

# 深埋隧道排水系统非对称堵塞后渗流场的解析研究

刘新荣, 刘 坤, 钟祖良, 金美海, 陈红军

(重庆大学 土木工程学院, 重庆 400045)

**摘要:** 基于目前未见对隧道排水系统非对称堵塞渗流场进行解析研究, 通过对研究区域进行简化假设, 求解代表渗流场的 Laplace 方程。对研究区域内未知边界条件, 采用 PDE 工具进行数值解后, 得到近似的非齐次边界条件。基于此, 再运用复平面内的保角变换、坐标变换、微分方程定解问题的分解等方法, 将边界条件齐次化, 在 Hilbert 空间中最后唯一的非齐次边界条件表达为正交函数族的级数和, 从而得到了此情况下的隧道周边渗流场解析级数, 其后考查了级数项的多少对计算结果的影响。研究结果表明: (1) 隧道排水系统非对称堵塞后渗流场可以表达为解析后级数, 可简化将来针对这一情况下渗流场的求解难度; (2) 隧道排水系统非对称堵塞后渗流场大致呈漏斗状, 但在堵塞侧水头较高; (3) 求和项数对计算精度的影响至多到 100 项, 多数情况下只需 50 项; (4) 考查了隧道可能受到的水压力分布和渗流量, 分别与相同条件下的数值模拟结果进行对比, 两者相差仅 4.28% 和 4.05%。

**关键词:** 隧道工程; 排水系统; 非对称堵塞; 渗流场; 解析解

**中图分类号:** U 45

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000 - 6915(2017)05 - 1088 - 13

## Analytical study on seepage field of the deep tunnel with asymmetric blocked drainage system

LIU Xinrong, LIU Kun, ZHONG Zuliang, JIN Meihai, CHEN Hongjun

(School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China)

**Abstract:** Analytical study on seepage field of the deep tunnel with asymmetric blocked drainage system has not been carried out at present. An analytical solution of the Laplace equation was derived based on the simplification of the studying area. With the PDE tools, the unknown but necessary boundary conditions were converted to the approximate inhomogeneous ones. These boundary conditions were homogenized with methods like conformal transformation in complex plane, transformation of coordinates, separation of problem for determining the solution of differential equation. The last inhomogeneous boundary condition was expressed as the sum of a family of orthogonal functions in Hilbert space. Finally, a solution of series for the seepage field were derived. The seepage flow field is similar to the funnel shape. The hydraulic head is higher in blocked side. And the further study shows that in most situations the sum of series converges quickly when the number of term in series greater

**收稿日期:** 2016 - 07 - 27; **修回日期:** 2016 - 09 - 26

**基金项目:** 中央高校基本科研业务费资助(CDJXS12 20 00 03); 重庆市基础与前沿研究计划项目(cstc2013jcyjA30005)

Supported by the Fundamental Research Funds for the Central Universities(Grant No. CDJXS12 20 00 03) and Natural Science Foundation Project of Chongqing(Grant No. cstc2013jcyjA30005)

**作者简介:** 刘新荣(1969 -), 男, 博士, 1990 年毕业于重庆大学采矿工程专业, 现任教授、博士生导师, 主要从事岩土工程、隧道与地下空间工程等方面的教学与研究。E-mail: liuxrong@126.com。通讯作者: 刘 坤(1987 -), 男, 现为博士研究生。E-mail: phlk4@126.com

**DOI:** 10.13722/j.cnki.jrme.2016.0955

than 50. The differences between the analytical and numerical results of the distribution of hydraulic pressure and seepage flux are only 4.28% and 4.05%.

**Key words:** tunnel engineering; drainage system; asymmetric blocked; seepage field; analytical solution

## 1 引言

我国西南的山地多岩溶地貌, 隧道在运营过程中, 排水系统常由于地下水裹挟泥沙而淤积、隧道注浆材料和初期支护混凝土发生化学反应产生钙化物淤积、岩溶地貌的地下水含有的  $\text{Ca}^{2+}$ ,  $\text{Mg}^{2+}$  等离子与空气中  $\text{CO}_2$  发生结晶反应淤积、微生物在排水管内滋生结垢及施工过程中的漏浆、窜浆等原因, 最终在一定程度上堵塞隧道的排水系统。而隧道断面左、右两侧的排水系统因上述原因发生堵塞时, 也很难保证断面两侧的排水系统堵塞状况完全对称。更难以考虑到隧道在排水系统非对称堵塞后, 隧道结构面临的水压力呈何种规律分布<sup>[1]</sup>。

目前的规范并未对交通工程中的隧道在排水系统堵塞后的水压力变化规律的计算提供现成的计算方法<sup>[2-3]</sup>。目前铁路、公路等非水工隧道, 在遇到高水压问题时, 常借用电力系统水工隧道中的“外水压力折减系数法”计算隧道受到的水压力<sup>[4]</sup>。但是交通工程中的隧道与电力系统中的水工隧道毕竟存在诸多差别, 特别是在隧道的使用耐久性的要求方面区别更大。而长期的工程实践也说明了, 交通隧道对于地下水的处理不恰当时, 大量排水则造成隧址区水资源流失, 破坏当地水环境<sup>[5-6]</sup>; 过度堵水则一方面施工复杂, 成本大幅上升, 另一方面施工难度大, 隧道内水害不止<sup>[7]</sup>。因此, 学界对隧道与地下水之间相互作用的研究从未停止。

隧道渗流的研究大致有几种方法, 包括上述的折减系数法, 数值计算分析法, 理论解析法。方保镕和吴正文<sup>[8]</sup>用边界拟合坐标的有限元法, 研究了有压渗流。杨志锡和杨林德<sup>[9]</sup>研究了在各向异性介质中圆形坑道的解析解。王建秀等<sup>[10-11]</sup>用数值方法结合解析方法研究了深埋隧道的外水压力。高新强<sup>[12]</sup>、王秀英等<sup>[13]</sup>分别研究了高水压和山岭隧道的衬砌外水压力, 并给出了圆形对称渗流场的解析解。P. Arjanoi 等<sup>[14]</sup>分析高水压下并排隧道在不同排水条件下的周边渗流场。侯晓萍等<sup>[15]</sup>提出裂隙岩体非稳定渗流的复合单元算法。吴祖松等<sup>[16]</sup>研究了隧道围岩的非线性渗流和计算流域界限问题。李术才等<sup>[17]</sup>研究了海底隧道流-固耦合模型试验系统。

在渗流场的理论解析法方面, 目前的解析解仍然是建立在隧道断面左、右的排水系统工作状态完全相同的基础上, 给出的渗流场解析解也只与极坐标下的半径相关。而考虑排水系统非对称堵塞后, 渗流场分布规律的解析解未见。本文以隧道排水系统非对称堵塞后的渗流场分布解析解为目标进行推导, 结合微分方程的数值解法, 分析了隧道衬砌背后的水压力分布规律, 计算了各种隧道半径和水压下的渗流场分布, 并得到了相应情况下的隧道渗流量。

## 2 渗流场的解析研究

本节主要内容即是讨论排水系统非对称堵塞情况下隧道周边围岩中渗流场的分布情况。即推导非对称下的二维 Laplace 方程的解析解。

### 2.1 基本假设

由于推导非对称情况下的 Laplace 方程的定解问题, 需要对实际的工程做出一些条件限制和假设, 基本假设如下。

(1) 隧道渗水符合 Darcy 渗透定律, 隧道和地层材料参数均为各向同性, 流体不可压缩, 隧道断面呈正圆形。

(2) 将隧道周边渗流场问题转化为无限含水层中竖井渗流场问题, 因此限制隧道为深埋隧道, 当隧道承受的水头很大(至少 100 m)时, 可假设隧道周边远场的静水头为定常值。

对于一般隧道而言, 其内半径大多小于 10 m, 则作用在隧道最高点与最低点上的水头差在静水压力场中为 10 m。若隧道承受的水头太小, 则隧道高、低点处的水头差值将不可忽略, 将隧道周边渗流场问题转化为无限含水层中竖井渗流场问题这一做法则是不合适的。实际上当隧道的埋深越深或者隧道内高差越小, 这一做法引入的误差将越小。

(3) 隧道衬砌背后未堵塞的排水系统由二次衬砌渗透系数取值来考虑排水系统透水性, 等效为考虑地下水从二次衬砌表面渗出, 最后经由隧道排水沟排出; 隧道衬砌背后被堵塞的排水系统, 考虑为完全不透水材料。

(4) 为使微分方程可解, 隧道衬砌厚度考虑为

0, 不设初支和注浆圈。或者可以理解为只计算衬砌背后的渗流场分布。

### 2.2 微分方程定解问题

建立以隧道半径方向为  $r$  轴的极坐标系,  $\theta=0$  的正方向见图 1。其中, 隧道内半径、远场半径分别为  $r_a, r_0$ , 对应的压力水头分别为  $H_a, H_0$ , 围岩的渗透系数为  $k_s$ , 其中隧道排水系统未堵塞的一侧, 隧道背后的压力水头  $H_a=0$ ; 隧道排水系统堵塞的一侧的隧道背后的压力水头  $H_a$  的分布为未知; 其他参数均为已知。

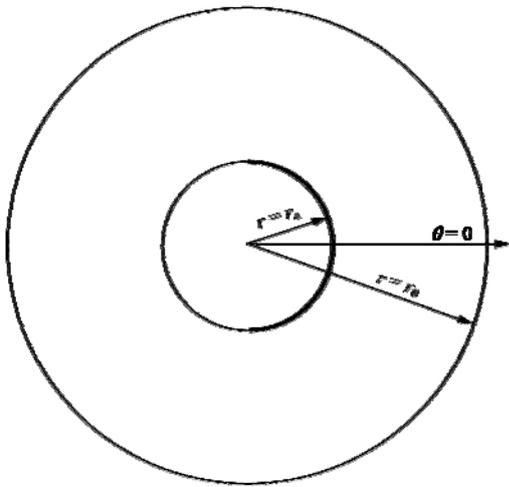


图 1 圆形隧道计算示意图

Fig.1 Diagram of circular tunnel

极坐标下渗流满足连续性方程(Laplace 方程):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial H}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H}{\partial \theta^2} = 0 \quad (1)$$

对微分方程的定解条件进行整理如下:

(1) Dirichlet 边界条件, 在渗流场远端, 认为水头不变为  $H_0$ , 即

$$\left. \begin{aligned} \theta \in [-\pi, \pi] \\ H|_{r=r_0} = H_0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

(2) Neumann 边界条件, 在隧道衬砌内侧有一侧排水系统失效, 地下水无法渗流通过, 即渗流速度为 0:

$$\left. \begin{aligned} \theta \in \left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \\ \frac{\partial H}{\partial r} \Big|_{r=r_a} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

(3) Dirichlet 边界条件, 隧道的另一半排水系统正常, 按前述的假设, 认为地下水从表面渗出, 即有如下 2 个条件:

$$\left. \begin{aligned} \theta \in \left[ -\pi, -\frac{\pi}{2} \right] \cup \left[ \frac{\pi}{2}, \pi \right] \\ H|_{r=r_a} = H_a = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(1) 保角变换

Laplace 方程可以用分离变量法解。因边界条件不对称, 在环域内此偏微分方程问题求解非常困难。采用保角变换的方法, 将极坐标下的圆域变换为直角坐标系下的矩形域, 将使问题的难度下降。

将原平面  $(r, \theta)$  内的任意点  $(\rho, \varphi)$  看作在复平面内的复数  $z = \rho + i\varphi$ 。采用对数函数的保角变换, 即

$$w(z) = \ln z = \ln(|z| e^{i\text{Arg}z}) = \ln|z| + i\text{Arg}z = \ln \rho + i\varphi \quad (5)$$

将极坐标系下的平面  $(r, \theta)$  变为了复平面  $w$  上的一个矩形域, 其中  $-\pi < \text{Im}w < \pi$ 。为进一步简化计算, 将计算域进行坐标平移, 向左移动  $\ln r_a$  单位长度, 其区域表达式为  $0 < x < \ln r_0 - \ln r_a, -\pi < \eta < \pi$ 。而对数表达的  $x$  轴仍然显得复杂, 用新的转换关系  $x = \ln \xi$ , 则横轴的计算区域表达式再变为  $0 < \xi < r_0 - r_a$ , 得到新平面  $\zeta(\xi-\eta)$  上的计算区域。新的计算区域关于  $\eta=0$  对称, 只取  $\eta > 0$  的部分, 计算区域进一步简化为

$$\frac{\partial^2 H_\xi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 H_\xi}{\partial \eta^2} = 0 \quad (0 < \xi < r_0 - r_a, 0 < \eta < \pi) \quad (6)$$

以下再考虑边界条件, 由式(2)~(4)所表述的边界条件, 转换后的区域的边界条件为

$$\left. \begin{aligned} \eta \in [0, \pi] \\ H|_{\xi=r_0-r_a} = H_0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \eta \in \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right] \\ \frac{\partial H}{\partial r} \Big|_{\xi=0} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \eta \in \left[ \frac{\pi}{2}, \pi \right] \\ H|_{\xi=0} = H_a = 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

注意到由于新的计算区域由圆环区域转换而来, 所以还天然的带有一些条件。即  $\eta = -\pi$  或  $\pi$  时, 水头势函数  $H(\xi, \eta)$  应相等, 才能满足圆环域内以  $2\pi$  为周期的天然条件, 同时在  $\eta = -\pi$  或  $\pi$  时, 边界上应没有地下水流入或流出, 否则也将破坏天然的





隧道排水系统堵塞的一侧背后的水头分布  $H_0$  与角度  $r$  的关系近似于对数函数, 其相关性系数  $R^2$  如表 4 所示。其中相关性系数  $R^2$  最小值为 0.970 2, 所以认为式(13)所代表的对数分布形式具有很高可信度。

式(13)中  $\alpha_r$  系数的分布如表 5 所示,  $\beta_r$  系数的分布如表 6 所示。这一相关性和  $\alpha_\theta$ ,  $\beta_\theta$  的一样, 并不能证明可以用于外推, 特别是对于隧道内半径的外推, 误差会急剧增加。

表 5 水头分布与角度  $r$  的关系的近似系数  $\alpha_r$   
Table 5  $\alpha_r$  for head distribution versus  $r$

$\alpha_r$							
3 m	4 m	5 m	6 m	7 m	8 m	9 m	10 m
0.106 2	0.116 8	0.124 8	0.130 8	0.135 3	0.138 4	0.140 2	0.141 0

表 6 水头分布与角度  $r$  的关系的近似系数  $\beta_r$   
Table 6  $\beta_r$  for head distribution versus  $r$

$\beta_r$							
3 m	4 m	5 m	6 m	7 m	8 m	9 m	10 m
0.605 0	0.560 3	0.525 8	0.499 3	0.479 3	0.465 0	0.455 7	0.450 8

当实际查表时, 隧道内径  $r_a$  不为表中整数时, 可采用线性插值方法取得  $\alpha_r$ ,  $\beta_r$  的值。

为将式(13)得到的水头近似表达式用于图 1 所示的整体计算模型, 需要将式(13)中的坐标进行调整。令  $\theta' = 0$  的方向为原坐标轴  $\theta = -\pi/2$  的方向, 得到的式(13)的表达式不变, 只是作用的边界的表述坐标变为整体坐标系下的  $\theta = 0$ ,  $r \in [r_a, r_0]$ 。

式(13)在  $r$  的取值范围内存在差距, 通过计算, 在 112 余组  $\alpha_r$ ,  $\beta_r$  值中,  $\exp(-\beta_r / \alpha_r)$  的最大值约为 0.040 9, 平均值约为 0.023 4, 也就是说由此产生的差值在最不利的情况下约为 0.102%, 平均差值约为 0.057%。应是可以接受的差值。于是将式(13)所示图像向左移动  $\exp(-\beta_r / \alpha_r)$ , 并通过保角变换方法变换到  $\xi-\eta$  平面上, 有

$$H(\xi, 0) = H_0(\alpha_r \ln \xi + \beta_r) \quad (14)$$

图 4 对比了在  $r_a = 8 \text{ m}$ ,  $H_0 = 120 \text{ m}$  条件下数值解和式(14)的图像, 可以看到两者非常近似, 因此用式(14)来描述原有的边界条件是较为精确的。

(3) 非齐次边界下 Laplace 方程的求解

① 移动函数图像使边界条件的齐次化

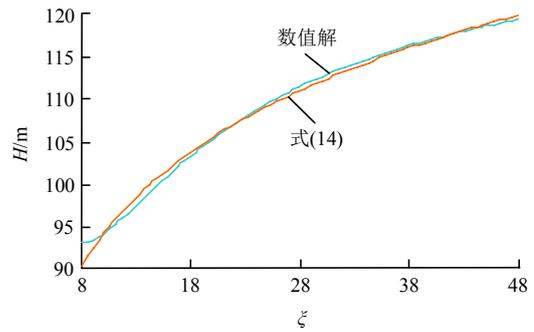
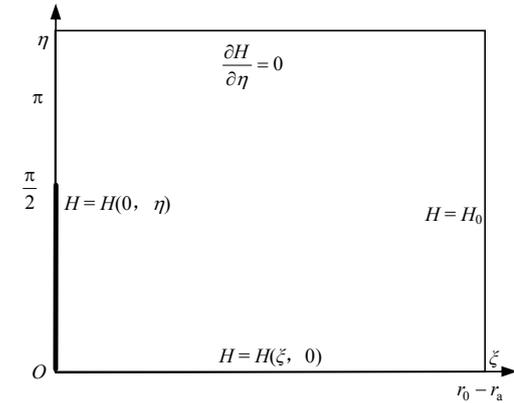
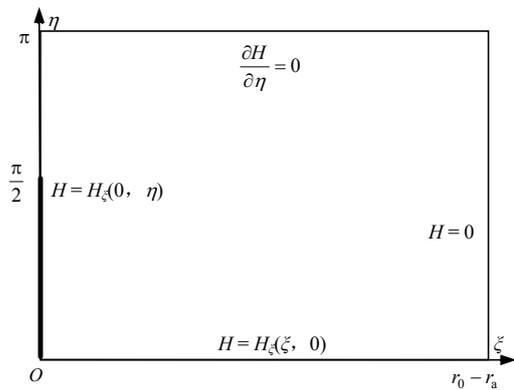


图 4  $H(\xi, 0)$  的曲线图  
Fig.4 Graph of  $H(\xi, 0)$



(a)



(b)

图 5  $\xi-\eta$  平面上的 Laplace 方程定解问题

Fig.5 Boundary conditions of the Laplace equation on  $\xi-\eta$  plane

将目前所有边界条件汇总, 得到在  $\xi-\eta$  平面上的 Laplace 方程定解问题, 如图 5(a)所示。

由图 5(a)所示边界条件可知, 矩形计算区域四边中, 除  $\eta = \pi$  边界上为齐次边界条件外, 其他三边都是非齐次边界条件。将远场水头  $H_0$  和隧道内径处的水头  $H_a$  全部降低  $H_0$ , 变为  $H_0 - H_a$  和 0, 则整个渗流场图像在绘图空间中下降  $H_0$ 。前述边界条件式(12)和(14)变为

$$H_\xi(0, \eta) =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 \left[ \alpha_\theta \ln \left( \frac{\pi}{2} - \eta \right) + \beta_\theta \right] - H_0 \\ \left( \eta \in \left[ 0, \frac{\pi}{2} - \exp \left( \frac{-\beta_\theta}{\alpha_\theta} \right) \right] \right) \\ -H_0 \left( \eta \in \left[ \frac{\pi}{2} - \exp \left( \frac{-\beta_\theta}{\alpha_\theta} \right), \pi \right] \right) \end{array} \right. \quad (15)$$

$$H_\zeta(\xi, 0) = H_0(\alpha_r \ln \xi + \beta_r) - H_0 \quad (\xi \in (0, r_0 - r_a)) \quad (16)$$

在  $\xi = r_0 - r_a$  上边界条件变为齐次条件  $H = 0$ ，如图 5(b)所示，其数学表述为

$$\frac{\partial^2 H_\zeta}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 H_\zeta}{\partial \eta^2} = 0 \quad (0 < \xi < r_0 - r_a, 0 < \eta < \pi) \quad (17)$$

$$\left. \begin{array}{l} H_\zeta = H_\zeta(0, \eta) \quad (\xi = 0) \\ H_\zeta = 0 \quad (\xi = r_0 - r_a) \\ H_\zeta = H_\zeta(\xi, 0) \quad (\eta = 0) \\ \frac{\partial H_\zeta}{\partial \eta} = 0 \quad (\eta = \pi) \end{array} \right\} \quad (18)$$

② 分解问题使边界条件的齐次化

在图 5(b)中，仍有  $\xi = 0$ ， $\eta = 0$  两个边界条件非齐次，在无源的稳态渗流问题中，只含一个非齐次边界条件时，是可以通过变量分离法求解的，非齐次边界条件起到的作用是确定微分方程原函数的待定系数。由此，采用非齐次边界的分解，将问题分解为 2 个只含有一个非齐次条件的问题，分别求解后，将解叠加得到原问题的解。

将问题分为(I)，(II)两部分，令  $r'_0 = r_0 - r_a$ ，分解后问题(I)的数学表述为

$$\frac{\partial^2 H_{\zeta 1}}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 H_{\zeta 1}}{\partial \eta^2} = 0 \quad (0 < \xi < r'_0, 0 < \eta < \pi) \quad (19)$$

$$\left. \begin{array}{l} H_{\zeta 1} = H_\zeta(0, \eta) \quad (\xi = 0) \\ H_{\zeta 1} = 0 \quad (\xi = r'_0) \\ H_{\zeta 1} = 0 \quad (\eta = 0) \\ \frac{\partial H_{\zeta 1}}{\partial \eta} = 0 \quad (\eta = \pi) \end{array} \right\} \quad (20)$$

分解后问题(II)的数学表述为

$$\frac{\partial^2 H_{\zeta 2}}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 H_{\zeta 2}}{\partial \eta^2} = 0 \quad (0 < \xi < r'_0, 0 < \eta < \pi) \quad (21)$$

$$\left. \begin{array}{l} H_{\zeta 2} = 0 \quad (\xi = 0) \\ H_{\zeta 2} = 0 \quad (\xi = r'_0) \\ H_{\zeta 2} = H_\zeta(\xi, 0) \quad (\eta = 0) \\ \frac{\partial H_{\zeta 2}}{\partial \eta} = 0 \quad (\eta = \pi) \end{array} \right\} \quad (22)$$

(4) 求解分解后的问题

① 针对问题(I)，由于式(19)是典型的 Laplace 方程，可采用变量分离法求解。令

$$H_{\zeta 1}(\xi, \eta) = X(\xi)Y(\eta) \quad (23)$$

将式(23)代入式(19)，得

$$X''(\xi)Y(\eta) + X(\xi)Y''(\eta) = 0$$

分离变量得

$$\left. \begin{array}{l} X''(\xi) + \lambda'X(\xi) = 0 \quad (0 < \xi < r'_0) \\ X(\xi) = 0 \quad (\xi = r'_0) \end{array} \right\} \quad (24)$$

$$\left. \begin{array}{l} Y''(\eta) - \lambda'Y(\eta) = 0 \quad (0 < \eta < \pi) \\ Y(\eta) = 0 \quad (\eta = 0) \\ Y'(\eta) = 0 \quad (\eta = \pi) \end{array} \right\} \quad (25)$$

对于  $\lambda' > 0$ ， $\lambda' = 0$  的情况，可以推导出矛盾，予以排除。

$\lambda' < 0$  时，对于式(25)， $Y(\eta)$  的解为

$$Y(\eta) = C_1 \cos(\sqrt{-\lambda'}\eta) + C_2 \sin(\sqrt{-\lambda'}\eta)$$

代入式(25)中的边界条件有

$$\left. \begin{array}{l} C_1 = 0 \\ C_2 \cos(\sqrt{\lambda'}\pi) = 0 \end{array} \right\}$$

如果  $\cos(\sqrt{\lambda'}\pi) \neq 0$ ，则仍然  $C_1 = 0$ ， $C_2 = 0$ ，从而  $Y(\eta) \equiv 0$ ， $H_{\zeta 1}(\xi, \eta) = X(\xi)Y(\eta) \equiv 0$ 。所以  $\cos(\sqrt{\lambda'}\pi) \neq 0$  时，问题仍然找不到有意义的解。于是只能有  $C_1 = 0$ ， $\cos(\sqrt{\lambda'}\pi) = 0$ ，于是有  $\sqrt{-\lambda'}\pi = n\pi - \pi/2$ ，即有  $-\lambda' = n - 1/2$  ( $n$  为正整数)。为表示方便，令

$$\lambda = -\lambda', \lambda_n = n - \frac{1}{2} \quad (26)$$

由于  $\lambda_n$  有  $n$  个值，则  $Y(\eta)$  的表达式也对应的有  $n$  个，则  $Y(\eta)$  的表达式也与  $\lambda_n$  有关，那么令  $Y(\eta) = Y(\lambda_n, \eta)$ 。将  $\lambda_n$  代入式(25)，有

$$Y(\lambda_n, \eta) = C_2 \sin(\lambda_n \eta) \quad (27)$$

以上得出无限多个  $\lambda_n$  及无限多个  $Y(\lambda_n, \eta)$  的过程，在数学上称为 Sturm-Liouville 问题。 $\lambda_n$  所代表的特定的值称为本征值， $\lambda_n$  对应的  $Y(\lambda_n, \eta)$  所代表的无限多个非零解称为本征函数。

在数学中可以证明，不同的本征值  $\lambda_{n1}$ ， $\lambda_{n2}$  所对应的本征函数  $Y(\lambda_{n1}, \eta)$ ， $Y(\lambda_{n2}, \eta)$  在区间  $\eta \in (0, \pi)$  内带权重  $\rho(\eta)$  正交。此问题中， $\rho(\eta) \equiv 1$ ，所以简单地称  $Y(\lambda_{n1}, \eta)$ ， $Y(\lambda_{n2}, \eta)$  为正交。同样可以证明本征函数族  $Y(\lambda_n, \eta)$  是完备的。

设想有一无限维度的 Hilbert 空间, 则某一函数  $f(\eta)$  则是 Hilbert 空间中的“向量” $f$ 。则本征函数族  $Y(\lambda_n, \eta)$  可看作平行于各个维度坐标轴的向量  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots$ , 两两之间相互正交, 构成了此空间中的基底向量, 简称为“基”。只要函数  $f(\eta)$  具有连续的一阶导数和分段连续的二阶导数, 则可以将函数  $f(\eta)$  所代表的向量  $f$  表达为“基”的线性组合:

$$f = c_1 Y_1 + c_2 Y_2 + c_3 Y_3 + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} c_n Y_n \quad (28)$$

式(28)右边的级数即为广义 Fourier 级数,  $c_n$  称作广义 Fourier 系数。数学上可以证明式(28)右边的级数是绝对且一致收敛的, 可以逐项积分。用  $Y_n$  遍乘式(28)的最左端和最右端, 并逐项积分, 由于式(28)最右端两两正交, 除第  $n$  项外, 其余乘积全为 0, 于是有

$$\int_0^{\pi} f(\eta) Y(\lambda_n, \eta) d\eta = c_n \int_0^{\pi} [Y(\lambda_n, \eta)]^2 d\eta \quad (29)$$

记

$$N^2(\lambda_n) = \int_0^{\pi} [Y(\lambda_n, \eta)]^2 d\eta \quad (30)$$

把式(30)左端的平方根  $N(\lambda_n)$  称为  $Y(\lambda_n, \eta)$  的模, 于是系数  $c_n$  为

$$c_n = \frac{1}{N^2(\lambda_n)} \int_0^{\pi} f(\eta) Y(\lambda_n, \eta) d\eta \quad (31)$$

对于式(24), 代入式(26)后, 解得

$$X(\lambda_n, \xi) = 2C_{x2} e^{-\lambda_n r'_0} \frac{e^{\lambda_n(r'_0 - \xi)} - e^{-\lambda_n(r'_0 - \xi)}}{2} = C_n \sinh[\lambda_n(r'_0 - \xi)] \quad (32)$$

其中, 将积分待定系数  $C_{x2} e^{-\lambda_n r'_0}$  合并为  $C_n$ 。

将式(27)和(32)代入式(23), 得到对于任意一个本征值  $\lambda_n$ , 对应的水头势函数称为本征解:

$$H_{\zeta 1_n}(\xi, \eta) = C_n \sinh[\lambda_n(r'_0 - \xi)] \sin(\lambda_n \eta)$$

其中, 将积分待定系数  $C_2, C_n$  合并为  $C_n$ 。则一般解  $H_{\zeta 1}(\xi, \eta)$  应是所有本征解的叠加:

$$H_{\zeta 1}(\xi, \eta) = \sum_{n=1}^{\infty} H_{\zeta 1_n}(\xi, \eta) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sinh[\lambda_n(r'_0 - \xi)] \sin(\lambda_n \eta) \quad (33)$$

为确定待定积分系数  $C_n$ , 将非齐次边界条件式(15),  $\xi = 0, H_{\zeta 1}(\xi, \eta) = H_{\zeta}(0, \eta)$  代入式(33), 有

$$H_{\zeta}(0, \eta) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sinh(\lambda_n r'_0) \sin(\lambda_n \eta) \quad (34)$$

因  $H_{\zeta}(0, \eta)$  具有连续的一阶导数和分段连续

的二阶导数, 参考式(28),  $N(\lambda_n)$  的表达式可由式(30)得出:

$$N^2(\lambda_n) = \int_0^{\pi} \sin^2(\lambda_n \eta) d\eta = \frac{\pi}{2} \quad (35)$$

系数  $C_n$  由式(31)得出:

$$C_n = \frac{\int_0^{\pi} H_{\zeta}(0, \eta) \sin(\lambda_n \eta) d\eta}{N^2(\lambda_n) \sinh(\lambda_n r'_0)} \quad (36)$$

代入式(33), 得到针对(I)问题的解:

$$H_{\zeta 1}(\xi, \eta) = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \sinh[\lambda_n(r'_0 - \xi)] \sin(\lambda_n \eta) \int_0^{\pi} H_{\zeta}(0, \eta) \sin(\lambda_n \eta) d\eta}{N^2(\lambda_n) \sinh(\lambda_n r'_0)} \quad (37)$$

其中,  $N^2(\lambda_n)$  由式(35)确定,  $\lambda_n$  由式(26)确定。

再将式(37)所代表的函数图像在  $\xi$  轴上向正方向移动  $r'_a$  个单位, 以还原节 2.2 中进行的保角变换, 所以式(37)变为

$$H_{\zeta 1}(\xi, \eta) = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \sinh[\lambda_n(r_0 - \xi)] \sin(\lambda_n \eta) \int_0^{\pi} H_{\zeta}(0, \eta) \sin(\lambda_n \eta) d\eta}{N^2(\lambda_n) \sinh[\lambda_n(r_0 - r'_a)]} \quad (38)$$

② 针对问题(II), 由于式(21)是典型的 Laplace 方程, 可采用变量分离法求解。令

$$H_{\zeta 2}(\xi, \eta) = X(\xi) Y(\eta) \quad (39)$$

为避免重复, 按上文所述分离变量后得

$$\left. \begin{aligned} X''(\xi) + \mu^2 X(\xi) &= 0 \quad (0 < \xi < r'_0) \\ X(\xi) &= 0 \quad (\xi = 0) \\ X(\xi) &= 0 \quad (\xi = r'_0) \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

$$\left. \begin{aligned} Y''(\eta) - \mu^2 Y(\eta) &= 0 \quad (0 < \eta < \pi) \\ Y'(\eta) &= 0 \quad (\eta = \pi) \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

式(40)的本征函数为

$$X(\mu_m, \xi) = \sin(\mu_m \xi) \quad (42)$$

式(40)的本征函数的模为

$$N^2(\mu_m) = \int_0^{\pi} \sin^2(\mu_m \xi) d\xi = \frac{\pi}{2} \quad (43)$$

本征值  $\mu_m$  为方程  $\sin(\mu_m r'_0) = 0$  的解, 则  $\mu_m$  为以下一系列离散的实数:

$$\mu_m = \frac{m\pi}{r'_0} \quad (44)$$

将式(44)代入式(41), 得到对应于  $\mu_m$  的本征解

$Y(\mu_m, \eta) :$

$$Y(\mu_m, \eta) = D_m \cosh[\mu_m(\pi - \eta)] \quad (45)$$

一般解  $H_{\zeta 2}(\xi, \eta)$  应是所有本征解的叠加:

$$H_{\zeta 2}(\xi, \eta) = \sum_{m=1}^{\infty} H_{\zeta 2\_m}(\xi, \eta) = \sum_{m=1}^{\infty} D_m \cosh[\mu_m(\pi - \eta)] \sin(\mu_m \xi) \quad (46)$$

代入非齐次边界条件式(16),  $\eta = 0$ ,  $H_{\zeta 2}(\xi, \eta) = H_{\zeta}(\xi, 0)$ , 得到积分待定系数  $D_m$  :

$$D_m = \frac{\int_0^{\pi} H_{\zeta}(\xi, 0) \sin(\mu_m \xi) d\xi}{N^2(\mu_m) \cosh(\mu_m \pi)} \quad (47)$$

将式(47)代入式(46), 再将函数图像在  $\xi$  轴上向正方向移动  $r_a$  个单位, 以还原在保角变换中进行的变换, 得到

$$H_{\zeta 2}(\xi, \eta) = \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \cosh[\mu_m(\pi - \eta)] \sin[\mu_m(\xi - r_a)] \cdot \int_0^{\pi} H_{\zeta}(\xi, 0) \sin(\mu_m \xi) d\xi \right\} / [N^2(\mu_m) \cosh(\mu_m \pi)] \quad (48)$$

这里,  $N^2(\mu_m)$  由式(43)确定,  $\mu_m$  由式(44)确定。

③ 解的叠加

将问题(I), (II)的解  $H_{\zeta 1}(\xi, \eta)$ ,  $H_{\zeta 2}(\xi, \eta)$  叠加, 沿原对称轴  $\eta = 0$  复制后, 按转换回原  $r-\theta$  柱坐标空间中, 得到整个问题的解如下:

$$H(r, \theta) = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \sinh[\lambda_n(r_0 - r)] \sin(\lambda_n \theta) \int_0^{\pi} H_{\zeta}(0, \eta) \sin(\lambda_n \eta) d\eta}{N^2(\lambda_n) \sinh(\lambda_n r'_0)} + \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \cosh[\mu_m(\pi - \theta)] \sin[\mu_m(r - r_a)] \cdot \int_0^{\pi} H_{\zeta}(\xi, 0) \sin(\mu_m \xi) d\xi \right\} / [N^2(\mu_m) \cosh(\mu_m \pi)] \quad (49)$$

画出式(49)在空间中的图像从上下两个视角观察, 图像如图 6 所示。观察图 6 可以看到, 在  $r = r_a$ ,  $\theta = 0$  处有奇异点, 这是在分解原问题为 2 个只含一个非齐次边界条件时引入的, 随着求和项数  $n, m$  的增加, 其影响范围将急剧缩小, 并不影响整个渗流场分布。

图 7 为用 Matlab 软件对原问题在  $H_0 = 100 \text{ m}$ ,  $r_a = 10 \text{ m}$ ,  $r_0 = 50 \text{ m}$  的条件下进行数值解后的图像, 对比图 6 可以发现, 除比例尺造成的变形外, 两者在形状上极为相似。



图 6  $H(r, \theta)$  图像在柱坐标空间的示意图

Fig.6 The graph of  $H(r, \theta)$  in the column coordinate system

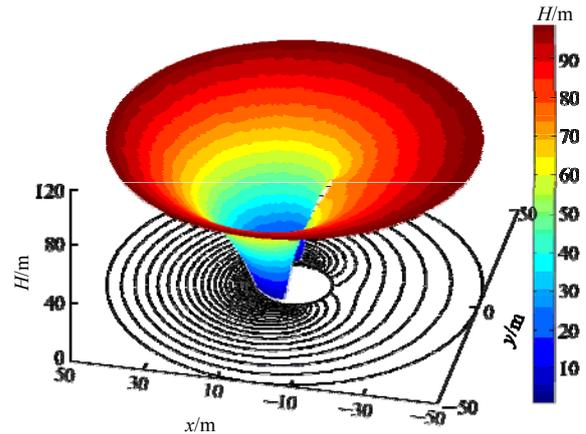


图 7  $H(r, \theta)$  的三维分布图

Fig.7 The contour of  $H(r, \theta)$

### 3 结果分析

#### 3.1 求和项数 $n$ 收敛速度分析

取  $H_0 = 100 \text{ m}$ ,  $r_a = 10 \text{ m}$ ,  $r_0 = 50 \text{ m}$  为例, 对求和项数  $n$  的收敛速度进行讨论。求和项数  $n=1, 5, 10, 20, 50, 100$  时,  $H(r, \theta)|_{r=r_a}$  的曲线如图 8 所示。

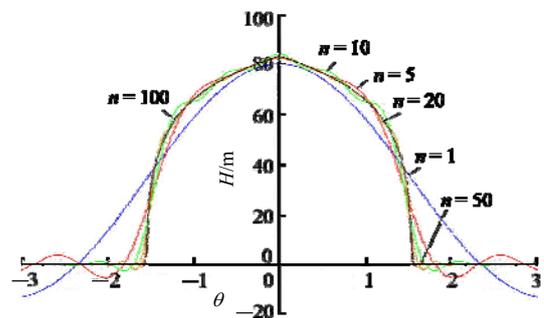


图 8  $H(r, \theta)|_{r=r_a}$  的曲线

Fig.8 Curves of  $H(r, \theta)|_{r=r_a}$

由图 8 可知, 在求和项数  $n = 1, 5$  时, 曲线差距较大; 在  $n = 10, 20$  时, 曲线差距已经较小; 在  $n = 50, 100$  时, 曲线已经基本重合。所以除非计算

式(12)中的分段点附近的水头分布函数  $H(r, \theta)$  值时, 需要更高的求和项数  $n$ , 其他情况下, 特别是工程中特别关心的最大水头压力是时, 使求和项数  $n > 100$  的意义已经不大。

在  $H_0 = 100 \text{ m}$ ,  $r_a = 10 \text{ m}$ ,  $r_0 = 50 \text{ m}$  条件下, 考查  $r = 15 \text{ m}$ , 求和项数  $n = 1, 5, 10, 20, 50, 100$  时,  $H(r, \theta)|_{r=15}$  的曲线如

图 9 所示。这时  $H(r, \theta)|_{r=15}$  的差距收敛速度更快,  $n = 5, 10, 20, 50, 100$  的曲线几乎重合, 进行更多项数的求和也变得没有工程上的意义。

在  $H_0 = 100 \text{ m}$ ,  $r_a = 10 \text{ m}$ ,  $r_0 = 50 \text{ m}$  条件下, 考查  $\theta = \pi/4$  时的曲线如图 10 所示。

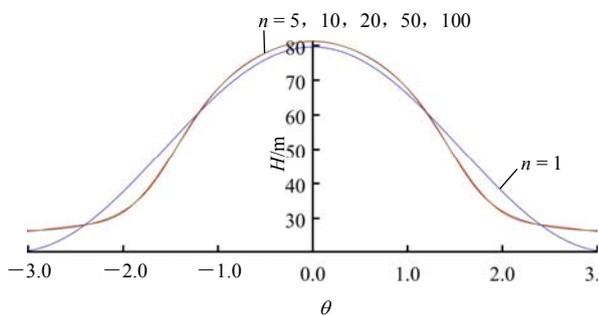


图 9  $H(r, \theta)|_{r=15}$  的曲线  
Fig.9 Curves of  $H(r, \theta)|_{r=15}$

在求和项数  $n = 1, 5$  时, 曲线差距较大; 在  $n = 10, 20$  时, 曲线差距已经较小; 在  $n = 50, 100$  时, 曲线已经基本重合。这时取求和项数  $n = 100$  较为合适, 更多的求和项数  $n$  也不能带来显著的精度提升, 意义不大。

在  $H_0 = 100 \text{ m}$ ,  $r_a = 10 \text{ m}$ ,  $r_0 = 50 \text{ m}$  条件下, 考查  $\theta = 3\pi/4$ , 项数  $n = 1, 5, 10, 20, 50, 100$  时,  $H(r, \theta)|_{\theta=3\pi/4}$  的曲线如图 11 所示。这时曲线的收敛速度更快,  $n = 1, 5, 10, 20, 50, 100$  的曲线几乎重合, 进行更多项数的求和也变得没有工程上的意义。

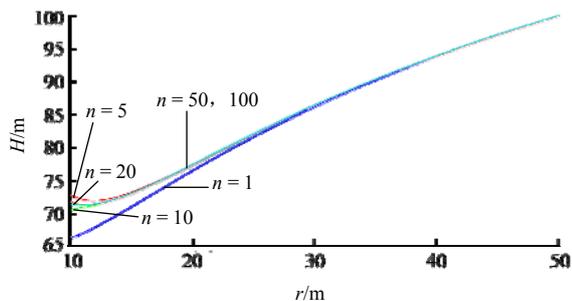


图 10  $H(r, \theta)|_{\theta=\pi/4}$  的曲线  
Fig.10 Curve of  $H(r, \theta)|_{\theta=\pi/4}$

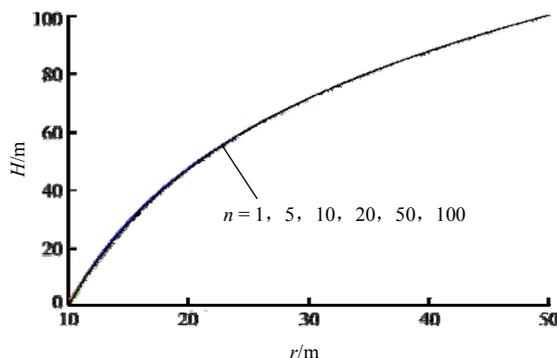


图 11  $H(r, \theta)|_{\theta=3\pi/4}$  的曲线  
Fig.11 Curve of  $H(r, \theta)|_{\theta=3\pi/4}$

### 3.2 与数值模拟的对比较证

#### (1) 计算模型的建立

将图 2 中描述的简化后的渗流模型在 ANSYS 中建模, 代入不同的隧道内径  $r_a$ , 远场半径  $r_0$  取值为  $50 \text{ m}$ , 不同的远场压力水头  $H_0$ , 假设隧道的渗透系数为 1, 以图 12 中  $x$  轴正方向为极坐标  $\theta = 0$  的方向, 以直角坐标系的原点  $(0, 0)$  为极坐标系的原点, 建立计算模型如图 12(a)所示。

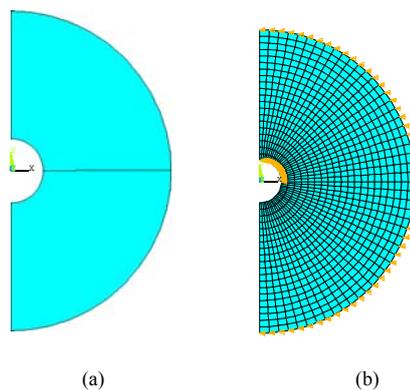


图 12 ANSYS 数值模拟的计算模型示意图  
Fig.12 Mesh for numerical simulation in ANSYS

#### (2) 水压力

隧道排水系统非对称堵塞后, 隧道周边地下水的水压力分布将发生变化。而此情况下的隧道衬砌背后的最大水压力值则是最值得人们关注的物理量之一。这里将考查各个隧道半径和远场水头值下, 式(49)和 ANSYS 软件数值模拟计算的最大水压力之间的差异。如果二者之间差异较小, 则认为式(49)在计算水压力值方面有较高的可信度。

边界条件的施加方式为:

- ① 在  $r = r_0, \theta \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  的边界上, 将所有节点的水压力在数值上固定为  $H_0$ ;

② 在  $r = r_0$ ,  $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  的边界上, 将所有节点的水压力在数值上固定为 0;

③ 在  $r = r_0$ ,  $\theta \in \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$  的边界上, 将所有节点的渗流量在数值上固定为 0。

现随机选取一些隧道内径和远场水压的组合, 试算其渗流场的分布。以  $r_0 = 7 \text{ m}$ ,  $H_0 = 130 \text{ m}$  为例, 展示计算过程。

划分单元并施加上述边界条件后的计算模型如图 12(b)所示。

在  $r = 7$ ,  $\theta \in \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$  的边界上, ANSYS 的计算结果和式(11)计算结果比较如图 13(a)所示。

在  $r = 8$ ,  $\theta \in \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$  的边界上, ANSYS 的计算结果和式(49)计算结果比较如图 13(b)所示。

由图 13 可知, 二者数据非常相近, 在角度  $\theta = 0$  附近, 按式(49)得出的计算结果稍高于 ANSYS 渗流模拟的计算结果, 这一特征与图 2 与 4 相似。实际上, 这一特征也正是因为用数值解方法处理后的边界条件, 即式(11)和(13)所带来的。两者在最大水压力值上的平均差距仅为 4.28%, 可认为是较为相符的。

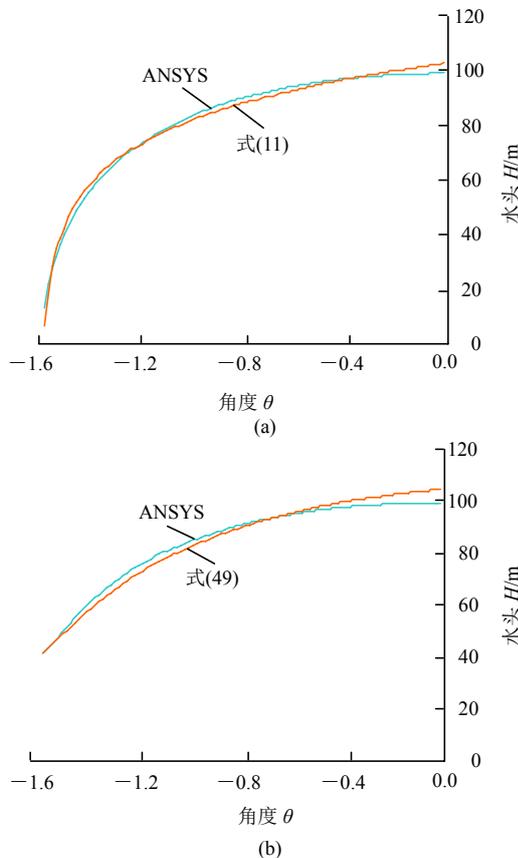


图 13 ANSYS 与公式的计算结果的比较

Fig.13 Comparison between results from ANSYS simulation and analytical formula

在  $\theta = -\frac{\pi}{4}$ ,  $r \in (r_a, r_0)$  的边界上, ANSYS 的计算结果和式(49)计算结果比较如图 14(a)所示。

在  $\theta = \frac{\pi}{4}$ ,  $r \in (r_a, r_0)$  的边界上, ANSYS 的计算结果和式(49)计算结果比较如图 14(b)所示。

利用 ANSYS 计算的隧道堵塞的半侧排水系统背后的水压分布, 与式(49)对比如表 7 所示。

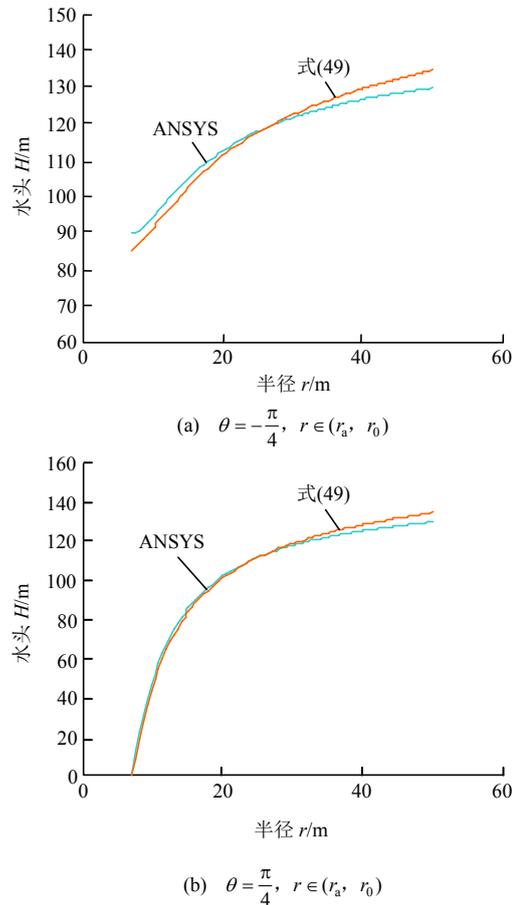


图 14 ANSYS 与公式的计算结果的比较

Fig.14 Comparison between results from ANSYS simulation and analytical formula

表 7 各隧道内径各远场水头下最大水压力计算对比

Table 7 Comparison of maximum pore pressure

隧道内径/m	远场水压/m	水头压力/m		水头压力差/%
		式(49)	ANSYS	
4	100	77.47	73.947	4.76
7	130	102.11	99.219	2.91
9	170	136.29	133.820	1.85
5	220	170.71	162.680	4.94
8	150	119.92	116.270	3.14
3	210	163.13	150.230	8.59
6	230	179.33	172.810	3.77

由表 7 可知, 由式(49)计算出的水压力稍高于软件模拟的结果, 且差距很小, 是偏于安全的。

(3) 渗流量

由于隧道的排水系统有半侧堵塞, 隧道的渗流量与是依据 Darcy 定律进行推导。隧道在排水系统半侧堵塞情况的下的渗流量计算式如下:

$$Q = k_s \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\partial H}{\partial r} r d\theta = 2k_s \int_0^{\pi} \frac{\partial H}{\partial r} r d\theta \quad (50)$$

其中,

$$\frac{\partial H(r, \theta)}{\partial r} = \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \mu_m \cosh[\mu_m(\pi - \theta)] \cos[\mu_m(\xi - r_a)] \int_0^{\pi} H_{\zeta}(\xi, 0) \cdot \sin(\mu_m \xi) d\xi \right\} / [N^2(\mu_m) \cosh(\mu_m \pi)] - \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n \cosh[\lambda_n(r_0 - x)] \sin(\lambda_n \eta) \int_0^{\pi} H_{\zeta}(0, \eta) \sin \lambda_n \eta d\eta \right\} / [N^2(\lambda_n) \sinh(\lambda_n r_0')] \quad (51)$$

利用 ANSYS 计算的隧道渗流量, 与式(50)对比如表 8 所示。

表 8 各隧道半径各远场水头下渗流量计算对比  
Table 8 Comparison of seepage flux

隧道内径/m	远场水压/m	渗流量/(m <sup>3</sup> · m <sup>-1</sup> )		渗流量差/%
		式(50)	ANSYS	
4	100	104.264	109.010	4.35
7	130	159.453	164.493	3.06
9	170	224.349	230.484	2.66
5	220	249.136	254.750	2.20
8	150	127.947	132.828	3.67
3	210	193.351	210.529	8.16
6	230	267.535	279.283	4.21

由表 8 可知, 由式(50)计算出的渗流量稍低于软件模拟的结果, 但差距很小。此差距的来源为式(49), 在公式中, 渗流场表达为级数解, 在边界附近呈现出类似 Fourier 级数的曲线, 在求偏导数的时候将产生差距。

### 4 结 论

本文在前人研究的排水系统工作状态对称的隧

道周边的渗流场的基础上, 针对隧道可能出现的排水系统非对称堵塞的情况, 采用 Matlab 软件进行数值计算处理边界条件, 利用 Laplace 方程可线性叠加的性质, 运用数学中无限维空间的理论, 解得此种情况的隧道周边的渗流场分布解析解。再采用 ANSYS 软件计算了渗流场, 验证了计算结果。本文得到以下成果:

(1) 使用 Matlab 软件进行数值计算处理边界条件, 通过引入数学中的复平面保角变换、函数图像移动、Sturm - Liouville 问题、分离变量法等方法进行计算, 首先得出了隧道半侧排水系统堵塞后的周边渗流场分布, 即式(49); 并研究了式(49)求和项数对计算精度的影响。

(2) 利用 Matlab 软件的 PDE 工具, 针对各种隧道内径、各种远场半径的水头下的微分方程进行数值解, 得到堵塞的半侧排水系统背后的水压力分布曲线, 从数据中发现式(11)可以在很高的相关度下表达这一规律, 最大水压力点出现在被堵塞的排水系统的中心; 且利用 ANSYS 软件模拟水的渗流场, 验证了式(11)所计算出的最大水压力值与 ANSYS 分析的结果非常接近, 平均差距仅 4.28%。

(3) 使用 Darcy 定律, 通过式(50)给出了隧道半侧排水系统堵塞后的隧道渗流总量, 并用 ANSYS 数值计算了渗流量, 进行了印证; 式(50)给出的渗流量与 ANSYS 分析的结果同样非常接近, 2 种计算方法之间的平均差距仅 4.05%。

### 参考文献(References):

[1] 于清浩. 厦门翔安海底隧道防排水技术及防排水系统堵塞可能性研究[硕士学位论文][D]. 北京: 北京交通大学, 2009.(YU Qinghao. Study on the technology of waterproofing and drainage and the possibility of corresponding system's plug in subject to subsea[M. S. Thesis][D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2009.(in Chinese))

[2] 中华人民共和国行业标准编写组. TB 10003—2005 铁路隧道设计规范[S]. 北京: 中国铁道出版社, 2004.(The Professional Standards Compilation Groups of People's Republic of China. TB 10003—2005 Code for design of railway tunnel[S]. Beijing: China Railway Publishing House, 2005.(in Chinese))

[3] 中华人民共和国行业标准编写组. JTG D70—2004 公路隧道设计规范[S]. 北京: 人民交通出版社, 2004.(The Professional Standards Compilation Groups of People's Republic of China. JTG D70—2004 Code for design of road tunnel[S]. Beijing: China Communications

- Press, 2004.(in Chinese))
- [4] 中华人民共和国行业标准编写组. DL/T 5195—2004 水工隧洞设计规范[S]. 北京: 中国电力出版社, 2004.(The Professional Standards Compilation Groups of People's Republic of China. DL/T 5195—2004 Specification for design of hydraulic tunnel[S]. Beijing: China Electric Power Press, 2004.(in Chinese))
- [5] 罗鉴银, 傅瓦利. 岩溶地区开凿隧道对地下水循环系统的破坏——以重庆市中梁山为例[J]. 西南农业大学学报, 2005, 27(4): 432 - 435.(LUO Jianyin, FU Wali. Destruction caused by tunneling works to the circulatory system of underground water in karst areas-a case study of the Zhongliang mountains in Chongqing[J]. Journal of Southwest Agricultural University, 2005, 27(4): 432 - 435.(in Chinese))
- [6] 付开隆. 渝遂高速公路中梁山隧道岩溶塌陷及涌水量分析[J]. 水文地质工程地质, 2005, 32(2): 107 - 110.(FU Kailong. Karst ground collapse and water inflow analysis of the Zhongliang mountains Tunnel in Yusui highway[J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 2005, 32(2): 107 - 110.(in Chinese))
- [7] 陈健蕾, 刘学增, 张文正, 等. 贵州省公路隧道渗漏水调查及统计分析[J]. 现代隧道技术, 2011, 48(5): 7 - 11.(CHEN Jianlei, LIU Xuezheng, ZHANG Wenzheng, et al. Investigation and statistical analysis of water leakage in highway tunnels in Guizhou province[J]. Modern Tunnelling Technology, 2011, 48(5): 7 - 11.(in Chinese))
- [8] 方保镛, 吴正文. 用边界拟合坐标有限分析法解闸坝地基有压渗流[J]. 岩土工程学报, 1989, 11(3): 31 - 41.(FANG Baorong, WU Zhengwen. Finite analysis method for solving boundary-fitted coordinate dam foundation seepage pressure[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1989, 11(3): 31 - 41.(in Chinese))
- [9] 杨志锡, 杨林德. 圆形坑道各向异性稳定渗流的一个解析解[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2001, 29(3): 273 - 277.(YANG Zhixi, YANG Linde. Analytic solution for anisotropic steady seepage into a circle-crossed tunnel[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2001, 29(3): 273 - 277.(in Chinese))
- [10] 王建秀, 杨立中, 何 静. 深埋隧道外水压力计算的解析 - 数值法[J]. 水文地质工程地质, 2002, 29(3): 17 - 19.(WANG Jianxiu, YANG Lizhong, HE Jing. The simulation of deep tunnel external water pressure by analytical-numerical method[J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 2002, 29(3): 17 - 19.(in Chinese))
- [11] 王建秀, 杨立中, 何 静. 深埋隧道涌水量数值计算中的试算流量法[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(12): 1 776 - 1 780.(WANG Jianxiu, YANG Lizhong, HE Jing. Tunnel discharge numerical calculation spreadsheet flow method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(12): 1 776 - 1 780.(in Chinese))
- [12] 高新强. 高水压山岭隧道衬砌水压力分布规律研究[博士学位论文][D]. 成都: 西南交通大学, 2005.(GAO Xingqiang. Study on the distribution rule of water pressure upon lining in subject to high hydraulic pressure mountain tunnel[Ph. D. Thesis][D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2005.(in Chinese))
- [13] 王秀英, 王梦恕, 张 弥. 山岭隧道堵水限排衬砌外水压力研究[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(1): 125 - 127.(WANG Xiuying, WANG Mengshu, ZHANG Mi. Research on regulating water pressure acting on mountain tunnels by blocking ground water and limiting discharge[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, 27(1): 125 - 127.(in Chinese))
- [14] ARJNOI P, JEONG J H, KIM C Y, et al. Effect of drainage conditions on pore water pressure distributions and lining stresses in drained tunnels[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2009, 24(4): 376 - 389.
- [15] 侯晓萍, 徐 青, 何 吉, 等. 裂隙岩体非稳定渗流的复合单元算法[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, 34(1): 48 - 56.(HOU Xiaoping, XU Qing, HE Ji, et al. Composite element algorithm for unsteady seepage in fractured rock masses[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, 34(1): 48 - 56.(in Chinese))
- [16] 吴祖松, 刘新荣, 梁 波, 等. 水下隧道渗流特征及计算流域界限研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(12): 2 402 - 2 408.(WU Zusong, LIU Xinrong, LIANG Bo, et al. Study of seepage property and calculated watershed around underwater tunnels[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2014, 33(12): 2 402 - 2 408.(in Chinese))
- [17] 李术才, 宋曙光, 李利平, 等. 海底隧道流固耦合模型试验系统的研制及应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(5): 883 - 890.(LI Shucai, SONG Shuguang, LI Liping, et al. Development on subsea tunnel model test system for solid-fluid coupling and its application[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32(5): 883 - 890.(in Chinese))