

江苏大学

A 卷

科目代码: 886

科目名称: 概率论与数理统计基础

满分: 150 分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

说明: 做本试卷可携带普通计算器

一、单项选择题(本题共 15 题, 每题 3 分, 共 45 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一个符合题目要求, 请将所选正确答案对应的字母写在答题纸上, 并标明题号)

1. 设 A, B 为两个随机事件, $P(A) \neq P(B) > 0$ 且 $A \supset B$ 下列命题正确的是()

A. $P(A|B) = 1$; B. $P(B|A) = 1$; C. $P(A|\bar{B}) = 1$; D. $P(B|\bar{A}) = 1$ 。

2. 某射手进行了三次射击, A_i 表示第 i 次射击击中目标这一事件, 下面正确表述了事件

$A_1A_2 + A_1A_3 + A_2A_3$ 的是()

A. 恰有两次击中目标; B. 最少两次击中目标;
C. 最多两次击中目标; D. 三次都击中目标。

3. 若两个随机变量 X, Y 相互不独立, 则下列等式中正确的只有()

A. $E(XY) = E(X)E(Y)$; B. $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$;

C. $Cov(X, Y) = 0$; D. $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$ 。

4. 已知在一次试验中事件 A 发生的概率为 0.4, 在 100 次独立试验中事件 A 发生的次数在下列选项中最有可能是()

A. 30; B. 41; C. 48; D. 52。

5. 某灯具厂新生产了一款灯, 声称该款灯相比该厂以往的灯更具节能效果, 现要对此作出检验, 则该检验的原(零)假设应为()

A. 新款灯的节能效果相比旧款无显著变化; B. 新款灯的节能效果有显著提高;
C. 新款灯的节能效果不如旧款灯; D. 新款灯的节能效果显著降低。

6. 设 (X_1, X_2, \dots, X_n) 是取自 Poisson 分布总体 $P(\lambda)$ 的简单样本, \bar{X}_n, S_n^2 分别为样本均值和样本方差, 则不是参数 λ 的无偏估计的是()

A. \bar{X}_n ; B. S_n^2 ; C. X_1 ; D. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 。

7. 一项研究表明, 司机驾车时因接打手机而发生事故的的比例超过 20%, 用来检验这一结论的原假设和备择假设应为 ()。

- A. $H_0: \pi = 20\%, H_1: \pi \neq 20\%$; B. $H_0: \pi \neq 20\%, H_1: \pi = 20\%$;
C. $H_0: \pi \leq 20\%, H_1: \pi > 20\%$; D. $H_0: \pi \geq 20\%, H_1: \pi < 20\%$ 。

8. 设总体服从正态分布 $N(100, 100)$, 从该总体中随机抽取样本量为 100 的简单样本, 则样本均值的数学期望和方差分别为 ()

- A. 100, 100; B. 100, 10; C. 100, 1; D. 10, 10。

9. 某项考试为 10 道单项选择题, 每题的选项为 5 项。若考生完全不具备该项考试的知识, 只是乱猜, 则可答对的题目总数的期望值为 ()

- A. 0.2; B. 1.0; C. 2.0; D. 2.5。

10. 设 u_α 是标准正态分布的 α 分位数, 即设 X 服从标准正态分布, $P(X \leq u_\alpha) = \alpha$, 则有 ()

- A. $u_\alpha + u_{1-\alpha} = 1$; B. $u_\alpha + u_{1-\alpha} = 0$; C. $u_\alpha - u_{1-\alpha} = 0$; D. $u_{0.5} < 0$ 。

11. 以下关于抽样分布的说法错误的是 ()

- A. 抽样分布主要用于评价估计量的效果以及构造置信区间和拒绝域;
B. 常用的三大抽样分布 (t 分布, χ^2 分布, F 分布) 都是基于正态分布得来的;
C. 当精确的抽样分布不易推导时, 可以通过随机模拟的等方法获得近似的抽样分布;
D. 抽样分布一般与样本量无关。

12. 已知一总体服从正态分布, 其均值为 μ , 方差为 $\sigma^2 (> 0)$, 取样本 $x_1, x_2, \dots, x_n (n > 1)$,

得到样本均值和样本方差分别为 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$, 以下说法错误的是

是 ()

- A. μ 的矩估计和极大似然估计都是 \bar{x} ; B. \bar{x} 是 μ 的无偏估计;
C. $\sigma^2 (> 0)$ 的矩估计和极大似然估计都是 s^2 ; D. s^2 是 $\sigma^2 (> 0)$ 的无偏估计。

13. 设随机变量 ξ 的概率密度为 $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{(x-3)^2}{4}}$ ($-\infty < x < +\infty$), 则 $\eta = ()$

$\sim N(0, 1)$ 。

- A. $\frac{\xi+3}{2}$; B. $\frac{\xi+3}{\sqrt{2}}$; C. $\frac{\xi-3}{2}$; D. $\frac{\xi-3}{\sqrt{2}}$ 。

14. 若 $X \sim t(n)$, 则 $\frac{1}{X^2} \sim (\quad)$ 。

- A. $F(1, n)$; B. $F(n, 1)$; C. $\chi^2(n)$; D. $t(n)$ 。

15. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中已知 μ , 而 σ^2 未知, X_1, X_2, X_3 是来自总体 X 的一个样本, 则下列随机变量中不能作为统计量的是: ()

- A. $X_1 + X_2 + X_3$; B. $X_1 + 3\mu$; C. $\sum_{i=1}^3 \frac{X_i^2}{\sigma^2}$; D. $\max(X_1, X_2, X_3)$ 。

二、计算题(本题 5 小题, 其中第 2 小题 25 分, 其余每题 20 分, 共 105 分。)

1. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} A \cos x, & |x| \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2} \end{cases}$,

试求:(1)系数 A ; (2) X 的分布函数及图形; (3) X 落在区间 $(0, \frac{\pi}{4})$ 内的概率; (4) $E(X)$ 。

2. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, 总体均值 μ 和方差 σ^2 未知, 样本

均值和样本方差分别记为 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 。

(1). 求 $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$ 的分布;

(2). 若 $\mu = 0$, 求 $\frac{(X_1 + X_2)^2}{(X_1 - X_2)^2}$ 的分布。

3. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是取自总体 X 的一个样本,

$$X \sim f(x) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

($\theta > 0$)。求 θ 的矩估计 $\hat{\theta}_1$ 和最大似然估计 $\hat{\theta}_2$ 。

4. 某厂生产的零件重量服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，现从该厂生产的零件中随机抽取 9 个，得样本均值 $\bar{x} = 56.32$ ，样本标准差 $s = 0.22$

(1) 测量标准差 σ 的大小反映了测量仪器的精度，试求 σ 置信水平为 0.95 的置信区间；

(2) 求该零件重量真值的置信水平为 0.99 的置信区间。

5. 掷一颗骰子 60 次，结果如下：

点数	1	2	3	4	5	6
次数	7	8	12	11	9	13

试在显著性水平为 0.05 下检验这颗骰子是否均匀。

试题中可能用到的临界值皆为下分位数，即 $P(X \leq z_\alpha) = \alpha$

如： $P(X \leq z_{0.975} = 1.96) = 0.975$

$$\chi_{0.95}^2(5) = 11.0705; \quad \chi_{0.95}^2(6) = 12.5916$$

$$\chi_{0.025}^2(8) = 2.1797; \quad \chi_{0.975}^2(8) = 17.5345;$$

$$t_{0.995}(8) = 3.3554; \quad t_{0.995}(9) = 3.2498$$