

认知雷达的未知目标检测

邹 鲲*

(空军工程大学信息与导航学院 西安 710077)

摘要: 认知雷达可以在探测过程中不断优化自身系统参数, 实现与当前探测环境的匹配, 从而能够改善雷达的探测性能。针对未知目标的探测问题, 利用当前回波数据更新目标分量的估计值及其协方差矩阵, 基于目标相关信息优化下一次探测所需的发射机波形和接收机滤波器, 并构成一个闭环处理过程。该文提出了两种优化途径, 第1种途径利用目标分量的估计仅优化下一次探测波形, 在接收端采用广义匹配滤波器; 第2种途径将估计误差等效为信号依赖的噪声, 联合优化发射波形与接收机滤波器。计算机仿真分析表明, 采用闭环迭代优化的方法是渐进等效的, 并可以在相干累积获得的性能增益基础上, 进一步改善雷达的探测性能。

关键词: 认知雷达; 目标检测; 闭环处理; 凸优化

中图分类号: TN957.51

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)01-0166-07

DOI: 10.11999/JEIT170254

Unknown Target Detection for Cognitive Radar

ZOU Kun

(School of Information and Navigation, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

Abstract: For the cognitive radar system, the system parameters can be optimized to match the current environment during the detection procedure, so as to improve the radar detection performance. For the unknown target detection problem, the useful signal component estimate and its covariant matrix are updated using the current returns, then the transmit waveform and receive filter are optimized based on the information of the useful signal. A closed loop processing is formed. The two optimization approaches are proposed. For the first approach, the transmit waveform design is based on the estimate of the useful signal, and the generalized match filter is used at the receiver. For the second approach, the estimate error of the useful signal is equivalent to the signal-dependent noise, and the transmit waveform and receive filter are jointly designed. The computer simulation result show that, the proposed methods are asymptotically equivalent, and they can improve the detection performance further, compared with the performance gain of the coherent accumulation.

Key words: Cognitive radar; Target detection; Close loop process; Convex optimization

1 引言

认知雷达^[1]可以将探测环境与雷达系统自身, 如发射机, 接收机和信息处理部分构成一个闭环, 在与探测环境持续的电磁交互过程中, 雷达不断调整自身系统参数, 如发射波形, 接收机滤波器, 信息处理算法等, 从而能够与探测环境相匹配, 实现最佳的检测性能^[2]。常规的自适应雷达^[3]处理集中在接收机部分, 而认知雷达则是建立了接收机到发射机

的反馈, 将雷达获得的有关探测环境的信息反馈给发射机用于优化发射参数。因此随着雷达与探测环境电磁交互次数的增加, 雷达系统能够针对当前环境采取最佳的系统参数, 实现最佳的探测性能。

认知雷达的检测过程不同于常规雷达, 在检测过程中牵涉了发射, 接收和信息处理等多个部分, 因此这种处理方式是一种闭环结构^[4]。在雷达与探测环境进行电磁交互前, 探测环境对于雷达存在不确定性, 这种不确定性就是雷达对探测环境先验信息的缺失, 如探测环境中的目标参数, 杂波协方差矩阵等。随着雷达与探测环境的电磁交互的进行, 雷达可以从回波数据中对未知参数进行估计, 其估计质量随着探测次数的增加而得到改善^[5]。利用未知参数的估计值, 可以确定检测器参数。与常规雷达不同的是, 认知雷达还可以将有关探测环境的信息反

收稿日期: 2017-03-29; 改回日期: 2017-10-23; 网络出版: 2017-11-08

*通信作者: 邹鲲 wyyxzk@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(61571456), 陕西省自然科学基金(2016JM0644)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61571456), The Natural Science Foundation of Shaanxi Province (2016JM0644)

馈给发射机用于优化下一次探测波形,有助于提高接收数据的信噪比^[6]。由此可见,相比于常规雷达,认知雷达检测性能可以获得进一步的改善。

认知雷达的目标检测方法不仅包括了检测器本身,还包括了发射波形和接收机滤波器的设计,以及整个闭环检测过程。在发射波形设计方面,可以进一步划分为快时间波形设计和慢时间波形设计。快时间波形设计^[7]主要是将目标看作距离扩展目标,发射波形与目标冲击相应的卷积构成了目标回波。快时间波形设计要求较高的信息处理速率,而慢时间波形设计对硬件要求较低,其主要是优化一个相干处理间隔内各个脉冲的幅度或相位^[8],改善相干累积增益,本文考虑慢时间波形设计问题。而对于接收机滤波器的设计,则可以采用广义匹配滤波器,或者与发射波形进行联合设计^[9]。闭环检测过程则是确定雷达与探测环境电磁交互次数与检测性能之间的关系,从而能够在恰当的时候终止闭环处理,并给出判决结果。

本文针对未知的确定性目标的检测问题,讨论了检测方法及其检测性能。基于检测性能最优化给出了两种闭环检测过程,一种是基于信号分量估计值的发射波形优化,接收机采用广义匹配滤波器。另一种这是将估计误差分量等效于信号依赖噪声,联合设计发射波形与接收机滤波器,使得滤波器输出信噪比最大。性能分析结果表明,采用了认知雷达闭环结构,雷达性能可以在相干积累增益的基础上进一步得到改善。本文余下的内容安排为,在第2节讨论了检测模型,并给出了未知参数的序贯估计方法,检测器性能理论分析结果。在第3节采用未知参数估计值进行发射波形的优化,同时还增加了相似性约束条件,从而保证了发射波形的良好的模糊函数性质。第4节讨论了发射机波形与接收机滤波器的联合优化问题。第5节对闭环检测过程的性能进行了分析,给出了检测性能与迭代次数之间的关系。最后给出了全文的结论。

2 认知雷达检测问题

假定雷达在一个相干处理间隔内共计发送 N 个脉冲,每个脉冲的幅度或相位可以在发射前进行指定。这样第 k 次发射波形可以表示为长度为 N 的矢量 \mathbf{s}_k ,回波来自点目标的反射,目标的归一化多普勒频率为 f ,反射强度为 α ,那么第 k 次接收数据经过混频、匹配滤波、采样等,可以表示为一个 N 维矢量 \mathbf{x}_k :

$$\mathbf{x}_k = \alpha \mathbf{s}_k \odot \mathbf{p} + \mathbf{n}_k = \mathbf{S}_k \mathbf{q} + \mathbf{n}_k \quad (1)$$

其中,导向矢量可以表示为 $\mathbf{p} = [0, e^{-j2\pi f}, \dots,$

$e^{-j2\pi f(N-1)}]^\top$,符号 \odot 表示 Hadamard 乘积,即两个矢量对应元素乘积,其可以表示为对角矩阵与矢量的乘积,式(1)中 $\mathbf{S}_k = \text{diag}\{\mathbf{s}_k\}$,即矩阵 \mathbf{S}_k 为 $N \times N$ 对角矩阵,对角线上的元素为 \mathbf{s}_k 对应的元素。噪声分量 \mathbf{n}_k 假定为零均值,协方差矩阵为 \mathbf{M} 的复高斯分布矢量。本文假定目标是未知的,即 $\mathbf{q} = \alpha \mathbf{p}$ 在雷达探测过程中未知,并为一确定性矢量,噪声协方差矩阵 \mathbf{M} 则假定已知。由此可以得到假设检验问题:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{H}_1 : \mathbf{x}_k &= \mathbf{S}_k \mathbf{q} + \mathbf{n}_k \\ \mathbf{H}_0 : \mathbf{x}_k &= \mathbf{n}_k \end{aligned} \right\}, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (2)$$

其中, K 表示雷达总共探测的次数。由于假设检验问题中包含了未知参数,本文考虑采用广义似然比检验。首先分析 \mathbf{H}_1 假设下的信号分量 \mathbf{q} 的估计问题。在 \mathbf{H}_i 假设下,接收数据的似然函数为

$$\begin{aligned} f_i(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_K | \mathbf{q}) \\ = \frac{1}{\pi^{NK} \|\mathbf{M}\|^K} \\ \cdot \exp \left\{ - \sum_{k=1}^K (\mathbf{x}_k - i \mathbf{S}_k \mathbf{q})^H \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{x}_k - i \mathbf{S}_k \mathbf{q}) \right\}, \\ i = 0, 1 \end{aligned} \quad (3)$$

对似然函数取自然对数,并对未知参数 \mathbf{q} 取导数,令导数为零,容易得到信号分量 \mathbf{q} 的最大似然估计:

$$\mathbf{q}_K = \left(\sum_{k=1}^K \mathbf{S}_k^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{S}_k \right)^{-1} \mathbf{y}_K \quad (4)$$

其中,下标 K 表示利用了 K 个数据获得的估计,且

$$\mathbf{y}_K = \sum_{k=1}^K \mathbf{S}_k^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{x}_k \quad (5)$$

容易得到,在 \mathbf{H}_1 下,估计值 \mathbf{q}_k 是无偏估计,其估计误差协方差矩阵也容易获得

$$\mathbf{Q}_K = \mathbf{E}[(\mathbf{q}_K - \mathbf{q})(\mathbf{q}_K - \mathbf{q})^H] = \left(\sum_{k=1}^K \mathbf{S}_k^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{S}_k \right)^{-1} \quad (6)$$

考虑到认知雷达闭环处理过程,需要将信号分量的估计值式(4)及其估计误差协方差矩阵式(6)转换为序贯估计形式。其中信号分量估计值可以进一步表示为

$$\mathbf{q}_K = (\mathbf{Q}_K^{-1} + \mathbf{S}_K^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{S}_K)^{-1} (\mathbf{y}_{K-1} + \mathbf{S}_K^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{x}_K) \quad (7)$$

利用矩阵求逆公式^[5]:

$$(\mathbf{A} + \mathbf{BCD})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} (\mathbf{DA}^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{C})^{-1} \mathbf{DA}^{-1} \quad (8)$$

并经过适当的整理,可以得到

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_K &= \left[\mathbf{I} - \mathbf{Q}_{K-1} \mathbf{S}_K^H (\mathbf{S}_K \mathbf{Q}_{K-1} \mathbf{S}_K^H + \mathbf{M})^{-1} \mathbf{S}_K \right] \\ &\cdot (\mathbf{q}_{K-1} + \mathbf{Q}_{K-1} \mathbf{S}_K^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{x}_K) \end{aligned} \quad (9)$$

同理, 信号分量的估计误差协方差矩阵也可以采用类似的方法得到其序贯形式:

$$\mathbf{Q}_K = \mathbf{Q}_{K-1} - \mathbf{Q}_{K-1} \mathbf{S}_K^H (\mathbf{S}_K \mathbf{Q}_{K-1} \mathbf{S}_K^H + \mathbf{M})^{-1} \mathbf{S}_K \mathbf{Q}_{K-1} \quad (10)$$

利用信号分量的最大似然估计, 可以构造似然比检测器:

$$l(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_K) = \frac{f_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_K | \mathbf{q}_K)}{f_0(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_K | \mathbf{q}_K)} \quad (11)$$

将式(4)代入到式(11)中, 并取自然对数, 可以得到最终的检测器结构:

$$\lambda = \mathbf{y}_K^H \mathbf{Q}_K \mathbf{y}_K = \left\| \mathbf{Q}_K^{1/2} \mathbf{y}_K \right\|^2 \quad (12)$$

检测器的性能分析也是非常直接的。观察式(5), 容易得到在两种假设下, \mathbf{y}_K 均是高斯分布随机矢量, 也即

$$\mathbf{y}_K = \sum_{k=1}^K \mathbf{S}_k^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{x}_k \sim \begin{cases} \mathbf{H}_0 : \text{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{Q}_K^{-1}) \\ \mathbf{H}_1 : \text{CN}(\mathbf{Q}_K^{-1} \mathbf{q}, \mathbf{Q}_K^{-1}) \end{cases} \quad (13)$$

其中, 符号 \sim 表示满足某种分布, $\text{CN}(\mathbf{a}, \mathbf{A})$ 表示均值为 \mathbf{a} , 协方差矩阵为 \mathbf{A} 的复高斯分布。由此可以得到

$$\mathbf{Q}_K^{1/2} \mathbf{y}_K \sim \begin{cases} \mathbf{H}_0 : \text{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I}) \\ \mathbf{H}_1 : \text{CN}(\mathbf{Q}_K^{-1/2} \mathbf{q}, \mathbf{I}) \end{cases} \quad (14)$$

其中, \mathbf{I} 为单位矩阵。检测器式(12)在两种假设下的分布:

$$\lambda = \left| \mathbf{Q}_K^{1/2} \mathbf{y}_K \right|^2 \sim \begin{cases} \mathbf{H}_0 : C\chi_N^2(0) \\ \mathbf{H}_1 : C\chi_N^2(\delta_K) \end{cases} \quad (15)$$

其中, $C\chi_N^2(\delta)$ 表示非中心参数为 δ , 自由度为 N 的复 χ^2 分布。由式(14)可知, 非中心参数为

$$\delta_K^2 = \mathbf{q}^H \left(\sum_{k=1}^K \mathbf{S}_k^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{S}_k \right) \mathbf{q} \quad (16)$$

由此可见, 非中心参数 δ 直接与检测性能相关。 δ 越大, 检测性能越好。从式(16)可以看出, 其是 K 的函数, 且与发射波形 \mathbf{s}_k 有关。因此可以判定, 随着迭代次数的增加, 检测性能可以得到改善, 其次还可以通过优化发射波形, 提高检测性能。

3 发射波形优化与广义匹配滤波器

从式(16)可以看出, 可以通过优化波形提高非中心参数 δ 的值。假定完成了 $k-1$ 次探测, 那么优化目标函数为^[10]

$$\text{SNR} = \mathbf{q}^H \mathbf{S}_k^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{S}_k \mathbf{q} = \mathbf{s}_k^H \left[\mathbf{M}^{-1} \odot (\mathbf{q} \mathbf{q}^H)^* \right] \mathbf{s}_k \quad (17)$$

需要指出的是, 对比式(1)可以看出, 该目标函数就是第 k 次回波信号的信噪比(Signal to Noise Ratio, SNR), 但这个优化目标函数中包含未知的信号分量

\mathbf{q} , 为此考虑采用平均意义下的 SNR:

$$\text{SNR} = \mathbf{s}_k^H \mathbf{D}_{k-1} \mathbf{s}_k \quad (18)$$

其中,

$$\mathbf{D}_{k-1} = \mathbf{M}^{-1} \odot (\mathbf{q}_{k-1} \mathbf{q}_{k-1}^H + \mathbf{Q}_{k-1})^* \quad (19)$$

容易看出, 如果在能量约束条件下, 即 $\|\mathbf{s}_k\|^2 = 1$, 第 k 次探测的发射波形为式(19)中括号内矩阵的最大特征值对应的特征向量。但在实际应用过程中, 除了考虑检测性能之外, 还需要考虑波形的模糊函数性质^[11], 即在时延-多普勒频率域内的分辨能力。为此还需增加一个相似性约束条件:

$$\|\mathbf{s}_k - \mathbf{s}_0\|^2 \leq \varepsilon \quad (20)$$

其中矢量 \mathbf{s}_0 为预设波形, 其具有良好的模糊函数性质, 但对应的检测性能可能较差。约束条件中的参数 ε 控制了 \mathbf{s}_k 与 \mathbf{s}_0 的相似程度, 参数 ε 越小表示相似程度越高, 从而使得在波形设计时可以在检测性能与模糊函数性质上进行折中。综上所述, 可以得到优化问题:

$$P_1 \begin{cases} \max_{\mathbf{s}} & \mathbf{s}^H \mathbf{D}_{k-1} \mathbf{s} \\ \text{s.t.} & \|\mathbf{s} - \mathbf{s}_0\|^2 \leq \varepsilon \\ & \|\mathbf{s}\|^2 = 1 \end{cases} \quad (21)$$

可以看出, 该问题是一个非齐次非凸的二阶规划问题^[12], 该问题可以等价为一个齐次形式:

$$P_2 \begin{cases} \max_{\mathbf{s}, t} & \text{tr} \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{k-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}^H \mathbf{s} & \mathbf{s}^H t \\ \mathbf{s}^H t & |t|^2 \end{bmatrix} \\ \text{s.t.} & \text{tr} \begin{pmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{s}_0 \\ -\mathbf{s}_0^H & \|\mathbf{s}_0\|^2 - \varepsilon \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}^H \mathbf{s} & \mathbf{s}^H t \\ \mathbf{s}^H t & |t|^2 \end{bmatrix} \leq 0 \\ & \text{tr} \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}^H \mathbf{s} & \mathbf{s}^H t \\ \mathbf{s}^H t & |t|^2 \end{bmatrix} = 1 \\ & \text{tr} \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}^H \mathbf{s} & \mathbf{s}^H t \\ \mathbf{s}^H t & |t|^2 \end{bmatrix} = 1 \end{cases} \quad (22)$$

当然, 该问题仍是非凸的, 为此可以采用松弛的方法, 将其转换为一个半定规划问题:

$$P_3 \begin{cases} \max_{\mathbf{X}} & \text{tr}(\mathbf{R} \mathbf{X}) \\ \text{s.t.} & \text{tr}(\mathbf{R}_1 \mathbf{X}) \leq 0 \\ & \text{tr}(\mathbf{R}_2 \mathbf{X}) = 1 \\ & \text{tr}(\mathbf{R}_3 \mathbf{X}) = 1 \\ & \mathbf{X} \geq 0 \end{cases} \quad (23)$$

其中, \mathbf{X} 为 $(N+1) \times (N+1)$ 的矩阵, 其它矩阵定义为

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{k-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{s}_0 \\ -\mathbf{s}_0^H & \|\mathbf{s}_0\|^2 - \varepsilon \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \mathbf{R}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

优化问题 P_3 可以常规的凸规划方法进行求解, 得到最优解矩阵 \mathbf{X}_{opt} 之后, 可以利用秩 1 分解的方法^[13] 获得 \mathbf{x}_{opt} 矢量:

$$\mathbf{x}_{\text{opt}} = D_4(\mathbf{X}_{\text{opt}}; \mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3, \mathbf{R}) = \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ b \end{bmatrix} \quad (25)$$

由此得到最优发射波形 $\mathbf{s}_k = \mathbf{a}/b$ 。需要指出的是, 采用接收数据信噪比最大化, 相当于在接收机处采用了广义匹配滤波器^[5], 其定义为

$$\mathbf{w}_k = \mathbf{M}^{-1/2} \mathbf{S}_k^H \mathbf{q}_{k-1} \quad (26)$$

也就是说, 只要通过优化方法得到了第 k 次探测波形, 那么就可以直接得到对应的广义匹配滤波器。

4 发射波形与接收机滤波器联合优化

前一节中, 直接将信号分量的估计值用于优化目标函数中, 本节进一步考虑信号分量的估计误差。可以将信号的估计误差看作一个零均值, 协方差矩阵如式(6)给出的复高斯分布随机矢量, 那么可以将接收信号模型式(1)修改为

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{S}_k(\mathbf{q} + \mathbf{v}_k) + \mathbf{n}_k \quad (27)$$

其中, $\mathbf{v}_k \sim \text{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{Q}_k)$, 由该信号引入的干扰分量与发射波形有关, 是一种与发射信号依赖的干扰, 因此可以考虑将滤波器输出的信号干扰噪比(Signal to Interference and Noise Ratio, SINR)作为优化目标函数:

$$\text{SINR} = \frac{|\mathbf{w}_k^H \mathbf{S}_k \mathbf{q}_k|^2}{\text{E}[\mathbf{w}_k^H \mathbf{S}_k \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^H \mathbf{S}_k^H \mathbf{w}_k] + \text{E}[\mathbf{w}_k^H \mathbf{n}_k \mathbf{n}_k^H \mathbf{w}_k]} \quad (28)$$

其中, 将 \mathbf{q} 的真值用其估计值替代, 经过处理可以得到 SINR 的两种等价形式^[14]:

$$\text{SINR} = \frac{|\mathbf{w}_k^H \mathbf{a}_s^{(k)}|^2}{\mathbf{w}_k^H \mathbf{B}_s^{(k)} \mathbf{w}_k} = \frac{\mathbf{s}_k^H \mathbf{A}_w^{(k)} \mathbf{s}_k}{\mathbf{s}_k^H \mathbf{B}_w^{(k)} \mathbf{s}_k} \quad (29)$$

其中,

$$\mathbf{a}_s^{(k)} = \mathbf{S}_k \mathbf{q}_k = \mathbf{s}_k \odot \mathbf{q}_k \quad (30)$$

$$\mathbf{B}_s^{(k)} = \mathbf{S}_k \mathbf{Q}_k \mathbf{S}_k^H + \mathbf{M} \quad (31)$$

$$\mathbf{A}_w^{(k)} = (\mathbf{w}_k \odot \mathbf{q}_k^*) (\mathbf{w}_k \odot \mathbf{q}_k^*)^H \quad (32)$$

$$\mathbf{B}_w^{(k)} = \mathbf{W}_k \mathbf{Q}_k^* \mathbf{W}_k^H + \mathbf{w}_k^H \mathbf{M} \mathbf{w}_k \mathbf{I} \quad (33)$$

可以看出, 优化目标函数包括了两个优化变量, 分别是发射波形 \mathbf{s}_k 和滤波器系数 \mathbf{w}_k , 可以采用交替迭代优化的方法获得 SINR 极大值。给定第 k 次发射

的波形 \mathbf{s}_k , 滤波器系数 \mathbf{w}_k 可以直接得到:

$$\mathbf{w}_k = \frac{[\mathbf{B}_s^{(k)}]^{-1} \mathbf{a}_s^{(k)}}{\left\| [\mathbf{B}_s^{(k)}]^{-1/2} \mathbf{a}_s^{(k)} \right\|^2} \quad (34)$$

而对于发射波形的设计, 则采用前一节类似的方法, 增加了相似性约束条件, 从而能够对优化得到的发射波形的模糊函数性质进行控制, 对于给定了滤波器系数 \mathbf{w}_{k-1} , 优化问题为

$$P_4 \left\{ \begin{array}{l} \max_s \frac{\mathbf{s}^H \mathbf{A}_w^{(k-1)} \mathbf{s}}{\mathbf{s}^H \mathbf{B}_w^{(k-1)} \mathbf{s}} \\ \text{s.t.} \quad \|\mathbf{s} - \mathbf{s}_0\|^2 \leq \varepsilon \\ \|\mathbf{s}\|^2 = 1 \end{array} \right. \quad (35)$$

该问题的齐次化后可以得到:

$$P_5 \left\{ \begin{array}{l} \max_{s,t} \frac{\text{tr} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{A}_w^{(k-1)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}^H \mathbf{s} & \mathbf{s}^H t \\ \mathbf{s}^H t & |t|^2 \end{bmatrix} \right)}{\text{tr} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{B}_w^{(k-1)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}^H \mathbf{s} & \mathbf{s}^H t \\ \mathbf{s}^H t & |t|^2 \end{bmatrix} \right)} \\ \text{s.t.} \quad \text{tr} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{s}_0 \\ -\mathbf{s}_0^H & \|\mathbf{s}_0\|^2 - \varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}^H \mathbf{s} & \mathbf{s}^H t \\ \mathbf{s}^H t & |t|^2 \end{bmatrix} \right) \leq 0 \\ \text{tr} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}^H \mathbf{s} & \mathbf{s}^H t \\ \mathbf{s}^H t & |t|^2 \end{bmatrix} \right) = 1 \\ \text{tr} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}^H \mathbf{s} & \mathbf{s}^H t \\ \mathbf{s}^H t & |t|^2 \end{bmatrix} \right) = 1 \end{array} \right. \quad (36)$$

与前面的处理非常类似, 经过松弛处理之后可以转换为半定规划问题:

$$P_6 \left\{ \begin{array}{l} \max_{\mathbf{X}} \frac{\text{tr}(\mathbf{R}\mathbf{X})}{\text{tr}(\mathbf{R}_0\mathbf{X})} \\ \text{s.t.} \quad \text{tr}(\mathbf{R}_1\mathbf{X}) \leq 0 \\ \text{tr}(\mathbf{R}_2\mathbf{X}) = 1 \\ \text{tr}(\mathbf{R}_3\mathbf{X}) = 1 \\ \mathbf{X} \geq 0 \end{array} \right. \quad (37)$$

其中

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_w^{(k-1)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \mathbf{R}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_w^{(k-1)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (38)$$

其余参数见式(24)。采用 Charnes-Cooper 变换^[15], 可以将优化问题 P_5 等价为

$$P_7 \begin{cases} \max_{\mathbf{Y}, \beta} & \text{tr}(\mathbf{R}\mathbf{Y}) \\ \text{s.t.} & \text{tr}(\mathbf{R}_0\mathbf{Y}) = 1 \\ & \text{tr}(\mathbf{R}_1\mathbf{Y}) \leq 0 \\ & \text{tr}(\mathbf{R}_2\mathbf{Y}) = \beta \\ & \text{tr}(\mathbf{R}_3\mathbf{Y}) = \beta \\ & \mathbf{X} \geq 0 \end{cases} \quad (39)$$

其中, 优化问题 P_7 得到的最优解为 $(\mathbf{Y}_{\text{opt}}, \beta_{\text{opt}})$, 那么 P_6 的最优解为 $\mathbf{X}_{\text{opt}} = \mathbf{Y}_{\text{opt}}/\beta_{\text{opt}}$, 且两个优化问题的最优值是相同的。而要得到 P_5 的最优解 \mathbf{x}_{opt} , 可以采用秩 1 分解^[13]的方法获得

$$\mathbf{x}_{\text{opt}} = D_4(\mathbf{X}_{\text{opt}}; \mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3, \mathbf{R} - v(P_5)\mathbf{R}_0) = \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ b \end{bmatrix} \quad (40)$$

其中, $v(P_5)$ 表示优化问题 P_5 的最优值, 由此可以得到优化问题 P_4 的最优解: $\mathbf{s}_k = \mathbf{a}/b$ 。需要指出的是, 上述优化过程是一个迭代过程, 设定初始值 $\mathbf{s}_k^{(0)}$, 利用式(34)可以得到 $\mathbf{w}_k^{(0)}$, 利用式(29)得到 SINR 值, 利用式(35)–式(40)等就可以得到发射波形更新值 $\mathbf{s}_k^{(1)}$ 。迭代过程的终止条件可以通过比较两次 SINR 值的差异来确定:

$$\left| \text{SINR}(\mathbf{s}_k^{(n)}, \mathbf{w}_k^{(n)}) - \text{SINR}(\mathbf{s}_k^{(n-1)}, \mathbf{w}_k^{(n-1)}) \right| \leq \xi \quad (41)$$

参数 ξ 表示迭代终止条件设定的门限, 当两次相邻迭代过程获得的 SINR 值小于 ξ 时, 表示迭代优化终止, 获得的发射波形和滤波器系数即为所求。

5 闭环检测过程及其性能分析

综合上述的讨论, 可以构成一个闭环的检测过程。假定获得了 $k-1$ 个观测数据, 利用式(9)和式(10)对信号分量估计值及其协方差矩阵进行更新。然后对计算发射波形 \mathbf{s}_k 和滤波器系数 \mathbf{w}_k , 本文考虑两种方法。第 1 种方法仅优化发射波形, 滤波器采用广义匹配滤波器, 即求解优化问题式(21), 得到发射波形 \mathbf{s}_k 之后, 再利用式(26), 采用广义匹配滤波器。作为对比, 还可以考虑无约束条件下的发射波形, 即计算公式为

$$\mathbf{s}_{\text{opt}} = g_{\max}(\mathbf{D}_{k-1}) \quad (42)$$

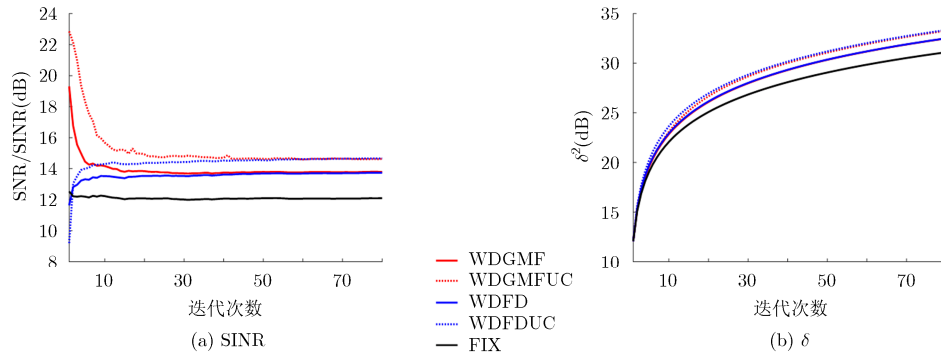
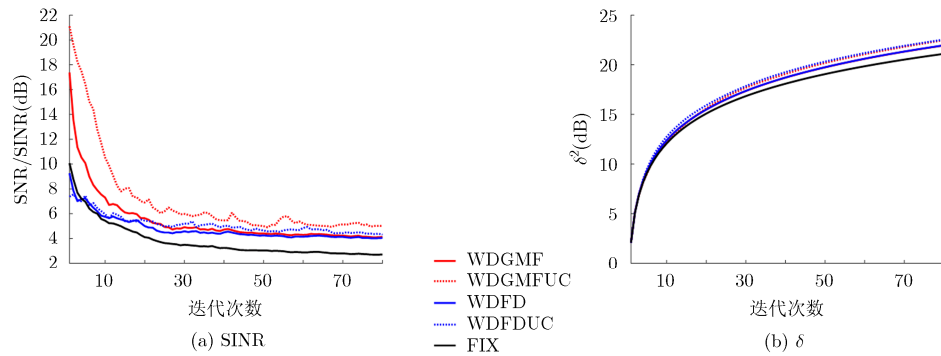
其中函数 $g_{\max}(\mathbf{A})$ 表示计算正定矩阵 \mathbf{A} 的最大特征值对应的特征向量。第 2 种方法则是同时利用了信号分量的估计值和协方差矩阵, 求解优化问题式(35), 得到发射波形和滤波器系数。同样作为对比, 也考虑无约束条件下的发射波形设计, 其采用的公式为

$$\mathbf{s}_{\text{opt}} = \frac{\left[\mathbf{B}_w^{(k)} \right]^{-1} \mathbf{a}_w^{(k)}}{\left\| \left[\mathbf{B}_w^{(k)} \right]^{-1/2} \mathbf{a}_w^{(k)} \right\|^2} \quad (43)$$

性能分析的参数设置如下, 假定发射波形初始值 \mathbf{s}_0 为长度 $N = 20$ 的广义 Barker 码, 其具有较好的模糊函数性质。发射波形设计的相似性约束参数 $\varepsilon = 0.2$ 。导向矢量 $\mathbf{p} = [0, e^{-j2\pi f}, \dots, e^{-j2\pi f(N-1)}]^T$, 其中 $f = 0.4$ 。噪声协方差矩阵 $\mathbf{M}(m, n) = \rho^{|m-n|}$, 其中 $\rho = 0.9$ 。第 2 种方法中的波形与接收机滤波器联合设计迭代控制参数 $\xi = 0.01$ 。优化工具采用的是 CVX 工具箱。

图 1 给出了 $|\alpha|^2 = 10$ 情况下的认知雷达迭代过程中的检测性能分析结果。其中 WDGMF 表示采用第 1 种方法, WDGMFUC 表示第 1 种方法中的无约束波形设计, WDFD 表示第 2 种方法, WDFDUC 表示第 2 种方法中采用无约束波形设计, FIX 表示采用固定波形。可以发现, 图 1(a)考察了不同方法下的 SNR/SINR 估计值随着迭代次数的变化。可以看出, 随着迭代次数的增加, 上述方法得到的 SNR 值都是收敛的, 其中采用无约束方法获得的 SNR/SINR 值最高, 且几乎相同。这说明采用没有约束条件限制的波形设计可以提高检测性能, 但其模糊函数性质可能较差。采用相似约束条件的 SNR/SINR 随着迭代次数也能收敛, 但收敛后的值大约比无约束下的 SNR/SINR 小 1 dB 左右。如果采用固定发射波形, 其收敛后的 SNR/SINR 最低, 这说明采用了常规雷达方法, 仅仅依靠相干累积获得的增益较少。从图 1(a)还可以发现一个有趣的现象, 采用第 1 种方法, 即使用信号分量的估计进行发射波形优化, 那么在迭代初期 SNR/SINR 值较大, 而采用第 2 种方法, 即同时考虑信号分量的估计值和估计误差, 那么在迭代初期, SNR/SINR 值较少。这是因为在迭代初期, 信号分量的估计值误差较大, 按照第 1 种方法, 发射波形与误差较大的信号分量估计值匹配, 会导致 SNR/SINR 值显著偏大。当然此时的估计误差也较大, 因此采用第 2 种方法时, 将估计误差等效为干扰噪声分量, 从而可以显著降低迭代初期的 SNR/SINR 值。图 1(b)则采用式(16)分析了不同发射波形下的检测性能参数 δ 与迭代次数关系。可以看出, 检测性能随着迭代次数逐渐增加, 采用固定发射波形时, 检测性能参数 δ 增加来自相干累积增益, 而采用发射波形优化时, 可以在相干累积增益的基础上进一步提高检测性能参数 δ 的值。这说明, 采用认知雷达闭环检测方法, 可以在相干累积增益前提下, 通过多次观测进一步改善雷达的探测性能。以 $\delta^2 = 25$ dB 为例, 常规雷达可能需要 23 次迭代过程, 而采用认知雷达检测方法, 可以将迭代次数压减到 15 次左右。因此认知雷达检测通过发射波形与探测环境的匹配, 可以降低检测所需的迭代次数。

图 2 给出了 $|\alpha|^2 = 1$ 情况下的认知雷达迭代过程

图 1 $|\alpha|^2 = 10$, 迭代过程中的 SINR, δ 与迭代次数关系图 2 $|\alpha|^2 = 1$, 迭代过程中的 SINR, δ 与迭代次数关系

中的检测性能分析结果, 相比于图 1, 此时的信号分量强度较小, 可以发现 SNR/SINR 的迭代收敛速率上明显下降, 且迭代初期的 SNR/SINR 值都偏大。这是因为信号分量较弱时, 认知雷达很难获得探测环境中感兴趣分量的精确估计, 要获得足够的估计精度, 需要足够长的迭代次数。从图 2(b)也可以看出, 此时采用波形优化带来的检测性能增益也会偏小。由此看出, 信号分量较弱时, 要获得与探测环境匹配的发射波形和接收机滤波器, 往往需要更多的迭代次数。

6 结论

认知雷达区别于常规雷达的主要特征是在建立了接收机到发射机的反馈支路, 在接收机处从雷达回波数据中提取探测环境的信息, 并将之通过反馈支路传递给发射机进行发射参数的优化, 这样认知雷达的检测问题也变成了一个闭环处理过程。认知雷达通过与探测环境的多次电磁交互实现自身参数与探测环境的匹配。这个匹配过程与探测环境中感兴趣信号强度有关系, 强度越强, 匹配过程收敛越快, 从而能够显著提高探测性能。反之, 对于弱目标而言, 认知雷达的探测性能将趋于常规雷达, 其探测性能的提高主要依赖于相干累积增益。

参考文献

- [1] HAYKIN S. Cognitive Dynamic Systems[M]. London: Cambridge University Press, 2012, 122-125.
- [2] BELL K L, BAKER C J, and SMITH G E. Cognitive radar framework for target detection and tracking[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2015, 9(8): 1427-1439. doi: 10.1109/JSTSP.2015.2465304.
- [3] HAO C, ORLANDO D, FOGLIA G, et al. Adaptive radar detection and range estimation with oversampled data for partially homogeneous environment[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2015, 22(9): 1359-1363. doi: 10.1109/LSP.2015.2404923.
- [4] SMITH G E, CAMMENGA Z, MITCHELL A, et al. Experiments with cognitive radar[J]. *IEEE A&E System Magazine*, 2016, 31(12): 34-46. doi: 10.1109/CAMSAP.2015.7383794.
- [5] KAY S M. Fundamentals of Statistical Signal Processing: Detection Theory[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1998.
- [6] BLUNT S D and MOKOLE E L. Overview of radar waveform diversity[J]. *IEEE A&E System Magazine*, 2016, 31(11): 2-42. doi: 10.1109/MAES.2016.160071.
- [7] KARBASI S M, AUBRY A, MAIO A De, et al. Robust transmit code and receive filter design for extended targets in

- clutter[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(2): 1965–1976. doi: 10.1109/TSP.2015.2404301.
- [8] AUBRY A, CAROTENUTO V, MAIO A De, *et al.* Optimization theory-based radar waveform design for spectrally dense environments[J]. *IEEE A&E Systems Magazine*, 2016, 31(12): 14–25. doi: 10.1109/MAES.2016.150216.
- [9] CHENG X, AUBRY A, CIUNZO D, *et al.* Robust waveform and filter bank design of polarimetric radar[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2017, 53(1): 370–384. doi: 10.1109/TAES.2017.2650619.
- [10] DE MAIO A, DE NICOLA S, HUANG Y, *et al.* Code design to optimize radar detection performance under accuracy and similarity constraints[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(11): 5618–5629. doi: 10.1109/TSP.2008.929657.
- [11] AUBRY A, DE MAIO A, JIANG B, *et al.* Ambiguity function shaping for cognitive radar via complex quartic optimization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(22): 5603–5620. doi: 10.1109/TSP.2013.2273885.
- [12] LUO Z Q, MA W K, SO A M, *et al.* Semidefinite relaxation of quadratic optimization problems, from its practical deployments and scope of applicability to key theoretical results[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2010, 27(3): 20–34. doi: 10.1109/MSP.2010.936019.
- [13] AI W, HUANG Y, and ZHANG S. New results on Hermitian matrix rank-one decomposition[J]. *Mathematical Programming, Series A*, 2011, 128(1): 253–283. doi: 10.1007/s10107-009-0304-7.
- [14] AUBRY A, MAIO A De, and WICKS M. Knowledge-aided (potentially cognitive) transmit signal and receive filter design in signal-dependent clutter[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, 49(1): 93–115. doi: 10.1109/TAES.2013.6404093.
- [15] CHARNES A and COOPPER W W. Programming with linear fractional functions[J]. *Naval Research Logistics Quarterly*, 1962, 9: 181–186. doi: 10.1002/nav.3800100123.

邹 鲲： 男，1976年生，副教授，研究方向为统计信号处理、信号检测与估计、认知雷达信号处理。