

F0202

长沙理工大学 2015 年硕士研究生入学考试（工程力学） 数值分析试题

1、计算 $y = \ln x$ 。若 $x \approx 20$ ，则取 x 的几位有效数字可保证 y 的相对误差 $< 0.1\%$ ？
(10 分)

2、高斯消去法解方程组（给出详细计算过程）(15 分)

$$\begin{cases} 10^9 x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$$

3、求解 $A\bar{x} = \bar{b}$ 时，

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0.99 \\ 0.99 & 0.98 \end{pmatrix}, \bar{b} = \begin{pmatrix} 1.99 \\ 1.97 \end{pmatrix}$$

精确解为 $\bar{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 。计算 $\text{cond}(A)_2$ 。给 \bar{b} 一个小扰动：

$$\delta \bar{b} = \begin{pmatrix} -0.97 \times 10^{-4} \\ 0.106 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

求： $\frac{\|\delta \bar{x}\|_2}{\|\bar{x}\|_2}$ (15 分)

4、已知 $\sin 50^\circ = 0.7660444\dots$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}, \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

分别利用 $\sin x$ 的 1 次、2 次 Lagrange 插值计算 $\sin 50^\circ$ 并估计误差。(15 分)

5、用 $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ 来拟合 (15 分)

x	1	2	3	4
y	4	10	18	26

6、考察初值问题

$$\begin{cases} y'(x) = -30y(x) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

在区间 $[0, 0.5]$ 上的解。分别用欧拉显格式计算数值解（节点间距 0.1m）。(15 分)

7、在计算力学推导等参单元的单元刚度矩阵时，需要进行下列形式的积分，

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\xi, \eta) d\xi d\eta$$

采用高斯积分法，写出二维高斯求积公式。(15 分)

(ξ 方向的高斯积分点为 ζ_i , $i=1\dots n$, 对应的高斯权为 H_i ; η 方向的高斯积分点为 η_j , $j=1\dots n$, 对应的高斯权为 H_j)。