

6. 随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} ce^{-2x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases}$ 则常数 $c = (\quad)$ 。
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) 2 (D) $\frac{1}{4}$
7. 统计整理主要是对()的整理。
- (A) 历史统计资料 (B) 统计分析资料
(C) 原始调查资料 (D) 综合统计资料
8. 变量数列中各组频率的总和应该 ()。
- (A) 小于 1 (B) 等于 1 (C) 大于 1 (D) 不等于 1
9. 设 X_n 为 n 次独立重复试验中事件 A 发生的次数, p 是事件 A 在每次试验中发生的概率, 则对任意的 $\varepsilon > 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \left| \frac{X_n}{n} - p \right| \geq \varepsilon \right\} = (\quad)$ 。
- (A) 0 (B) ε (C) p (D) 1
10. 设随机变量 $X \sim \chi^2(2)$, $Y \sim \chi^2(3)$, 且 X 与 Y 相互独立, 则 $\frac{X/2}{Y/3} \sim (\quad)$ 。
- (A) $\chi^2(5)$ (B) $t(5)$ (C) $F(2,3)$ (D) $F(3,2)$
11. 在假设检验中, 显著性水平 α 表示 ()。
- (A) $P\{\text{接受 } H_0 | H_0 \text{ 为假}\}$ (B) $P\{\text{拒绝 } H_0 | H_0 \text{ 为真}\}$
(C) 置信度为 α (D) 无具体意义
12. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_{10} 为来自总体 X 的样本, \bar{X} 为样本均值, 则 $\bar{X} \sim (\quad)$ 。
- (A) $N(\mu, 10\sigma^2)$ (B) $N(\mu, \sigma^2)$ (C) $N(\mu, \frac{\sigma^2}{\sqrt{10}})$ (D) $N(\mu, \frac{\sigma^2}{10})$
13. 设 X_1, X_2, X_3 为总体 X 的样本, $T = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{6}X_2 + kX_3$, 已知 T 是 $E(X)$ 的无偏估计, 则 $k = (\quad)$ 。
- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{4}{9}$ (D) $\frac{1}{2}$
14. 设 x_1, x_2, \dots, x_n 为正态总体 $N(\mu, 4)$ 的一个样本, \bar{x} 表示样本均值, 则 μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间为 ()。

$$(A) \left(\bar{x} - u_{\alpha/2} \frac{4}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{\alpha/2} \frac{4}{\sqrt{n}} \right).$$

$$(B) \left(\bar{x} - u_{\alpha/2} \frac{2}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{\alpha/2} \frac{2}{\sqrt{n}} \right).$$

$$(C) \left(\bar{x} - u_{\alpha} \frac{2}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{\alpha} \frac{2}{\sqrt{n}} \right).$$

$$(D) \left(\bar{x} - u_{1-\alpha/2} \frac{2}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{\alpha/2} \frac{2}{\sqrt{n}} \right).$$

15. 对正态总体的数学期望 μ 进行假设检验, 如果在显著性水平 0.05 下接受 $H_0: \mu = \mu_0$, 那么在显著水平 0.01 下, 下列结论正确的是 ()。

(A) 不接受, 也不拒绝 H_0

(B) 可能接受 H_0 , 也可能拒绝 H_0

(C) 必拒绝 H_0

(D) 必接受 H_0

二、填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

1. 设 A, B 是相互独立的随机事件, $P(A)=0.5, P(B)=0.7$, 则 $P(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 设随机变量 X 服从二项分布 $B(3, \frac{1}{3})$, 则 $E(X^2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 在某县城随机抽取 13 个家庭, 调查得到每个家庭的人均月收入数据如下: 5080, 4750, 5080, 4850, 4960, 6000, 5250, 5080, 4760, 5080, 4950, 5080, 4660, 则其众数为 $\underline{\hspace{2cm}}$, 中位数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 设 X, Y 是两个随机变量, 且 $DX=1, DY=\frac{1}{4}, \rho_{XY}=\frac{1}{3}$, 则 $D(X-3Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 设总体 X 服从参数为 $\lambda (\lambda > 0)$ 的泊松分布, 0.8、1.3、1.1、0.6、1.2 是来自总体 X 的样本容量为 5 的简单随机样本, 则 λ 的矩估计值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、计算与分析题 (每小题 20 分, 共 100 分。)

1. 在 1500 件产品中有 400 件次品, 1100 件正品, 任取 200 件。

(1) 求恰有 90 件次品的概率。

(2) 求至少有 2 件次品的概率。

2. 设随机变量 X 的分布函数为

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \ln x, & 1 \leq x \leq e, \\ 1, & x \geq e. \end{cases}$$

(1) 求 $P\{X < 2\}, P\{0 < X \leq 3\}, P\left\{2 < X < \frac{5}{2}\right\}$ 。

(2) 求概率密度函数 $f_X(x)$.

3. 从学校乘汽车到火车站的途中有 3 个交通岗, 假设在各个交通岗遇到红灯的事件是相互独立的, 并且概率都是 $2/5$. 设 X 为途中遇到红灯的次数, 求 X 的分布列、分布函数、数学期望和方差.

4. 设总体 X 的概率密度为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} (\theta+1)x^\theta, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其它,} \end{cases}$$

其中 $\theta > -1$ 为未知参数, 又设 x_1, x_2, \dots, x_n 是 X 的一组样本观测值, 求参数 θ 的最大似然估计值.

5. 设某机器生产的零件长度 (单位: cm) $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 今抽取容量为 16 的样本, 测得样本均值 $\bar{x} = 10$, 样本方差 $s^2 = 0.16$. (1) 求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间; (2) 检验假设 $H_0: \sigma^2 \leq 0.1$ (显著性水平为 0.05).

(已知 $t_{0.05}(16) = 1.746$, $t_{0.05}(15) = 1.753$, $t_{0.025}(15) = 2.132$,

$$\chi_{0.05}^2(16) = 26.296, \chi_{0.05}^2(15) = 24.996, \chi_{0.025}^2(15) = 27.488.)$$