

长沙理工大学

2018 年硕士研究生入学考试试题

考试科目： 数理统计

考试科目代码： F1002

注意：所有答案（含选择题、判断题、作图题等）一律答在答题纸上；写在试题纸上或其他地点一律不给分。作图题可以在原试题图上作答，然后将图撕下来贴在答题纸上相应位置。

一. 填空（每空 3 分，共 15 分）

1. 设总体的分布类型为已知，但分布中含有未知参数。利用样本对总体参数进行估计可分为_____和区间估计。

2. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的一个样本，那么，当 $c = \underline{\quad}$ 时，

$c \sum_{i=1}^{n-1} (X_{i+1} - X_i)^2$ 为 σ^2 的无偏估计。

3. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $X \sim N(1, 1)$ ， $Y \sim \chi^2(5)$ ，则随机变量 $Z = \frac{X-1}{\sqrt{Y/5}}$ 的

分布为_____。

4. 若总体 $X \sim N(\mu, 1)$ ， X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的随机样本， \bar{X} 为样本均值， S^2 为样本方差，则 μ 的置信概率为 $1 - \alpha$ ($0 < \alpha < 1$) 的置信区间为_____。

5. 假设检验中所犯的错误分别为_____和_____。

二. 选择题（每小题 5 分，共 15 分）

1. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自具有 $\chi^2(n)$ 分布的样本， \bar{X} 为样本均值，则 $E(\bar{X})$ 和 $D(\bar{X})$ 的值为()。

(A) $E(\bar{X}) = n$, $D(\bar{X}) = 2n$ (B) $E(\bar{X}) = 1$, $D(\bar{X}) = 2$

(C) $E(\bar{X}) = n$, $D(\bar{X}) = 2$ (D) $E(\bar{X}) = \frac{1}{n}$, $D(\bar{X}) = n$

2. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本， μ, σ^2 均未知，则下列样本函数中()是统计量。

(A) $X_i - \bar{X}$

(B) $\sum_{i=1}^n X_i - \mu$

$$(C) \sum_{i=1}^n (X_i / \sigma)^2$$

$$(D) \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \bar{X}}{\sigma} \right)^2$$

3. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是总体 $X \sim U(0, \theta)$ 的样本, $X_{(n)} = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$, θ 的无偏估计量 $\hat{\theta} = (\quad)$.

$$(A) \frac{1}{n} X_{(n)}$$

$$(B) \frac{n}{n-1} X_{(n)}$$

$$(C) \frac{n+1}{n} X_{(n)}$$

$$(D) \frac{n+2}{n+1} X_{(n)}$$

三. (10分) 某证券交易所提供了两个星期内某种普通股票的收盘价格(单位:元)如下:

4.0 4.3 4.5 4.5 4.6 4.8 4.9 4.9 5.1 5.0

请计算这种股票的样本均值和方差.

四. (15分) 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为总体 X 的一个样本, X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \beta x^{\beta-1}, & 0 < x < 1, \beta > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}, \text{求参数 } \beta \text{ 的矩法估计量与极大似然估计量.}$$

五. (15分) 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, X_3 是它的样本, 试验证:

$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{5} X_1 + \frac{3}{10} X_2 + \frac{1}{2} X_3$, $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{3} X_1 + \frac{1}{4} X_2 + \frac{5}{12} X_3$, $\hat{\mu}_3 = \frac{1}{3} X_1 + \frac{1}{6} X_2 + \frac{1}{2} X_3$ 都是 μ 的无偏估计. 并回答哪一个估计量最有效?

六. (15分) 已知在正常生产的情况下某种汽车零件的重量(克)服从正态分布 $N(54, 0.75)$, 在某日生产的零件中抽取 6 件, 测得重量如下:

54.0 56.1 53.8 54.2 54.1 54.2

如果标准差不变, 该日生产的零件的平均重量与正常生产是否有显著差异(取 $\alpha = 0.05$, $z_{0.025} = 1.96$, $z_{0.05} = 1.645$)?

七. (15分) 将下列英文翻译成中文

A linear regression model assumes that the regression function is linear in the inputs. Linear models were largely developed in the precomputer age of statistics, but even in today's computer era there are still good reasons to study and use them. They are simple and often provide an adequate and interpretable description of how the inputs affect the output. For prediction purposes they can sometimes outperform fancier nonlinear models, especially in situations with small numbers of training cases, low signal-to-noise ratio or sparse data.