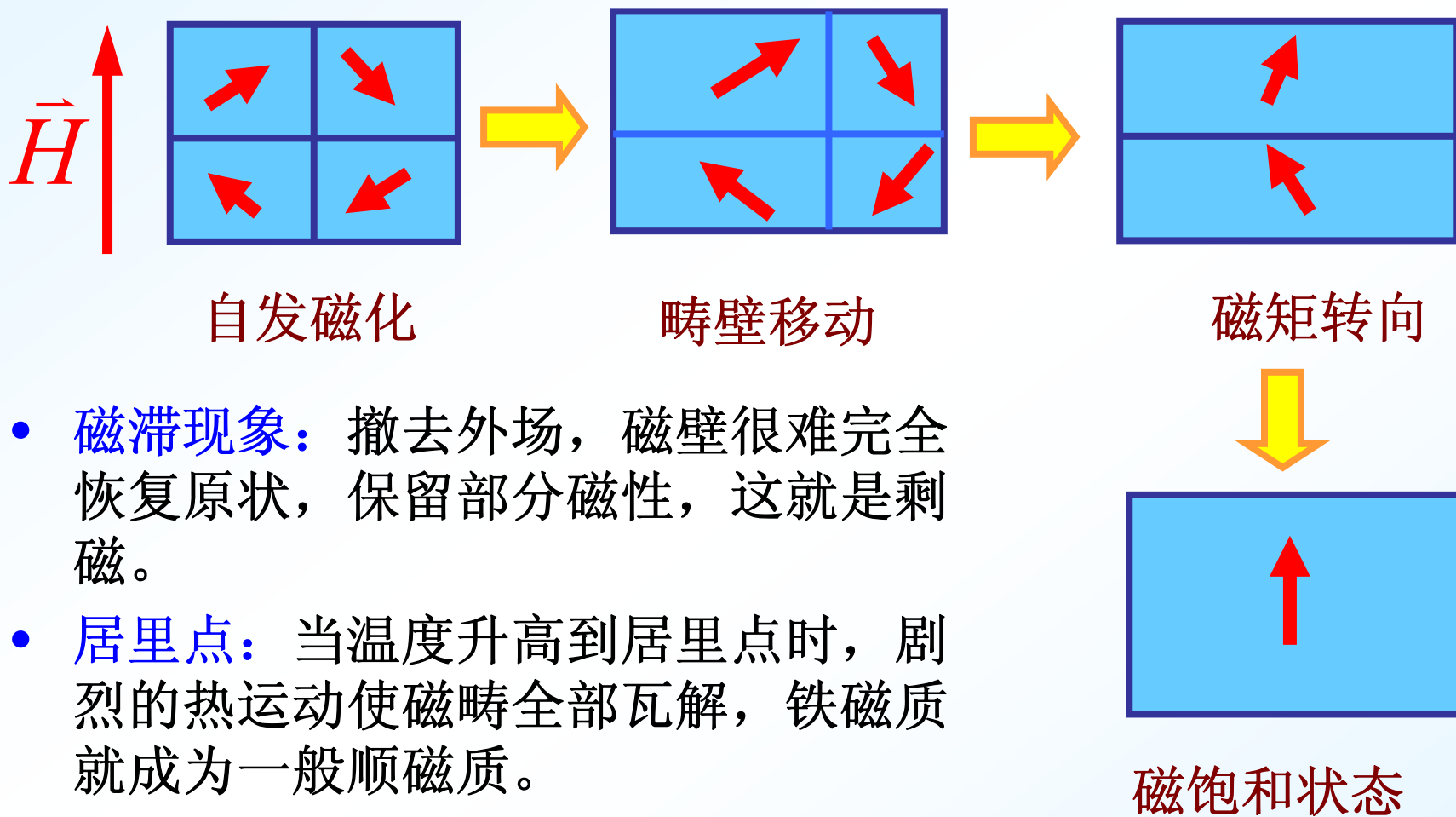


铁磁质在外磁场中的磁化过程主要为畴壁的移动和磁畴内磁矩的转向。

自发磁化方向逐渐转向外磁场方向（磁畴转向），直到所有磁畴都沿外磁场方向整齐排列时，铁磁质就达到磁饱和状态。



## 磁化过程:



- **磁滞现象:** 撤去外场, 磁壁很难完全恢复原状, 保留部分磁性, 这就是剩磁。
- **居里点:** 当温度升高到居里点时, 剧烈的热运动使磁畴全部瓦解, 铁磁质就成为一般顺磁质。

**铁的居里点:  $T = 1040\text{K}$**

**镍的居里点:  $T = 631\text{K}$**

