长沙理工大学

2015年硕士研究生入学考试试题

考试科目：统计学　　考试科目代码：432

注意：所有答案（含选择题、判断题、作图题等）一律答在答题纸上；写在试题纸上或其他地点一律不给分。作图题可以在原试题图上作答，然后将图撕下来贴在答题纸上相应位置。

一 选择题（每小题5分，共25分）

1. 从区间(0, 1)中随机地取两个数，这两个数之和小于1.2的概率为(　　).

(A) 8/25　(B) 1/5　(C) 17/25　(D) 4/5

2. 如果随机变量X，Y满足$D(X+Y)=D(X-Y)$，则必有（　　）

(A) X与Y独立　(B) X与Y不相关

(C) $D(Y)=0$　(D) $D(X)=D(Y)=0$

3. 设随机变量$X \sim N(\mu,\sigma^2), Y \sim \chi^2(n), T=\dfrac{X-\mu}{\sigma\sqrt{Y}}\sqrt{n}$，且$X$与$Y$相互独立，则下列结论正确的是(　　).

(A) T服从$t(n-1)$分布；　(B) T服从$F(1,n-1)$分布；

(C) T服从正态分布$N(0,1)$；　(D) T服从$t(n)$分布.

4. 在以H_0为原假设检验的假设检验中，犯第一类错误指的是（　　）

(A) 当H_0为假时，接受了H_0　(B) 当H_0为假时，拒绝了H_0

(C) 当 H_0 为真时，接受了 H_0　　　　(D) 当 H_0 为真时，拒绝了 H_0。

5. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，当 μ 和 σ^2 均未知时，

σ^2 的无偏估计量 $\hat{\sigma}^2=$ (　　).

(A) $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$　　　　(B) $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$

(C) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$　　　　(D) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$

二 填空题（每空 5 分，共 20 分）

6. 设 A,B 为随机事件,P(B)=0.5, P(A-B)=0.3, 则 $P(A\cup B)=$ (　　　　).

7. 设随机变量 X 服从[1，3]上的均匀分布，则 $E(1/X)=$ (　　　　)

8. 设 X 为总体，若 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 满足条件 (　　　　), 则称 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为从总体得到的容量为 n 的简单随机样本，简称为样本.

9. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 $X\sim N(\mu,1)$ 的样本，则 μ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间是 (　　　　).

三 计算题（每小题 15 分，共 90 分）

10. 一种产品的正品率为 0.96，使用一种简易方法检验时，将正品判为正品的概率为 0.98，将次品误判为正品的概率为 0.05. 现任取一件用此法检验. (1) 求此件被判为正品的概率; (2) 当被判为正品时, 求此件确是正品的概率.

11. 将一枚硬币重复掷 n 次, 以 X 和 Y 分别表示正面向上和反面向上的次数, 试求 X 和 Y 的相关系数.

12. 在总体$N(80,20^2)$中随机抽取容量为100的样本，求样本均值与总体均值之差的绝对值大于2的概率.（$\Phi(1)=0.8413$）

13. 设X_1，X_2,X_3是取自某总体的容量为3的样本，试证下列统计量都是该总体均值μ的无偏估计. 在方差存在时，指出哪一个估计的有效性最好？（要求写出推导过程）

（1）$\hat{\mu}_1=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{3}X_2+\frac{1}{6}X_3$；（2）$\hat{\mu}_2=\frac{1}{3}X_1+\frac{1}{3}X_2+\frac{1}{3}X_3$；（3）$\hat{\mu}_3=\frac{1}{6}X_1+\frac{1}{6}X_2+\frac{2}{3}X_3$.

14. 设$X_1,X_2\cdots X_n$为总体X的一个样本，X的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\beta x^{\beta-1}, & 0<x<1,\beta>0\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

求参数β的矩法估计量与极大似然估计量.

15. 已知在正常生产的情况下某种汽车零件的重量（克）服从正态分布$N(54,0.75)$，在某日生产的零件中抽取6件，测得重量如下：

54.0　56.1　53.8　54.2　54.1　54.2

如果标准差不变，该日生产的零件的平均重量与正常生产是否有显著差异（取$\alpha=0.05$，$z_{0.025}=1.96, z_{0.05}=1.645$）？

四 证明题（共15分）

16. 在线性模型$Y=X\beta+\varepsilon$，$\varepsilon\sim N(0,\sigma^2 I)$中，求$\beta$的最小二乘估计$\hat{\beta}$，并证明$\hat{\beta}$为$\beta$无偏估计。