

# 长沙理工大学

## 2018 年硕士研究生入学考试试题

考试科目： 量子力学

考试科目代码： 838

注意：所有答案（含选择题、判断题、作图题等）一律答在答题纸上；写在试题纸上或其他地点一律不给分。作图题可以在原试题图上作答，然后将图撕下来贴在答题纸上相应位置。

### 一、简答题（每小题 15 分，共 45 分）

1. 十九世纪末期人们发现了哪些不能被经典物理学所解释的新的物理现象？

2. 波函数  $\psi(\vec{r}, t)$  是用来描述什么的？它应该满足什么样的标准条件？

$|\psi(\vec{r}, t)|^2$  的物理含义是什么？

3. 在  $\sigma_z$  表象中写出泡利算符的矩阵形式。

### 二、证明题（每小题 15 分，共 45 分）

1. 厄密算符  $\hat{F}$  的本征方程为  $\hat{F}\psi = \lambda\psi$ ，试根据厄密算符的定义式证明厄密算符  $\hat{F}$  的本征值  $\lambda$  是实数。

2. 证明： $\hat{L}_y\hat{p}_x - \hat{p}_x\hat{L}_y = -i\hbar\hat{p}_z$ 。

3. 证明  $\psi_n = \begin{cases} A' \sin \frac{n\pi}{a}(x+a), & |x| < a \\ 0, & |x| \geq a \end{cases}$  中的归一化常数是  $A' = \frac{1}{\sqrt{a}}$ 。

### 三、计算题（每小题 20 分，共 60 分）

1. 若粒子只在一维空间中运动，它的状态可用波函数

$$\Psi(x, t) = \begin{cases} A \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-\frac{1}{\hbar}Et} & 0 \leq x \leq a \\ 0 & x < 0, x > a \end{cases} \quad \text{描述，式中 } E \text{ 和 } a \text{ 分别为确定的常数，}$$

而  $A$  是任意常数, 求: 1) 归一化常数  $A$  和归一化的波函数; 2) 几率密度 (或几率分布函数)  $\omega(x, t)$ ; 3) 在何处找到粒子的几率最大? 4) 坐标的平均值  $\bar{x}$ 。

2. 求算符  $\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  的本征值和所属的本征函数。

3. 粒子在一维无限深势阱  $U(x) = \begin{cases} \infty, x < 0, \\ 0, 0 \leq x \leq b, \\ \infty, x > b \end{cases}$  中运动, 求粒子的能级和相应的归一化波函数。