长沙理工大学

2018年硕士研究生入学考试试题

考试科目：统计学　　　　**考试科目代码：432**

注意：所有答案（含选择题、判断题、作图题等）一律答在答题纸上；写在试题纸上或其他地点一律不给分。作图题可以在原试题图上作答，然后将图撕下来贴在答题纸上相应

一、填空题（每小题5分，共25分）

1、设$\xi \sim N(0,1)$，$\eta \sim N(2,1)$，且ξ与η独立，则$\xi+\eta \sim$______.

2、$(\xi,\eta) \sim N\left(\mu_1,\ \mu_2, \sigma_1^2,\ \sigma_2^2, 10\right)$，则 η 服从 ______.

3、设统计量$T(\xi_1,\ldots,\xi_n)$为待估函数$g(\vartheta)$的估计量，若对$\forall \varepsilon>0$，有$\lim\limits_{n\to\infty} P\left[\left|T-g(\vartheta)\right| \le \varepsilon\right]=1$成立，则称$T$为$g(\vartheta)$的__________.

4、设总体$X \sim N(0,\sigma^2), X_1, X_2, \cdots X_8$为总体的一个样本，则$Y=\dfrac{X_1+\cdots X_4}{\sqrt{X_5^{\,2}+\cdots X_8^{\,2}}}$服从______

5、对于高斯—马尔科夫线性模型$Y=X\beta+\varepsilon$，$\varepsilon \sim N(0,\sigma^2)$，则$\beta$的最小二乘法估计量为________

二、选择题（每小题4分，本题总分20分）

1. 对于任意两事件A和B，有　　　　（　　）

A）若$AB \ne \phi$，则A, B一定独立；　　B）若$AB \ne \phi$，则A, B有可能独立；

C）若$AB=\phi$，则A, B一定独立；　　D）若$AB=\phi$，则A, B一定不独立.

2. 下列选项中正确的是　　　　（　　）

A）$P\left(\left|\xi-E\xi\right| \ge \varepsilon\right) \le 1-\dfrac{D\xi}{\varepsilon^2}$；　　B）$P\left(\left|\xi-E\xi\right| \ge \varepsilon\right) \le \dfrac{D\xi}{\varepsilon^2}$；

C）$P\left(\left|\xi-D\xi\right| \ge \varepsilon\right) \le 1-\dfrac{E\xi}{\varepsilon^2}$；　　D）$P\left(\left|\xi-D\xi\right| \ge \varepsilon\right) \le \dfrac{E\xi}{\varepsilon^2}$.

3. 下述4个估计量中哪个不是评价估计量“优”“劣”标准的统计量　　（　　）

A）矩法估计量；　　B）最优无偏估计量；

C）无偏估计量；　　D）优效估计量.

4、设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 X 的样本，$X \sim N(\mu, \sigma^2)$，$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$，当 μ 和 σ^2 均未知时，下面哪个统计量为 σ^2 的无偏估计量　　（　　）

A）$\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$　　B）$\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$

C）$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$　　D）$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$

5、设总体 ξ 服从 $N(\mu,\sigma^2)$，μ,σ^2 为未知参数，则下面哪个说法正确：　（　　）

A）μ 的矩估计量和极大似然估计量相等，σ^2 的矩估计量和极大似然估计量相等；

B）μ 的矩估计量和极大似然估计量不相等，σ^2 的矩估计量和极大似然估计量相等；

C）μ 的矩估计量和极大似然估计量相等，σ^2 的矩估计量和极大似然估计量不相等；

D）μ 的矩估计量和极大似然估计量不相等，σ^2 的矩估计量和极大似然估计量不相等.

三、计算题（总分 105 分）

1、（本题 15 分）某单位有 200 台电话分机，每台分机有 5%的时间要使用外线通话。假定每台分机使用外线是相互独立的，问该单位总机需要安装多少条外线，才能以 90%以上的概率保证分机使用外线时不需要等待？

（注：$\sqrt{9.5} \approx 3.08$，$\Phi(1.28) = 0.8997$，$\Phi(1.29) = 0.9015$.）

2、（本题 15 分）设 (ξ,η) 在圆域 $x^2+y^2 \le 9$ 上服从二维均匀分布，讨论 ξ 与 η 的独立性和相关性.

3、（本题 15 分）设总体 $X \sim B(m,p)$（m 已知，p 未知），$X_1, X_2, \cdots X_n$ 来自总体的样本，（$x_1, x_2, \cdots x_n$）为样本观察值，求 p 的矩估计量和极大似然估计量.

4、(本题 15 分)设总体 ξ 服从正态分布 $N(a,\sigma)$，a，σ 均为未知参数，$\xi_1,\cdots,\xi_n$ 为来自总体 ξ 的容量为 n 的样本，$\bar{\xi}, S^2$ 分别为样本均值和方差，$(x_1, x_2 \cdots x_n)$ 为样本观察值。给定检验水平 $\alpha = 0.05$，求关于参数 a 的假设检验问题：

$$H_0: a = a_0, \qquad H_0:\ a \ne a_0$$

5、（本题 15 分）设从均值为μ，方差为σ^2的总体中，分别取容量为n_1,n_2两独立样本，$\bar{X}_1,\bar{X}_2$分别是两样本的均值，试证：对任意常数a,b有$Y=\dfrac{a\bar{X}_1+b\bar{X}_2}{a+b}$是$\mu$的无偏估计，并确定$a,b$值，使 DY 达到最小.

6、（本题 15 分）设总体ξ服从正态分布$N(a_1,\sigma^2)$，总体η服从正态分布$N(a_2,\sigma^2)$，$\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_{n_1}$及$\eta_1,\eta_2,\cdots,\eta_{n_2}$分别为其子样，且这两个子样相互独立，试建立$a_1-a_2$的置信水平为$1-\alpha$的区间估计.

7、（本题 15 分）对于高斯一马尔科夫线性模型，$Y=X\beta+\varepsilon$，设$\hat{\beta}$是β的最小二乘法估计量，证明$\hat{\beta}$的协方差矩阵为σ^2L^{-1}，其中$L=X'X, Cov(\varepsilon,\varepsilon)=\sigma^2I$.