

基于分形理论的北京地区砂砾石地层细观建模

杜修力, 张佩, 金浏, 张仁波

(北京工业大学 城市与工程安全减灾教育部重点实验室, 北京 100124)

摘要: 土石混合体材料及相应地层中地下结构的力学行为及变形规律受到颗粒粒度组成与分布规律的影响。采用分形几何学对土石混合体的粒度分布进行描述, 进一步明确了质量-粒径级配曲线与粒度分形维数之间的关系。在双对数坐标系 $\lg(M(r < R)/M_T) - \lg R$ 下对 34 组砂砾石土进行粒度分形, 结果表明: 北京地区砂砾石土粒度分布满足分形结构, 其粒度分维区间值为 2.4~2.6。根据统计的粒度分维区间, 分析了颗粒级配随分形维数及最大粒径的变化规律, 对土石混合体的力学性质及稳定性给出了新的认识。并将分形理论与室内试验颗粒级配分布结合, 反演出土石混合体完整的颗粒级配分布。基于 Monte-Carlo 原理, 结合分形理论, 采用圆形或球体表征块石的形状, 编写砂砾石地层模型生成程序, 建立砂砾石地层模型, 并针对隧道的开挖问题展开了数值分析。

关键词: 土力学; 砂砾石地层; 细观结构; 分形几何; 分形维数; 颗粒粒度

中图分类号: TU 43

文献标识码: A

文章编号: 1000-6915(2017)02-0437-09

A mesoscopic model of sand-gravel stratum in Beijing based on fractal theory

DU Xiuli, ZHANG Pei, JIN Liu, ZHANG Renbo

(Key Laboratory of Urban Security and Disaster Engineering, Ministry of Education, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: The mechanical properties and deformation behavior of soil-rock mixture and underground structure in soil-rock mixture stratum are influenced by the particle size distribution. The mesoscopic structural characteristics of soil-rock mixture were analyzed based on the fractal geometry theory and the relationship between the quality-particle size grading curve and the fractal dimension was determined. The fractal analysis on grain-size of 34 groups of sand-gravel soil in coordinate system $\lg(M(r < R)/M_T) - \lg R$ was conducted and the results indicated that the sand-gravel in Beijing has the characteristics of self-similarity. The range of the fractal dimension of sand-gravel in Beijing is 2.4 - 2.6. The variation of the quality-particle size grading curve with the fractal dimension and maximum grain size were analyzed, yielding some new findings regarding the mechanical behavior of soil-rock mixture. It is clear that the whole grading curve can be obtained by combining the fractal geometry theory and the laboratory test on grain size distribution. A program generating the model of sand-gravel stratum is compiled based on the Monte Carlo method using the sphere to represent the shape of stone. Then, 3D numerical analysis on tunnel excavation were carried out.

Key words: soil mechanics; sand-gravel strata; meso-structure; fractal theory; fractal dimension; particle size distribution

1 引言

在进行地下工程建设时, 砂砾石地层是最为常

见的地层之一。不同于软土地层、岩质地层等均质地层, 砂砾石地层是由具有一定尺寸、高弹性模量的岩块和低弹性模量的土体构成的极端不均匀松散岩土介质系统, 且大小不同的块石在地层中随机分

收稿日期: 2016-07-01; **修回日期:** 2016-11-06

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(51538001); 北京市自然科学基金重点项目(8161001)

Supported by the National Natural Science Foundation of China(Grant No. 51538001) and Natural Science Foundation of Beijing(Grant No. 8161001)

作者简介: 杜修力(1962-), 男, 1990年于中国地震局工程力学研究所防灾减灾与防护工程专业获博士学位, 现任长江学者特聘教授、博士生导师, 主要从事地震工程领域方面的教学与研究工作。E-mail: duxiuli@bjut.edu.cn

DOI: 10.13722/j.cnki.jrme.2016.0734

布,为典型的土石混合物^[1-5]。在这种特殊地质条件下,地下结构及围岩土体的力学行为与变形规律会受到块石细观结构及分布规律的影响。然而,基于连续均匀介质的分析方法难以准确地反映出材料非均质性的影响。因此,在采用数值方法研究地下结构及砂砾石围岩的施工响应时,关键问题是如何建立反映其内部非均质特性的砂砾石地层细观分析模型。

软土地层与岩质地层组成成分单一,采用宏观连续的均匀介质可以很好地表征其力学行为,从而,围岩变形理论、围岩压力理论等研究也较为深入。而对于砂砾石等冲积地层,不同粒径的块石分布在细粒土中,单一的均匀介质难以合理地描述其力学行为及变形机制。基于离散元的颗粒流软件 PFC^[6],将砂砾石土视为散粒体或颗粒集合体,其建立的模型在一定程度上反映了砂砾石土离散性的特点。然而,其在确定材料细观参数时存在一定的局限性,特别是当块石粒径范围较大时,小尺寸试样无法反映出材料的性质,尚无有效的试验数据参考。

砂砾石地层模型的建立,其核心在于地层中块石粒度分布规律及块石随机分布特性地合理描述。对颗粒粒度的描述,通常情况下采用室内试验与工程勘探相结合的手段,获得质量-粒径的颗粒级配曲线。它合理地描述了颗粒粒度分布规律,然而由于勘探范围与精度的限制,容易造成颗粒级配曲线中部分粒径的缺失。因此,对于颗粒粒径分布范围较广的砂砾石土,需结合一种新的方法来描述与反演其完整的颗粒粒度分布。D. Avnir 等^[7-8]研究表明,对于自然形成的土体,颗粒粒度分布具有自相似或无标度的特性,可以采用分形几何学进行描述。分形几何学主要用来描述自然界的规则现象和行为。目前应用较多的是线性分形,即具有自相似形的分形。所谓自相似性是指局部是整体成比例缩小的性质,定量描述这种自相似性的参数是分形维数^[9]。

依据分形理论,S. W. Tyler 和 S. W. Wheatcraft^[10]提出了采用质量-粒径关系的颗粒级配分形结构模型。结合分形几何学理论,刘松玉等^[11]统计出我国黄土、膨胀土、红土 3 类特殊土的粒度分布特征,结果表明,三类特殊土的分形维数在 2~3 范围,且分形维数的大小土体颗粒级配的变化规律。田堪良等^[12]对我国黄河及陕西省的黑河、石头河、冯家山古河道河床天然沉积砂卵石的粒度特征进行分析,得到此地区天然沉积砂卵石的粒度分维值区间为 2.55~2.87,平均值为 2.71。通过对虎跳峡龙蟠右岸土石混合体的粒度分形进行分析,徐文杰和胡瑞林^[13]

指出该地区土石混合物具有二重分维结构,即具有 2 个分形维数,2 个分维结构的转折点可作为粗细颗粒界限划分的标准。通过大型三轴试验,舒志乐等^[14-16]分析了土石混合物含石量、强度参数、抗剪强度与粒度分维值的关系。结果表明,土石混合体的含石量、抗剪强度与粒度分形维数均呈现出抛物线的关系。王宇和李晓^[17]采用分形理论对土石混合体的细观结构特性进行描述,并指出含石量与土石混合体的粒度分维数间满足幂函数关系。L. Wu 等^[18]也采用粒度分形维数描述颗粒级配分布,并分析了土石混合体材料的尺寸效应问题。结合密实砂卵石试样,胡敏^[19]得到成都地区颗粒粒度分形维数在 2.0~2.5 范围,并结合粒度分形理论给出了 2 种满足粒度分形分布的砂卵石土数值重建方法。

针对砂砾石地层细观数值模型的建立与分析方法,本文首先结合分形理论对北京地区的砂砾石土粒度分布规律进行了统计,给出粒度分维区间。根据得到的粒度分维区间,分析颗粒级配随分形维数及块石最大粒径的变化规律。在此基础上,采用球体或圆形表征块石的形状,基于 Monte-Carlo 原理,编写砂砾石地层模型生成程序,建立可反映砾石粒度分布规律及随机分布特性的砂砾石地层细观地质力学模型。

2 土石混合物颗粒粒度分形数学描述

自然土体的颗粒粒径分布表现出自相似的特性。在二维情况,B. B. Mandelbrot^[20]认为其分形行为可用下式描述:

$$A(r>R) = C_a \left[1 - \left(\frac{R}{\lambda_a} \right)^{2-D} \right] \quad (1)$$

式中: R 为某一颗粒粒径, r 为颗粒粒径, A 为颗粒粒径大于 R 的颗粒面积, C_a 为面积形状因子, λ_a 为二维情况下的最大颗粒尺寸, D 为粒度分形维数。

将其拓展到三维情况时,可表示^[10]为

$$V(r>R) = C_m \left[1 - \left(\frac{R}{\lambda_m} \right)^{3-D} \right] \quad (2)$$

式中: C_m 为体积形状因子, V 为颗粒粒径大于 R 的颗粒体积, λ_m 为三维情况下的最大颗粒尺寸。

不考虑颗粒密度随粒径尺寸的变化,式(2)两边同时乘以密度 ρ_p ,则粒径大于 R 的颗粒质量 M 为

$$M(r>R) = \rho_p C_m \left[1 - \left(\frac{R}{\lambda_m} \right)^{3-D} \right] \quad (3)$$

土体的总质量为

$$M_T = M(r > 0) = \rho_p C_m \left[1 - \left(\frac{0}{\lambda_m} \right)^{3-D} \right] = \rho_p C_m \quad (4)$$

则由式(3)和(4)，得

$$\frac{M(r > R)}{M_T} = 1 - \left(\frac{R}{\lambda_m} \right)^{3-D} \quad (5)$$

当 $R = R_L$ 时， $M(r > R)/M_T = 0$ ，其中 R_L 为最大颗粒尺寸，从而可求出 $\lambda_m = R_L$ 。考虑颗粒级配的常用形式，式(5)可转化^[10]为

$$\frac{M(r < R)}{M_T} = \left(\frac{R}{R_L} \right)^{3-D} \quad (6)$$

式(6)即为基于分形理论的土石混合体颗粒粒度分布模型，可知，只要在筛下的颗粒质量占总质量的百分比(即粒径小于 R 的颗粒累积百分含量)与颗粒粒径 R 在双对数坐标下 ($\lg(M(r < R)/M_T) - \lg R$) 存在着直线段，就表明土石混合体的粒度分布满足分形结构，且其斜率 $b = 3 - D$ 。

土石混合体的粒度分形特性可以采用三维 Menger 海绵的构造方法进行描述^[8, 14, 16]。如图 1 所示，对于边长为 R 的立方体土体，将其等分为 m^3 个小立方体，基于某一规则，采用块石将部分小立方体替代；将剩下的小立方体土体重复以上的步骤，则形成的土石混合体材料中将包含不同尺寸的颗粒。当采用不同的替换规则时，便形成不同颗粒级配的土石混合体。

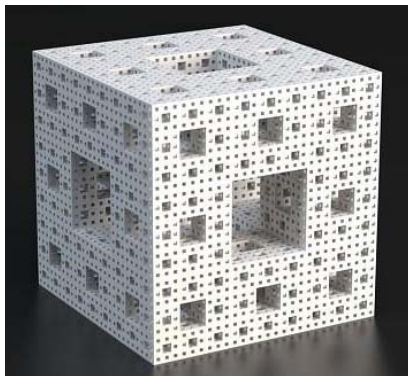


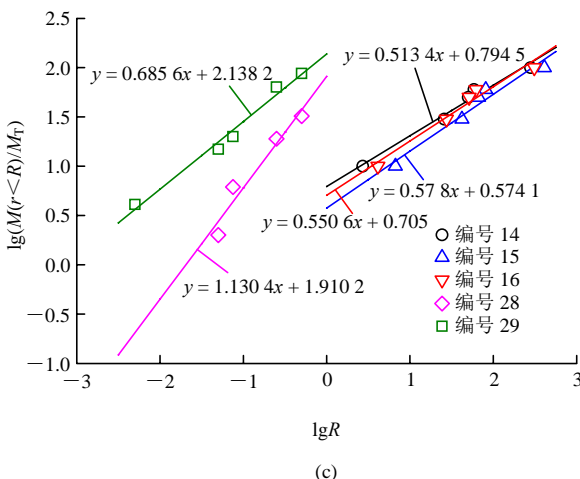
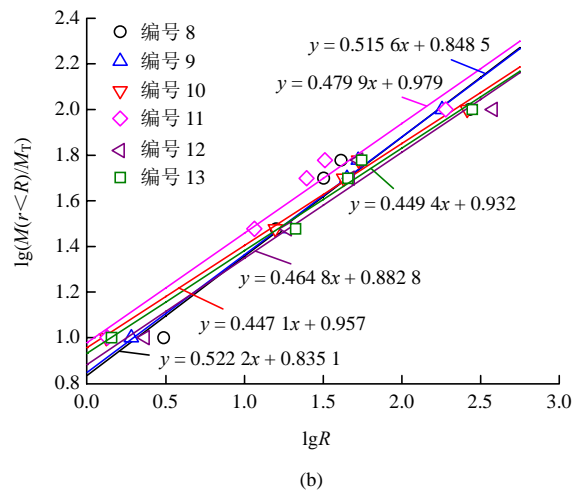
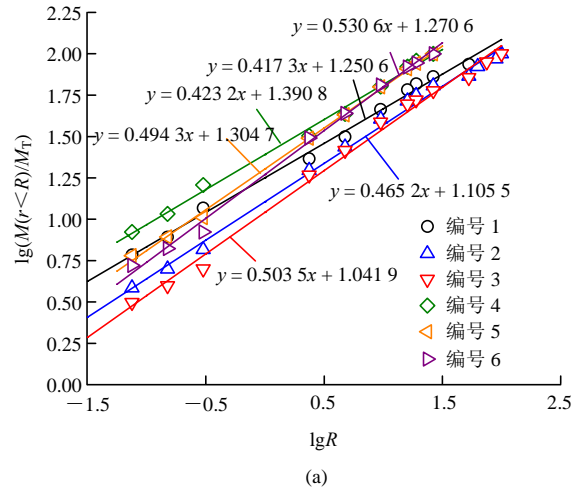
图 1 Menger 海绵的示意图
Fig.1 Diagram of Menger Sponge

3 北京地区砂砾石土的分形描述

为了对北京地区砂砾石土的颗粒粒度分布做出分形判断，将 34 组^[21-30]砂砾石土粒径 - 质量分布曲线在双对数坐标系下 $\lg(M(r < R)/M_T) - \lg R$ 进行整理。

3.1 北京地区砂砾石土颗粒级配的分形分析

图 2 为在 $\lg(M(r < R)/M_T) - \lg R$ 坐标系下，北京地区砂砾石土的粒度分布规律。从图中可以看出，粒度分布均呈现出直线的形式，表明其具有统计意义上的自相似性，满足分形结构。采用最小二乘法求得直线斜率 b 位于 0.4~0.6 范围，相关系数均大于 0.95。因此，北京地区砂砾石土颗粒粒度分维 $D = 3 - b = 2.4 \sim 2.6$ ，每组砂砾石土的粒度分形维数如表 1 所示。



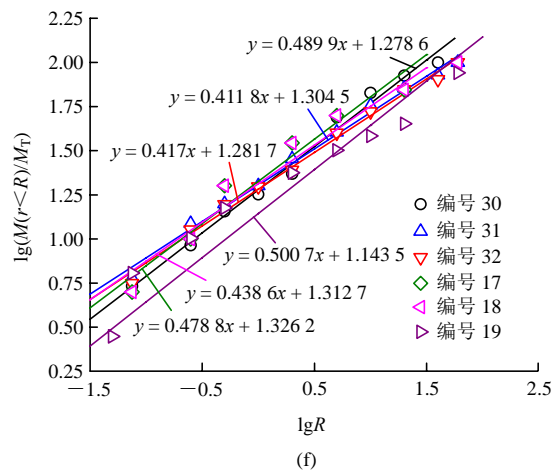
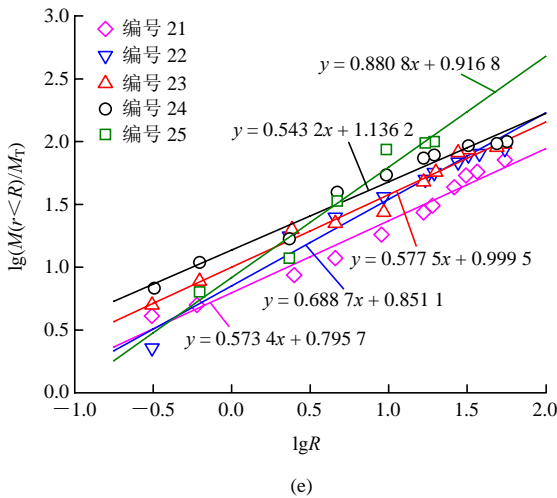
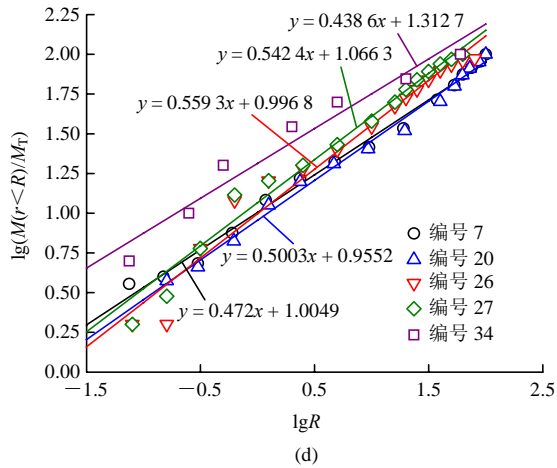


图2 北京砂砾石土粒度分布曲线

Fig.2 Granularity distribution of sand-gravel soil in Beijing

3.2 颗粒级配变化规律

基于统计的北京地区砂砾石土粒度分维区间, 结合式(6), 给出不同最大粒径 R_{max} 及不同分形维数 D 下的颗粒级配曲线。

图 3 为颗粒最大粒径 100 mm, 分形维数在 2.40~2.60 变化时的颗粒级配曲线。从图中可以看出, 当块石最大粒径不变时, 分形维数越大, 大粒

表 1 北京地区砂砾石土粒度分形维数

Table 1 Granularity fractal dimension of sand-gravel soil in Beijing

| 编号 | D | 编号 | D | 编号 | D |
|----|--------|----|--------|----|--------|
| 1 | 2.5827 | 13 | 2.5506 | 25 | 2.1192 |
| 2 | 2.5348 | 14 | 2.4866 | 26 | 2.4407 |
| 3 | 2.4965 | 15 | 2.4220 | 27 | 2.4576 |
| 4 | 2.5768 | 16 | 2.4494 | 28 | 2.1718 |
| 5 | 2.5057 | 17 | 2.5212 | 29 | 2.3144 |
| 6 | 2.4694 | 18 | 2.5614 | 30 | 2.5101 |
| 7 | 2.5280 | 19 | 2.4993 | 31 | 2.5882 |
| 8 | 2.4778 | 20 | 2.4997 | 32 | 2.5830 |
| 9 | 2.4844 | 21 | 2.4266 | 33 | 2.4710 |
| 10 | 2.5529 | 22 | 2.3113 | 34 | 2.5614 |
| 11 | 2.5201 | 23 | 2.4225 | | |
| 12 | 2.5352 | 24 | 2.4568 | | |

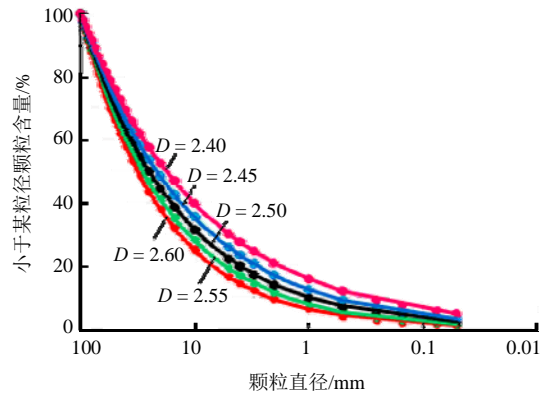


图3 最大粒径 100 mm 颗粒级配曲线

Fig.3 Grain-size distribution curves with $R_{max} = 100$ mm

径块石所占的比例越高。以粒径 10 mm 为例, 当分形维数为 2.40 时, 粒径大于 10 mm 的块石含量为 60%, 当分形维数为 2.60 时, 粒径大于 10 mm 的块石含量增加到 75%。

图 4 为分形维数 $D = 2.5$, 颗粒最大粒径在 50~200 mm 区间时的颗粒级配曲线。从图中可以看出, 大粒径块石含量随颗粒最大粒径的增大而增大。仍以粒径 10 mm 为例, 当最大粒径为 50 mm 时, 粒径大于 10 mm 的块石含量为 55%, 当最大粒径为 200 mm 时, 粒径大于 10 mm 的块石含量增到为 78%。

大粒径块石的含量与其骨架效应密切相关, 对砂砾石土材料的强度具有明显的影响, 而砂砾石土的稳定性则显著地受到细粒含量的影响。因此, 可采用将粒度分形维数与块石最大粒径相结合的手

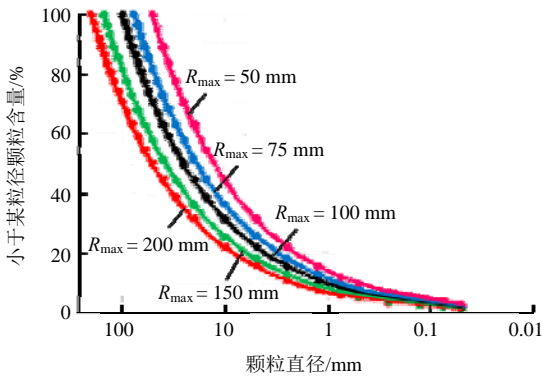


图 4 分形维数 $D = 2.5$ 时的颗粒级配曲线

Fig.4 Grain-size distribution curves with $D = 2.5$

段，对砂砾石土的性质进行初步判断。在工程应用方面，通常采用实验方法绘制颗粒级配曲线。常规室内粒度分析在一定程度上限制了颗粒粒径，很难给出完整的颗粒级配曲线。胡敏^[19]研究表明，剔除法形成的颗粒样本并不改变原样本的粒度分形维数。因此，当某地区的砂砾石土粒度符合分形分布，可根据常规室内粒度分析曲线计算出分形维数，并结合勘探出的最大粒径，形成该地区完整的颗粒级配分布曲线。

4 砂砾石地层细观分析模型的建立

在利用数值方法进行地下工程分析时，关键是如何建立工程场地和周边复杂环境的地质力学模型。对于软土地层及岩质地层，其地层组成成分相对单一，可以采用各向同性的均匀介质表征。而对于砂砾石等冲积地层，不同粒径的块石填充于细粒土中，单一的均匀介质不能完全描述其力学行为及变形机制，需考虑组成成分的细观结构及其在地层中的随机分布特征。

4.1 砂砾石地层细观分析模型程序

鉴于砂砾石土颗粒粒径范围较大，杜修力等^[31]提出了“融小石、留大石”的土石混合体细观等效分析方法：首先将较小粒径块石与土体基质进行均匀化处理，获得其各向同性的等效均匀介质；其次，将较大粒径的块石投放进等效均匀介质中，形成新的混合体。基于杜修力等^[31]的工作，确定块石最小粒径 R_{min} ，将小于此粒径的砂砾石土视为均匀介质，作为等效土体基质；将大于此粒径的砾石依据分形理论确定其级配分布，并随机分布于前述基质中，形成反映砾石层场地细观结构的地质力学模型。

基于 Monte-Carlo 原理，采用球体表征块石的

形状，结合分形理论，开发了砂砾石地层模型生成程序，如图 5 所示。砂砾石地层模型生成程序由 3 部分组成，分别为块石数目计算部分、块石位置确定部分、网格划分及单元属性判别部分。

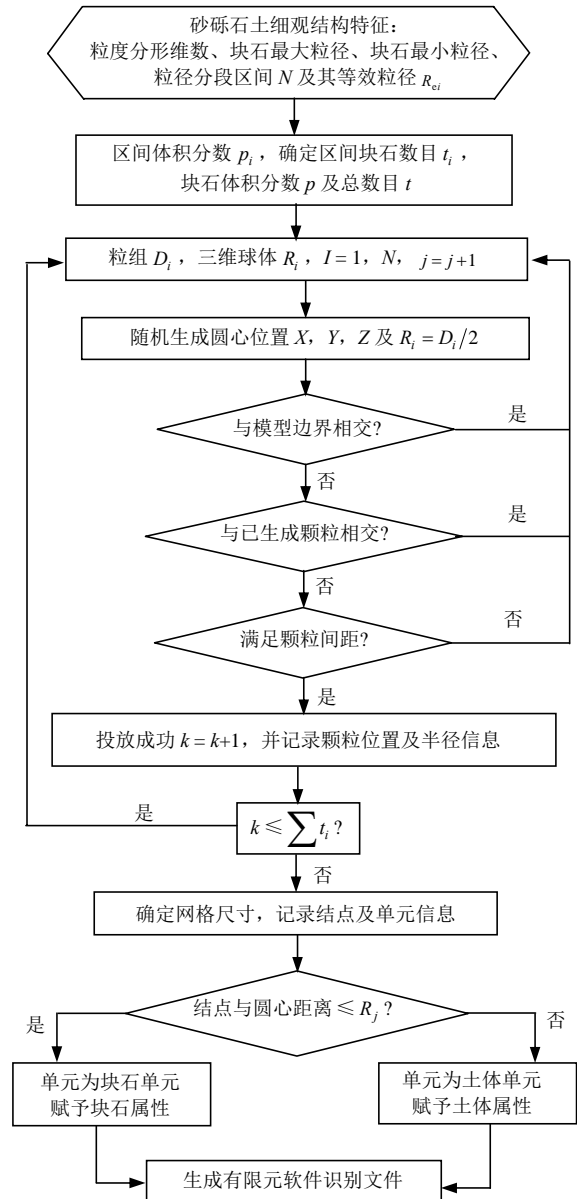


图 5 砂砾石地层模型实现流程图

Fig.5 Flowchart of sand-gravel strata model

(1) 块石数目确定

根据最大块石粒径 R_{max} 及最小块石粒径 R_{min} ，进行粒组划分，共划分为 N 组。在粒组区间内，取粒组上下限均值作为该粒组的粒径 R_e ，并按粒径由大到小的顺序排列。即第一组粒径区间为 $[R_{max}, R_1]$ ，等效粒径 $R_{e1} = 0.5(R_{max} + R_1)$ ；最后一组粒径区间为 $[R_{N-1}, R_{min}]$ ，等效粒径 $R_{eN} = 0.5(R_{N-1} + R_{min})$ 。则第 i 个粒组的体积含石量为

$$P_{vi} = \left(\frac{R_{i-1}}{R_{\max}}\right)^{3-D} - \left(\frac{R_i}{R_{\max}}\right)^{3-D} \quad (7)$$

三维和二维条件下块石数目分别为

$$N_{vi} = \frac{3VP_{vi}}{4\pi(R_{ei})^3} \quad (8)$$

$$N_{vi} = \frac{VP_{vi}}{\pi(R_{ei})^2} \quad (9)$$

(2) 块石投放方法

采用 Mento-Carlo 原理进行随机模拟时，主要在于如何确定块石的位置。砂砾石地层模型生成系统通过生成 0~1 范围均匀分布的随机数，来确定并记录块石圆心的位置(三维为 x, y, z ，二维为 x, y) 及等效半径等信息。

在随机生成第 k 个块石的位置时，需判断其是否与模型边界相交、是否与已生成的 $k-1$ 个块石相交、是否满足与已生成块石间的间距(块石间距为 $(1+\zeta)(R_{e(k-1)} + R_{ei})$ ， ζ 为调整系数， $\zeta > 1$)。当判断条件全部满足时，生成的块石位置才被视为有效的，并进行第 $k+1$ 个块石位置的生成与判断。

(3) 网格划分及单元属性判别

对于二维模型，采用正四边形平面应变单元 (CPE4) 对其进行网格划分；对于三维模型，采用正六面体单元(C3D8)对其进行网格划分。

以二维模型为例，如图 6 所示，在 $x-y$ 坐标系下，模型长度为 L ，宽度为 B ，网格尺寸为 s 。则 x 轴网格数为 $N_{ex} = L/s$ ， y 轴网格数为 $N_{ey} = B/s$ 及有限元区域内单元网格总数为 $N_{et} = N_{ex}N_{ey}$ 。那么， x 轴结点数为 $N_{nx} = L/s + 1$ ， y 轴结点数为 $N_{ny} = B/s + 1$ 及有限元区域内结点总数为 $N_{nt} = N_{nx}N_{ny}$ 。

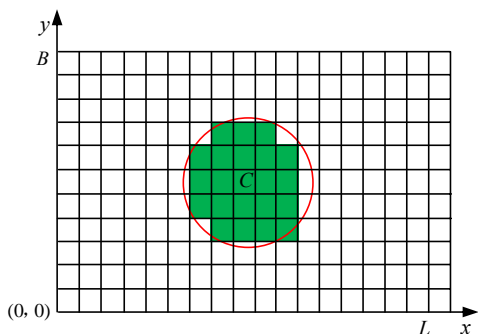


图 6 单元属性判别

Fig.6 Distinguishing of element property

以点(0, 0)作为第 1 个结点，所在单元为第 1 个单元，单元 1 所在位置沿 x 方向为第 1 行单元，

单元 1 所在位置沿 y 方向为第 1 列单元，则第 m 行、第 n 列单元处的单元编号为 $N(m, n) = (m-1) \cdot (L/s) + n$ 。并且， $N(m, n)$ 单元的 4 个结点位置也会被确定，根据有限元中单元结点逆时针排列的规则，结点位置依次为 $((n-1)s, (m-1)s)$ ， $(ns, (m-1)s)$ ， (ns, ms) ， $((n-1)s, ms)$ 。记录单元信息及对应的结点信息。

利用块石位置生成程序，随机生成第 k 块块石圆心的位置，如图 6 所示，在理想情况下，圆心为点 C ，块石轮廓线为圆形。对模型进行网格划分后，需要判断单元的属性，从而确定块石的具体形状。平面应变单元(CPE4)共有 4 个结点，可通过分析结点与圆心 C 的距离，确定单元属性：① 当单元的 4 个结点与圆心的距离均小于等效半径时，单元位于圆内，为块石单元；② 当单元的 4 个结点与圆心的距离大于等效半径，单元位于圆外，为土体单元；③ 对于圆形穿过的单元，当有大于等于 3 个结点与圆心的距离小于等效半径时，确定为块石单元，赋予块石材料的属性，其他情况时，确定为土体单元，赋予土体材料的属性。

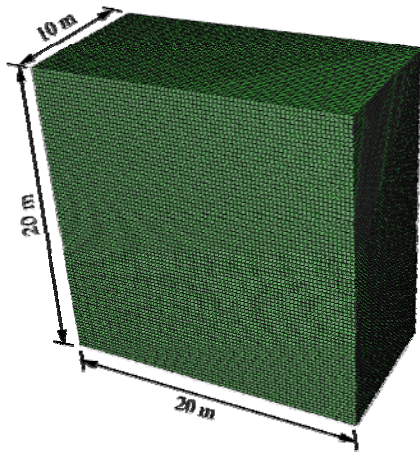
在模型单元信息、结点信息及材料属性信息确定后，将其按照有限元软件设定的格式进行整理与组合，得到有限元计算软件识别的文件。

4.2 砂砾石地层细观分析模型

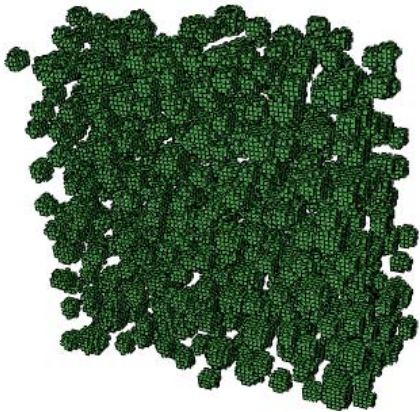
将砂砾石地层模型生成系统生成的文件，导入大型非线性有限元软件 ABAQUS，得到的砂砾石地层细观分析模型，如图 7 所示。有限元模型尺寸为 $20\text{ m} \times 20\text{ m} \times 10\text{ m}$ ，所采用的粒度分形维数 $D = 2.6$ ，砾石最大与最小粒径分别为 2 及 1 m，共生成 677 块砾石，其中等效粒径为 1.75 m 的块石为 155 块、等效粒径为 1.25 m 的块石为 522 块。为了能充分反映细观特性的非均质性，单元尺寸应小于最小块石粒径的 $1/3$ ^[31]，取网格尺寸为 0.25 m，则模型单元总数 256 000，其中块石单元数为 40 078，土体单元数为 215 922，故块石体积分数为 15.66%。

图 8 为生成块石的典型形状。由于采用先划分网格，再判断单元属性的方法，故块石形状为不规则的球形。其拟合程度取决于块石粒径与单元尺寸的相对大小，单元尺寸越小，块石粒径越大，块石形状越趋近于球形。

采用该方法，可以得到含有不同尺寸块石的砂砾石地层细观分析模型，模型能够反映出块石随机分布的特点，且材料细观组分的物理力学参数易于确定，应用方便。



(a) 有限元模型



(b) 地层中砾石分布图

图 7 砂砾石地层模型

Fig.7 Sand-gravel strata model

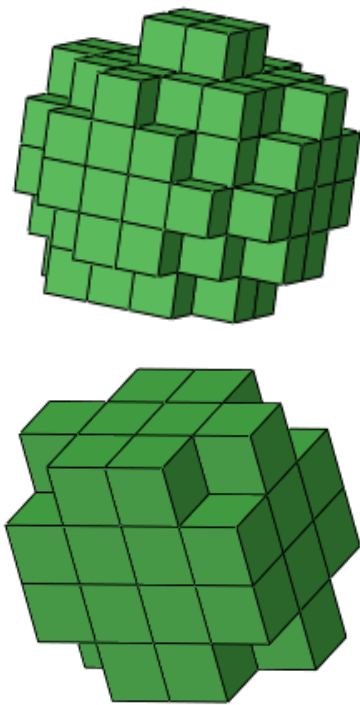


图 8 典型块石形状

Fig.8 Representative rock shape

4.3 砂砾石地层隧道开挖分析

针对砂砾石地层中隧道等地下结构的开挖问题，采用图 7 砂砾石地层模型开展相应的数值分析。隧道断面设置为方形，断面尺寸为 $3\text{ m} \times 3\text{ m}$ ，隧洞顶点处理深为 6 m 。开挖方式为全断面一步开挖，无衬砌结构支护。边界条件上表面设置为自由边界，底部设置 U_1, U_2, U_3 位移约束，侧面边界设置相应的法向位移约束。

通过给定有限元模型地表和地底的竖向应力值，形成初始应力场。模型中其他部位竖向应力值根据地表和地底的差值得到，水平应力通过竖向应力乘以侧压力系数获取。砂砾石的细观组分为土体基质和块石，相应的材料参数与汪国峰^[30]相同，如表 2 所示。

表 2 土体与块石材料参数
Table 2 Parameters of soil and rock

| 类型 | 密度 ρ' ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$) | 围压 σ_3/kPa | 弹性模量 E/MPa | 泊松比 ν | 黏聚力 c/kPa | 摩擦角 $\phi/(\text{°})$ | 剪胀角 $\psi/(\text{°})$ |
|----|---|-----------------------------|------------------------|--------------|-----------------------|--------------------------|--------------------------|
| 土体 | 1 900* | 400 | 10 | 0.3* | 17.5* | 20 | 5* |
| 块石 | 2 700* | - | 50 000* | 0.2* | - | - | - |

注：“*”参数为已知，其他参数为反复试算。

图 9 为砂砾石地层隧道开挖后围岩竖向位移 U_2 等值线图。对于均质地层，当采用一步完成隧道开挖时，围岩土体实际仍处于平面应变状态，围岩变形沿隧道纵向是相同的。对于砂砾石地层，从图 9 可以看出，围岩变形沿隧道纵深呈现出明显的差异。将隧道纵向深度 $2.5, 5.0, 7.5\text{ m}$ 处的地表沉降曲线进行整理，如图 10 所示，从图中可以看出，地表沉降曲线不仅沿隧道纵深不同，而且关于隧道中线呈现出非对称的特性，从而进一步说明建立的砂砾石地层模型能反映出块石对围岩变形的影响。

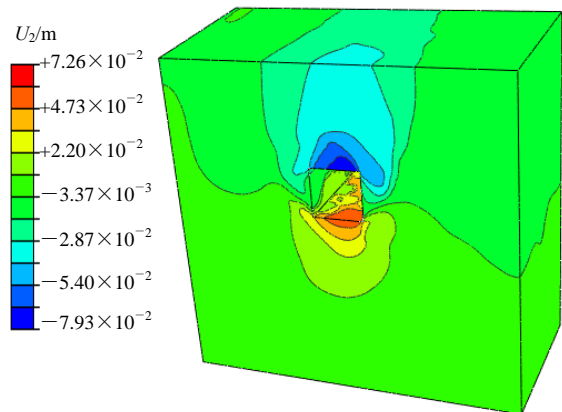


图 9 竖向位移 U_2 等值线图

Fig.9 Contour plot of vertical settlement U_2

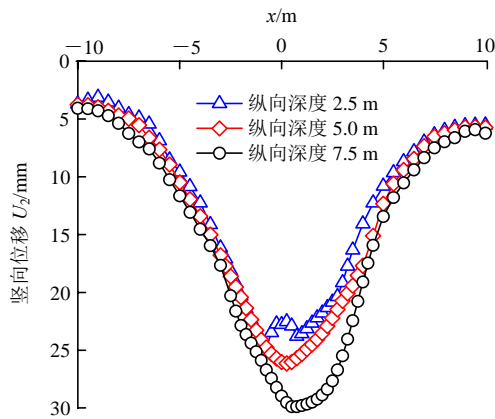


图 10 地表沉降曲线

Fig.10 Surface settlement curves

5 结 论

在砂砾石地层中，地下结构及围岩土体的力学行为及变形规律会受到块石细观分布特征的影响。通过对北京地区 34 组砂砾石土的级配曲线分析，统计了该地区砂砾石土的粒度分形规律。在此基础上，编写了砂砾石地层细观分析模型生成程序，主要结论如下：

(1) 在 $\lg(M(r < R)/M_T) - \lg R$ 坐标系下，34 组砂砾石土粒度分布均呈现出直线的形式，满足统计意义上的自相似性，符合粒度分形理论，初步确定北京地区砂砾石土粒度分维区间为 [2.4, 2.6]。

(2) 通过分形理论，明确了土体颗粒质量 - 粒径级配曲线与粒度分形维数之间的关系，结果表明块石含量随分形维数及最大块石粒径增大而增大。

(3) 基于分形理论，采用 Mento-Carlo 随机投放方法，将块石视为圆形(二维)或球形(三维)形状，开发了砂砾石地层细观分析模型生成程序，建立了砂砾石地层细观分析模型，并针对隧道等地下结构的开挖问题开展了分析。

本文实现了砂砾石地层细观分析模型的建立，针对隧道的开挖问题进行了初步的分析。在后续工作中，针对砂砾石地层中的开挖问题，将会开展深入系统的分析。此外，本文建立的砂砾石地层模型也可为土石混合体边坡稳定性的分析提供参考。

参考文献(References):

[1] LINDQUIST E. The strength and deformation properties of mélange [Ph. D. Thesis][D]. Berkeley: Department of Civil Engineering, University of California, 1994.

[2] MEDLEY E. The engineering characterization of mélanges and

similar block-in-matrix rocks(bimrocks)[Ph. D. Thesis][D]. Berkeley: University of California, 1994.

- [3] 油新华. 土石混合体的随机结构模型及其应用研究[博士学位论文][D]. 北京: 北京交通大学, 2001.(YOU Xinhua. Stochastic structural model of the earth-rock aggregate and its application[Ph. D. Thesis][D]. Beijing: Northern Jiaotong University, 2001.(in Chinese))
- [4] 王 宇, 李 晓, 赫建明, 等. 土石混合体细观特性研究现状及展望[J]. 工程地质学报, 2014, 22(1): 112 - 123.(WANG Yu, LI Xiao, HAO Jianming, et al. Research status and prospect of rock and soil aggregate[J]. Journal of Engineering Geology, 2014, 22(1): 112 - 123.(in Chinese))
- [5] 孙华飞, 鞠 杨, 王晓斐, 等. 土石混合体变形破坏及细观机制研究的进展[J]. 中国科学: 技术科学: 2014, 44(2): 172 - 181.(SUN Huafei, JU Yang, WANG Xiaofei, et al. Review of the study on deformation, failure and the mesomechanisms of rock-soil mixture[J]. Science China, 2014, 44(2): 172 - 181.(in Chinese))
- [6] CUNDALL P A, STRACK ODL. A discrete numerical model for granular assemblies[J]. Geotechnique, 1979, 29(1): 47 - 65.
- [7] AVNIR D, FARIN D, PFEIFER P. Surface geometric irregularity of particulate materials: The fractal approach[J]. Journal of Colloid and Interface Science, 1985, 103(1): 112 - 123.
- [8] TURCOTTE D L. Fractals and fragmentation[J]. Journal of Geophysical Research Solid Earth, 1986, 91(B2): 1 921 - 1 926.
- [9] 谢和平. 岩土介质的分形孔隙和分形粒子[J]. 力学进展: 1993, 23(2): 145 - 164.(XIE Heping. Fractal pores and fractal particles of rock and soil materials[J]. Advance in Mechanics: 1993, 23(2): 145 - 164.(in Chinese))
- [10] TYLER S W, WHEATCRAFT S W. Fractal scaling of soil particle-size distributions: analysis and limitations[J]. Soil Science Society of America Journal, 1992, 56(2): 362 - 369.
- [11] 刘松玉, 方 磊, 陈浩东. 论我国特殊土粒度分布的分形结构[J]. 岩土工程学报, 1993, 15(1): 23 - 30.(LIU Songyu, FANG Lei, CHEN Haodong. Fractal structure of granularity distribution of regional soils in China[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering: 1993, 15(1): 23 - 30.(in Chinese))
- [12] 田堪良, 张慧莉, 张伯平, 等. 天然沉积砂卵石粒度分布的分形结构研究[J]. 西北农林科技大学学报: 自然科学版, 2002, 30(5): 85 - 89.(TIAN Kanliang, ZHANG Huili, ZHANG Boping, et al. Fractional structure of granularity distribution of natural sedimentary sandy gravel[J]. Journal of Northwest Agriculture and Forestry University: Natural Science, 2002, 30(5): 85 - 89.(in Chinese))
- [13] 徐文杰, 胡瑞林. 虎跳峡龙蟠右岸土石混合体粒度分形特征研究[J]. 工程地质学报, 2006, 14(4): 496 - 501.(XU Wenjie, HU Ruilin. Particle size fractal characteristics of the soil-rock mixture in the right bank slope of Jinsha River at Longpan, Tiger-leaping gorge area[J]. Journal of Engineering Geology: 2006, 14(4): 496 - 501.(in Chinese))

- [14] 舒志乐, 刘新荣, 刘保县, 等. 基于分形理论的土石混合体强度特征研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(增1): 2 651 - 2 656. (SHU Zhile, LIU Xinrong, LIU Baoxian, et al. Study of strength properties of earth-rock aggregate based on fractals[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(Supp.1): 2 651 - 2 656.(in Chinese))
- [15] 舒志乐, 刘新荣, 刘保县, 等. 土石混合体粒度分形特性及其与含石量和强度的关系[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2010, 41(3): 1 096 - 1 101.(SHU Zhile, LIU Xinrong, LIU Baoxian, et al. Granule fractal properties of earth-rock aggregate and relationship between its gravel content and strength[J]. Journal of Central South University: Science and Technology: 2010, 41(3): 1 096 - 1 101.(in Chinese))
- [16] 舒志乐, 刘保县, 梁宁慧, 等. 基于数字图像处理的土石体粗料分形特性研究[J]. 地下空间与工程学报, 2012, 8(3): 511 - 517.(SHU Zhile, LIU Baoxian, LIANG Ninghui, et al. Study on the fractal characteristics of earth-rock coarse grain based on digital image processing[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2012, 8(3): 511 - 517.(in Chinese))
- [17] 王 宇, 李 晓. 土石混合体细观分形特征与力学性质研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, 34(增1): 3 397 - 3 407.(WANG Yu, LI Xiao. Study of mesoscopic fractal feature and mechanical properties for rock and soil aggregates samples[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, 34(Supp.1): 3 397 - 3 407.(in Chinese))
- [18] WU L, ZHU S, WANG Y, et al. A modified scale method based on fractal theory for rockfill materials[J]. European Journal of Environmental and Civil Engineering, 2013, 18(1): 106 - 127.
- [19] 胡 敏. 砂卵石土物力学特性及盾构施工响应的数值模拟研究 [博士学位论文][D]. 广东: 华南理工大学, 2014.(HU Min. Numerical method to study the physical and mechanical characteristics of sandy pebble soil and the response caused by shield tunneling[Ph. D. Thesis][D]. Guangdong: South China University of Technology, 2014.(in Chinese))
- [20] MANDELBROT B B. The fractal geometry of nature[M]. New York: W. H. Freeman, 1983: 286 - 287.
- [21] 姜厚停, 龚秋明, 杜修力. 卵石地层土压平衡盾构施工土体改良试验研究[J]. 岩土工程学报: 2013, 35(2): 284 - 292.(JIANG Houting, GONG Qiuming, DU Xiuli. Experimental study on soil conditioning in cobble layer by use of earth pressure balanced machine[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(2): 284 - 292.(in Chinese))
- [22] 周永攀. 北京地区卵石地层土压平衡盾构法施工土体改良技术研究[硕士学位论文][D]. 北京: 北京工业大学, 2012.(ZHOU Yongpan. Research on soil conditioning study for earth-pressure balanced shields excavation in Beijing cobble layers[M. S. Thesis][D]. Beijing: Beijing University of Technology, 2012.(in Chinese))
- [23] 张双亚, 陈 馈. 北京铁路地下直径线盾构选型[J]. 铁道工程学报, 2007, (3): 70 - 73.(ZHANG Shuangya, CHEN Kui. Shield machine type selection for Beijing rail underground transit line[J]. Journal of railway engineering society, 2007, (3): 70 - 73.(in Chinese))
- [24] 潘秀明, 雷崇红. 北京地铁砂卵石砾岩地层综合工程技术[M]. 北京: 人民交通出版社, 2012: 22 - 23.(PAN Xiuming, LEI Chonghong. Comprehensive engineering technology applied in gravel strata of Beijing[M]. Beijing: China Communication Press, 2012: 22 - 23.(in Chinese))
- [25] 苏 斌, 苏 艺, 江玉生, 等. 北京典型地层盾构适应性对比与施工关键技术[M]. 北京: 人民交通出版社, 2013: 42 - 43.(SU Bin, SU Yi, JIANG Yusheng, et al. Feasibility study and key construction technology on TBM applied in typical strata in Beijing[M]. Beijing: China Communication Press, 2013: 42 - 43.(in Chinese))
- [26] 北京城建勘测设计研究院有限公司. 北京地铁 10 号线二期工程 03 合同段公主坟站—西钓鱼台站(西八里庄站)区间详勘报告[R]. 北京: 北京城建勘测设计研究院有限公司, 2007.(Beijing Urban Construction Exploration and Surveying Design Research Institute Co. Ltd. The detailed survey report of Gongzhufen Station—Xidiaoyutai Station of Beijing subway line 10[R]. Beijing: Beijing Urban Construction Exploration and Surveying Design Research Institute Co., Ltd., 2007.(in Chinese))
- [27] 李 雪, 周顺华, 周俊宏. 复杂地层大直径泥水盾构刀具磨损规律分析[J]. 地下空间与工程学报, 2015, 11(4): 868 - 873.(LI Xue, ZHOU Shunhua, ZHOU Junhong. Cutter wearing analysis of large diameter slurry shield in complex stratum[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2015, 11(4): 868 - 873.(in Chinese))
- [28] 郭玉海. 北京地铁砂卵石地层盾构施工刀具磨损研究[硕士学位论文][D]. 北京: 北京工业大学, 2007.(GUO Yuhai. Study on abrasion of cutters during shield tunneling in sandy cobble stratum of Beijing metro[M. S. Thesis][D]. Beijing: Beijing University of Technology, 2007.(in Chinese))
- [29] 李宏安. 砂-黏复合地层土压平衡盾构隧道开挖面稳定性研究 [博士学位论文][D]. 北京: 中国地质大学, 2013.(LI Hong'an. Face stability analysis of EPB shield-driving tunnel in sandy-clay mixed ground[Ph. D. Thesis][D]. Beijing: China University of Geoscience, 2013.(in Chinese))
- [30] 汪国峰. 北京砂卵石地层土压平衡盾构土体改良技术试验研究 [博士学位论文][D]. 北京: 中国地质大学, 2011.(WANG Guofeng. Test research on soil improvement technology for EPBS in Beijing sandy pebble stratum[Ph. D. Thesis][D]. Beijing: China University of Geoscience, 2011.(in Chinese))
- [31] 杜修力, 张 佩, 金 浏. 土石混合体宏观力学性能分析的细观等效方法[J]. 工程力学, 2017(待刊).(DU Xiuli, ZHANG Pei, JIN Liu. A mesoscopic equivalent analysis method for the study on macro-mechanical properties of soil-rock-mixture[J]. Engineering Mechanics, 2017(to be pressed).(in Chinese))