第六节　流体输送管路的计算

连续性方程　$V_s = \frac{\pi}{4} d^2 u$

柏努利方程

$$\frac{p_1}{\rho} + z_1 g + \frac{u_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + z_2 g + \frac{u_2^2}{2} + (\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta) \frac{u^2}{2}$$

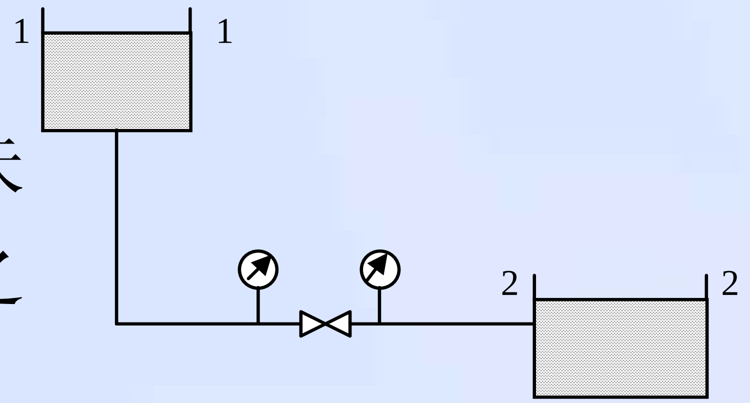
阻力(λ)计算　$\lambda = \psi\left(\frac{d\rho u}{\mu}, \frac{\varepsilon}{d}\right)$

一、阻力对管内流动的影响

1.简单管路 --------没有分支和汇合

特点：1) 稳定流动，通过各管段的质量流量不变，对不可压缩流体，则体积流量不变，即：

$$q_{V1} = q_{V2} = \cdots\cdots$$



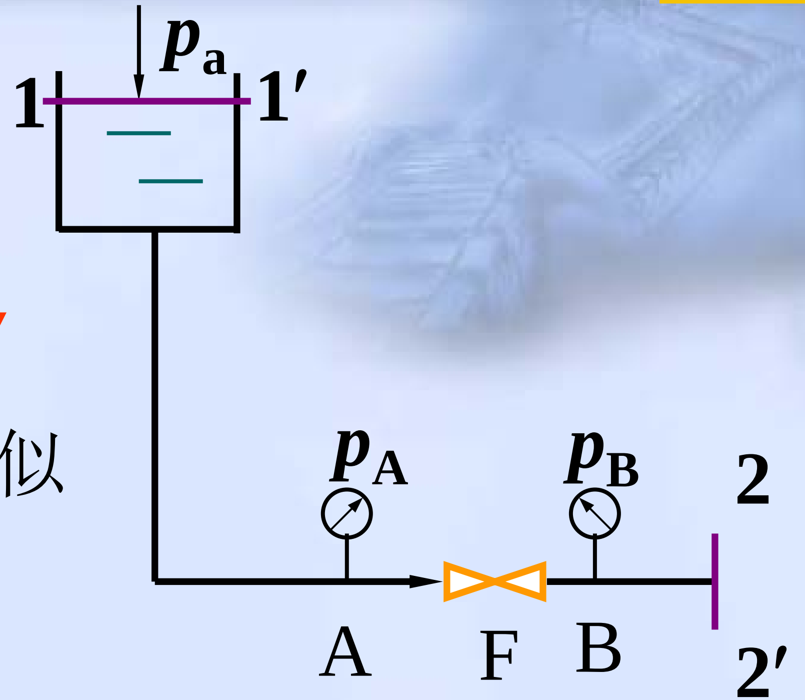
2) 整个管路的总摩擦损失为各管段及各局部摩擦损失之和，即：

$$\sum h_f = h_{f1} + h_{f2} + \cdots\cdots$$

1-1 面和 2-2 面间

$$gz_1 + \frac{p_1 - p_2}{\rho} = \left(\lambda\frac{l}{d} + \sum\zeta\uparrow + 1\right)\frac{u_2^2}{2}\downarrow$$

λ一般变化很小，可近似认为是常数。



当阀门F开度减小时：

（1）阀关小，阀门局部阻力系数ζ↑ → $h_{f,A-B}$↑

→流速u↓ →即流量↓；

在1-A之间列柏努利方程

$$gz_1+\frac{p_1}{\rho}=\frac{p_A\uparrow}{\rho}+\frac{u_A^2\downarrow}{2}+\left(\lambda\frac{l}{d}+\sum\zeta\right)_{1-A}\frac{u_A^2}{2}\downarrow$$

q_v降低，u_A降低，$h_{f,1-A}$降低，而$u_1=0$，p_1不变。所以p_A增加。

在B-2之间列柏氏方程

$$\frac{p_B\downarrow}{\rho}=\frac{p_2}{\rho}+\left(\lambda\frac{l}{d}+\sum\zeta\right)_{B-2}\frac{u_2^2}{2}\downarrow$$

$$\frac{p_B}{\rho}+\frac{u_B^2}{2}=\frac{p_2}{\rho}+\frac{u_2^2}{2}+h_{f,B-2}$$

$$\frac{p_B}{\rho}=\frac{p_2}{2}+(h_{f,B-2}-\frac{u_B^2}{2})=\frac{p_2}{\rho}+(\frac{u_2^2}{2}+\lambda\frac{l}{d}\frac{u_2^2}{2}-\frac{u_B^2}{2})$$

P_2不变，u_2降低，所以p_B降低。

（2）在1-A之间，由于流速u↓→ $h_{f,1-A}$ ↓ →p_A↑；

（3）在B-2之间，由于流速u↓→ $h_{f,B-2}$ ↓ →p_B↓ 。

结论：

（1）当阀门关小时，其局部阻力增大，将使管路中流量下降；

（2）下游阻力的增大使上游压力上升；

（3）上游阻力的增大使下游压力下降。

可见，管路中任一处的变化，必将带来总体的变化，因此必须将管路系统当作整体考虑。

结论：

简单管路中局部阻力系数↑，如阀门关小，则：

→ 管内流量↓，
阀门上游压力↑，
下游压力↓。

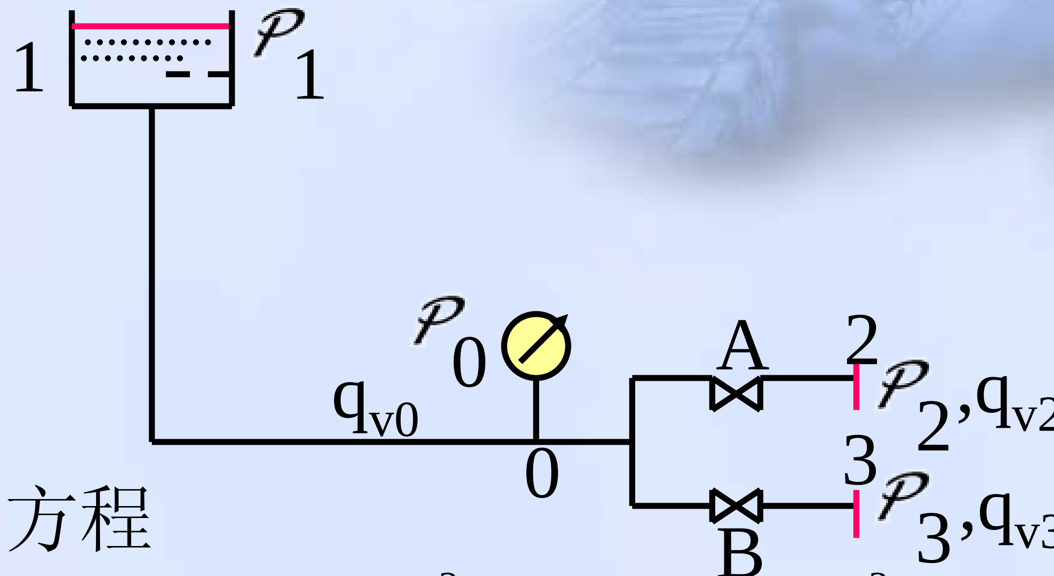
这个规律具有普遍性。

思考：若阀门开大又如何？

管内流量↑，阀门上游压力↓，下游压力↑。

2.分支管路

图中各参数为阀门全开时各处的流动参数，现将阀门A关小



1）对总管路ξ_A增大，q_{v0}降低，p_0增大

2）ξ_A增大，q_{v0}降低

3）在1-3之间列柏氏方程

$$\frac{\wp_1}{\rho}=\frac{\wp_3}{\rho}+h_{f,1-0}+h_{f,0-3}=\frac{\wp_3}{\rho}+\lambda_1\frac{l_1}{d_1}\frac{u_0^2}{2}+\lambda_3\frac{(l+l_e)_3}{d_3}\frac{u_3^2}{2}$$

$\wp_1, \wp_3$不变，q_{v0}降低，所以u_3增大

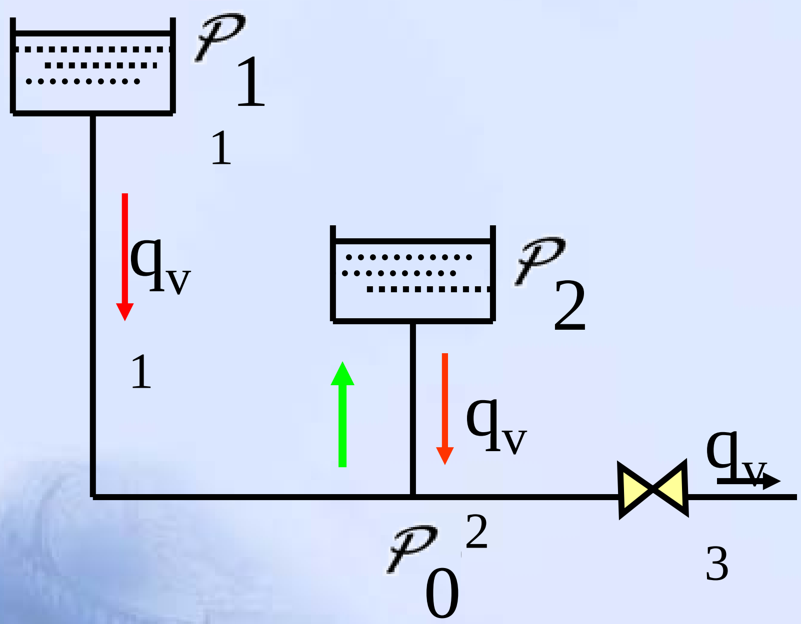
结论：关小阀门使所在的支管的流量下降，与之平行的支管流量增加，但总的流量还是减少了。

两种极端情况：

a、总管阻力忽略，支管阻力为主。此时 $\wp_0=\wp_1$，阀A关小仅使A管的中流量减小，因为 $\wp_0$ 不变，所以支管B的流量几乎不变。即任一支管情况的改变不会影响其它支管的流量。

b、总管阻力为主，支管阻力忽略。此时 $\wp_0=\wp_2$ 或 $\wp_3$，总流量不变，阀A的关小不影响总流量，只改变各支管的流量分配。

3. 汇合管路



阀门关小，$q_{v3}\downarrow$，$\wp_0$ 增大，使q_{v1} $q_{v2}\downarrow$，但$\wp_1>\wp_2$，$(\wp_1-\wp_0)>(\wp_2-\wp_0)$，所以$q_{v2}$降得更快。当阀门关到一定程度，可能$\wp_0=\wp_2$，此时$q_{v2}=0$，继续关小阀门则$q_{v2}$改变方向，向上流动。

注意：同一时刻不同截面间列能量平衡式

结论：管路应看作为一个整体，任一局部条件的改变都会打破原有的能量平衡状态。根据新的平衡条件建立新的能量平衡关系。

二、管路计算

1、简单管路的数学描述

连续性方程： $q_V = \frac{\pi}{4} d^2 u$

柏努利方程： $\frac{p_1}{\rho} + z_1 g + H_e = \frac{p_2}{\rho} + z_2 g + (\lambda \frac{l}{d} + \Sigma\zeta) \frac{u^2}{2}$

阻 力 计 算 (摩擦系数)： $\lambda = \psi\left(\frac{d\rho u}{\mu}, \frac{\varepsilon}{d}\right)$

物性ρ、μ一定时，需给定独立的9个参数，方可求解其它3个未知量。

2、简单管路的设计型计算

- 设计要求：规定输液量q_V，确定一经济的管径及供液点提供的位能z_1(或静压能p_1)。
- 给定条件：

（1）供液与需液点的距离，即管长l;

（2）管道材料与管件的配置，即ε及$\Sigma\zeta$;

（3）需液点的位置z_2及压力p_2;

（4）输送机械 H_e。

选择适宜流速 $\longrightarrow$ 确定经济管径

上述只给定了5个变量，必须补充1个条件。一般选取速度u，求管径d及p_1、z_1。

选不同的u，可求得不同的d及p_1、z_1，在一系列的设计结果中，选取最经济合理的d_{opt}。

结论：设计型计算面临一系列“选择”和“优化”

u越大，d越小，设备费用越小；h_f 越大，操作费用越大。否则相反。

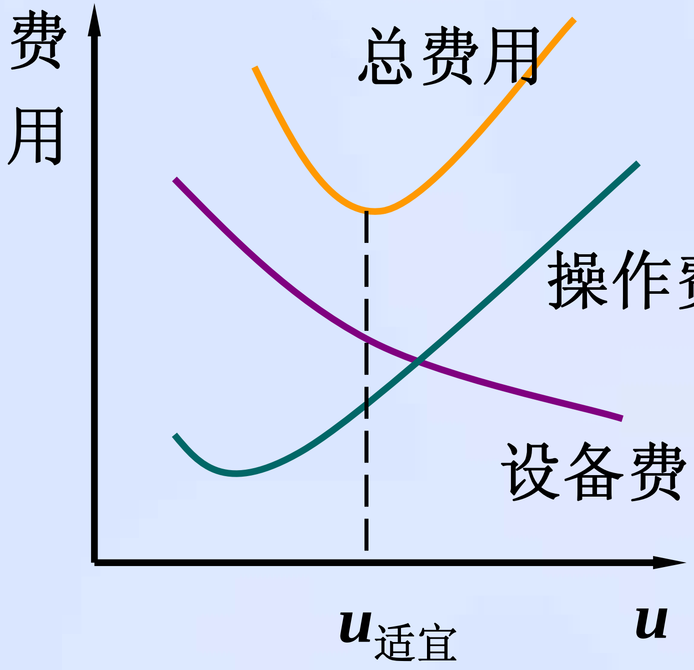


表 1-3　某些流体在管道中的常用流速范围

流体类别	常用流速范围, m/s	流体类别	常用流速范围，m/s
水及一般液体	1~3	压强较高的气体	15~25
粘度较大的液体	0.5~1	饱和水蒸汽：8 大气压以下	40~60
低压气体	8~15	3 大气压以下	20~40
易燃、易爆的低压气体	<8	过热水蒸气	30~50

在选择流速时，应考虑流体的性质如 ρ 、 μ 等

3、简单管路的操作型计算

- 已知：管子d 、ε、*l*，管件和阀门 Σζ，供液点z_1、p_1，需液点的z_2、p_2，输送机械 H_e；

  求：流体的流速u及供液量q_V。

- 已知：管子d、ε、*L*、管件和阀门Σζ、流量q_V等，

  求：供液点的位置z_1；

  或供液点的压力p_1；

  或输送机械有效功H_e。

试差法计算流速的步骤：

（1）根据柏努利方程列出试差等式；

（2）试差：

可初设阻力平方区之值

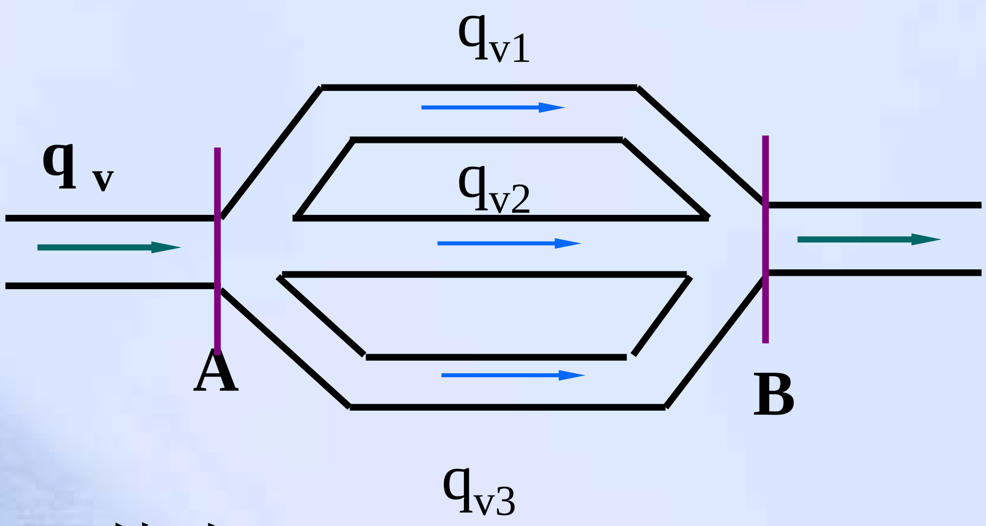
$$\text{假设}\lambda \longrightarrow u \longrightarrow \mathrm{Re} \xrightarrow{\varepsilon/d} \text{查}\lambda$$

符合？

注意：若已知流动处于阻力平方区或层流，则无需试差，可直接解析求解。

三、 复杂管路

1、并联管路



（1）特点：

① 主管中的流量为并联的各支路流量之和；

$$q_m = q_{m1} + q_{m2} + q_{m3}$$

不可压缩流体 $q_V = q_{V1} + q_{V2} + q_{V3}$

② 并联管路中各支路的能量损失均相等。

$$\sum h_{f1} = \sum h_{f2} = \sum h_{f3} = \sum h_{fAB}$$

注意：计算并联管路阻力时，仅取其中一支路即可，不能重复计算。

（2）并联管路的流量分配

$$h_{fi}=\lambda_i\frac{(l+\Sigma l_e)_i}{d_i}\frac{u_i^2}{2}\quad 而\quad u_i=\frac{4q_{Vi}}{\pi d_i^2}$$

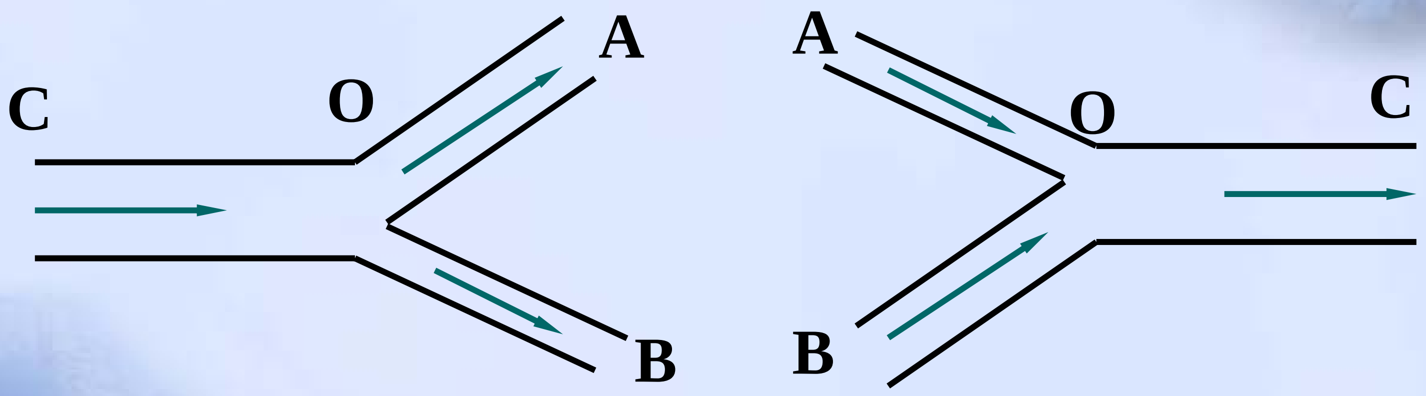
$$h_{fi}=\lambda_i\frac{(l+\Sigma l_e)_i}{d_i}\frac{1}{2}\left(\frac{4q_{Vi}}{\pi d_i^2}\right)^2=\frac{8\lambda_i q_{Vi}^2(l+\Sigma l_e)_i}{\pi^2 d_i^5}$$

$$q_{V1}:q_{V2}:q_{V3}=\sqrt{\frac{d_1^5}{\lambda_1(l+\Sigma l_e)_1}}:\sqrt{\frac{d_2^5}{\lambda_2(l+\Sigma l_e)_2}}:\sqrt{\frac{d_3^5}{\lambda_3(l+\Sigma l_e)_3}}$$

支管越长、管径越小、阻力系数越大——流量越小

长 而 细 的 支 管 通 过 的 流 量 小 ，
短 而 粗 的 支 管 则 流 量 大

2、分支管路与汇合管路



分支管路

汇合管路

特点：

（1）主管中的流量为各支路流量之和；

$$q_m = q_{m1} + q_{m2}$$

不可压缩流体 $q_V = q_{V1} + q_{V2}$

（2）流体在各支管流动终了时的总机械能与能量损失之和相等。

$$\frac{p_A}{\rho} + z_A g + \frac{1}{2}u_A^2 + \sum h_{fOA} = \frac{p_B}{\rho} + z_B g + \frac{1}{2}u_B^2 + \sum h_{fOB}$$

现将支路1上的阀门k_1关小，则下列流动参数将如何变化？

(1)总管流量q_V、支管1、2、3的流量q_{V1}、q_{V2}、q_{V3}；
(2)压力表读数p_A、p_B。

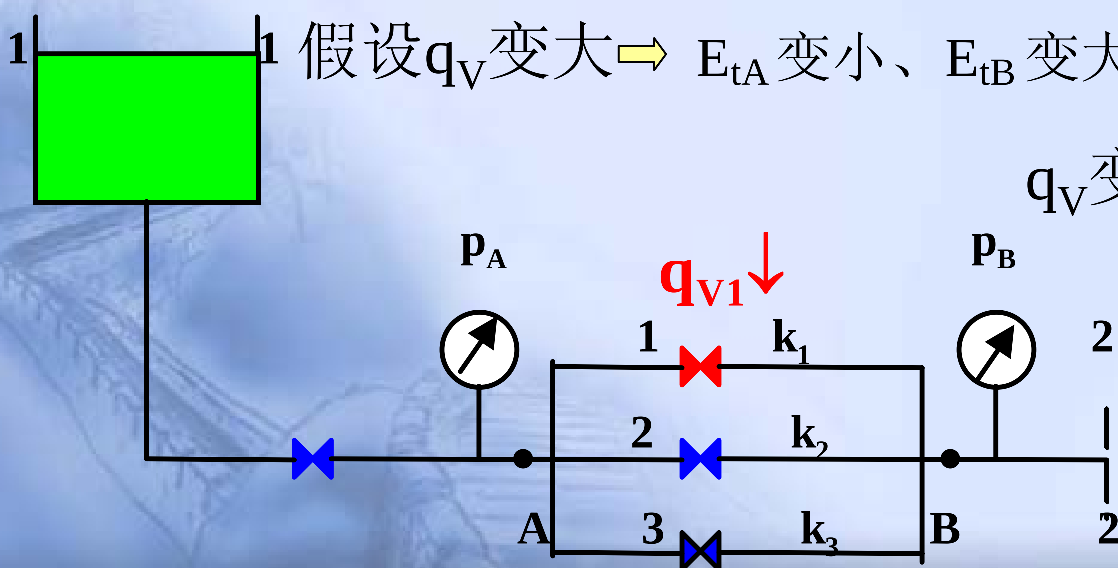
证明：（1）k_1关小，则q_{V1} 减小。

假设q_V不变⇨ E_{tA}、E_{tB} 不变 ⇨q_{V2}、q_{V3}不变 ⇨q_V变小

故假设不成立

假设q_V变大⇨ E_{tA}变小、E_{tB} 变大 ⇨q_{V2}、q_{V3}变小 ⟶

q_V变小，故假设不成立



$\therefore q_V \downarrow$

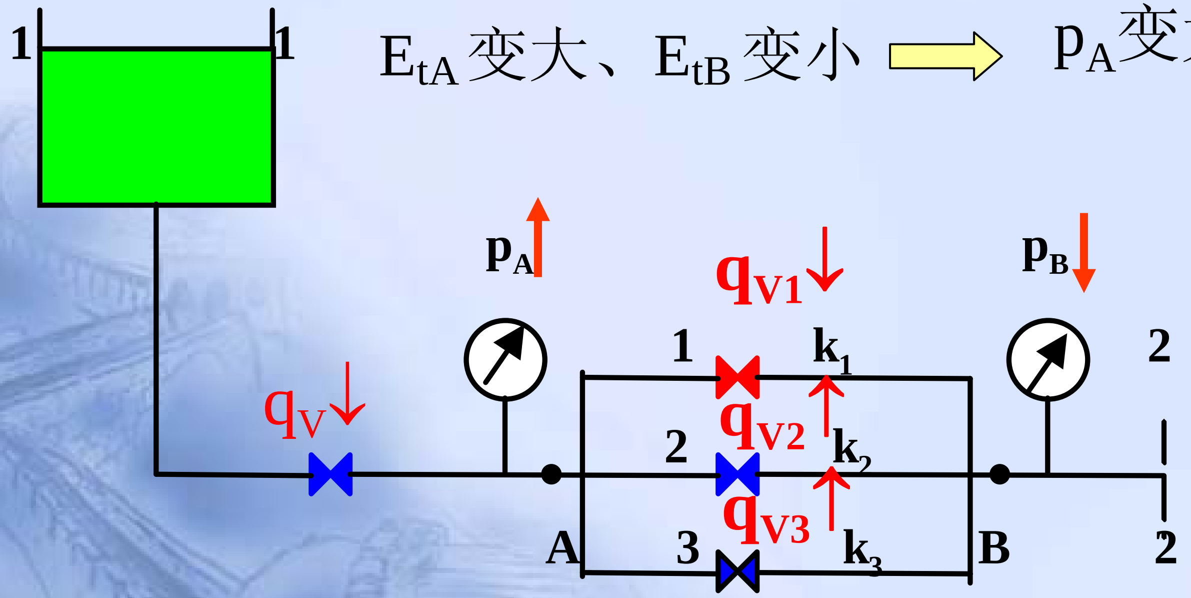
现将支路1上的阀门k_1关小，则下列流动参数将如何变化？

(1)总管流量q_V、支管1、2、3的流量q_{V1}、q_{V2}、q_{V3}；

(2)压力表读数p_A、p_B。

$q_V\downarrow$ ⇨ E_{tA}变大、E_{tB}变小 ⇨ q_{V2}、q_{V3}变大

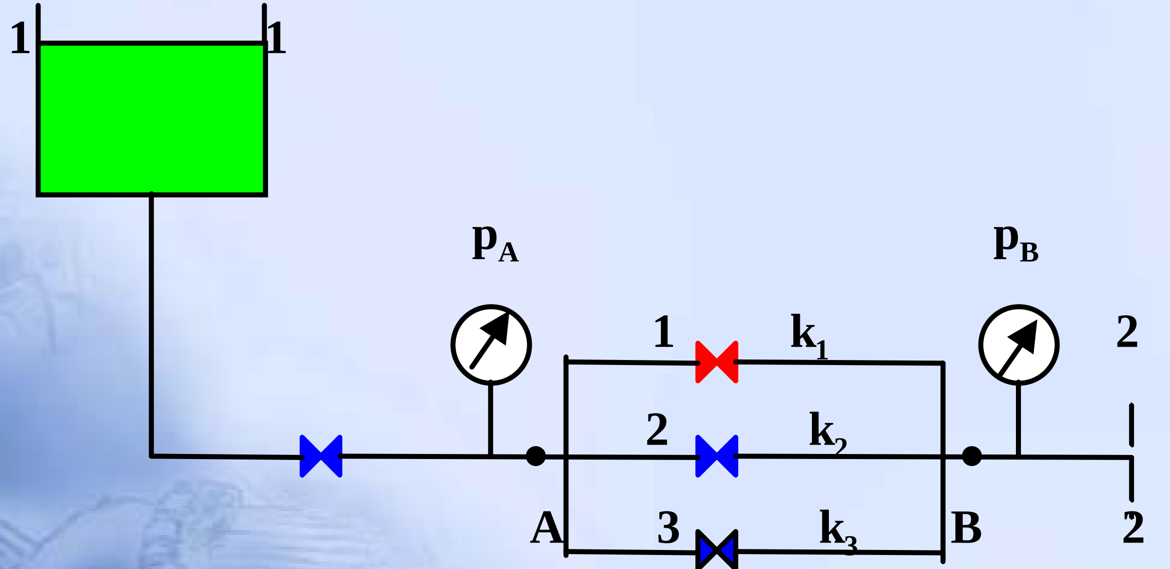
E_{tA}变大、E_{tB}变小 ⟹ p_A变大、p_B变小



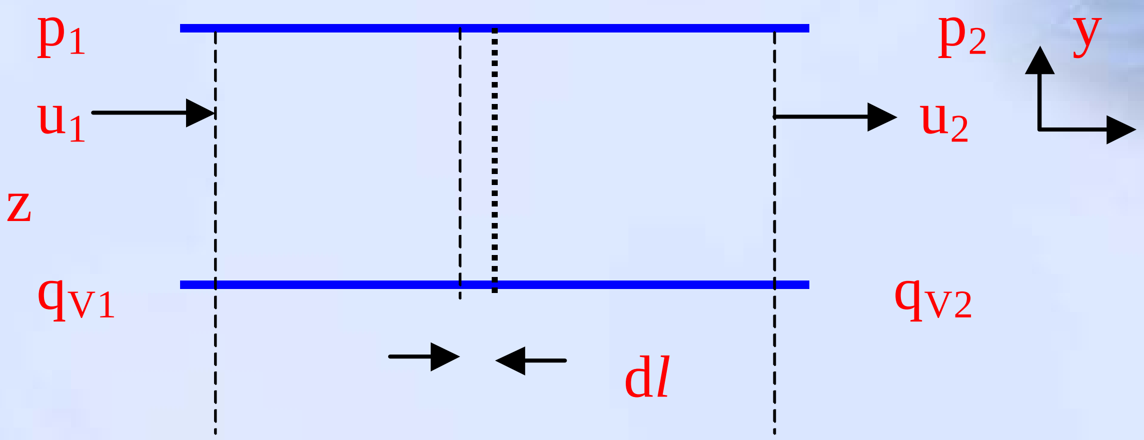
结论：

支路中局部阻力系数↑，如阀门关小 ⟶ 该支管内流量↓，总管流量↓，其余支路流量↑，阀门上游压力↑，下游压力↓。

这个规律具有普遍性。



四、可压缩流体的管路计算



1. 无粘性流体

$$gz_1+\frac{u_1^2}{2}+\int_{p_2}^{p_1}\frac{\mathrm{d}p}{\rho}=gz_2+\frac{u_2^2}{2}$$

(1)等温流动时 $pv = p_1 v_1 =$ 常数

$$\int_{p_2}^{p_1} \frac{\mathrm{d}p}{\rho} = \int_{p_2}^{p_1} v \mathrm{d}p = \int_{p_2}^{p_1} \frac{p_1 v_1}{p} \mathrm{d}p = p_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$$

(2)绝热过程

$$p_1 \upsilon_1^{\gamma} = p_2 \upsilon_2^{\gamma} = \text{常数} \qquad \gamma = \frac{c_p}{c_\upsilon}$$ --------绝热指数

单原子气体	双原子气体	多原子气体
γ=1.667	γ=1.4	γ=1.33

$$\int_{p_2}^{p_1} \frac{\mathrm{d}p}{\rho} = \int_{p_2}^{p_1} \left(\frac{p_1 v_1^{\gamma}}{p} \right)^{1/\gamma} \mathrm{d}p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} (p_1 v_1 - p_2 v_2)$$

(3)多变过程

$$p_1\upsilon_1^k = p_2\upsilon_2^k = 常数$$

κ-----多变指数

$$\int_{p_2}^{p_1}\frac{dp}{\rho} = \frac{k}{k-1}(p_1v_1 - p_2v_2)$$

2. 有粘性流体

$$\left.\begin{aligned} d\left(\frac{u^2}{2}\right)+\frac{dp}{\rho}+dh_f&=0 \\ dh_f&=\lambda\frac{dl}{d}\frac{u^2}{2}\end{aligned}\right\} \Longrightarrow d\left(\frac{u^2}{2}\right)+\frac{dp}{\rho}+\lambda\frac{dl}{d}\frac{u^2}{2}=0$$

G=ρu

υ=1/ρ

$$\Longrightarrow G^2\upsilon d\upsilon+\upsilon dp+\frac{G^2\lambda\upsilon^2}{2d}dl=0 \Longrightarrow$$

$$G^2\frac{d\upsilon}{\upsilon}+\frac{dp}{\upsilon}+\frac{G^2\lambda}{2d}dl=0$$

$$\boxed{G^2\ln\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}+\int_{p_1}^{p_2}\frac{dp}{\upsilon}+\frac{G^2}{2d}\int_0^l\lambda dl=0}$$

(1)等温流动时 $\Rightarrow$

Re=duρ/μ=Gd/μ基本不变，因而λ可视为常数。

$$p\upsilon = p_1\upsilon_1 = p_2\upsilon_2 = \frac{RT}{M} = \text{常数}$$

p 均得用绝压

$$G^2\ln\frac{p_1}{p_2} + \frac{M}{2RT}\left(p_2^2 - p_1^2\right) + \frac{G^2\lambda l}{2d} = 0 \Rightarrow p_1^2 - p_2^2 = \frac{2RTG^2}{M}\left(\ln\frac{p_1}{p_2} + \frac{\lambda l}{2d}\right)$$

反映动能的变化

反映摩擦损失

若管道很长或 p_1、p_2 相差不大（一般指 $(p_1-p_2)/p_1<20\%$），第一项比第二项小得多，可略去，于是

$$p_1^2 - p_2^2 = \lambda\frac{l}{d}\frac{RT}{M}G^2$$

$$\rho_m = \frac{p_m M}{RT} = \frac{\frac{(p_1+p_2)}{2}M}{RT}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{p_1 - p_2}{\rho_m} = \lambda\frac{l}{d}\frac{G^2}{2\rho_m^2} = \lambda\frac{l}{d}\left(\frac{u_m^2}{2}\right)}$$

(2)绝热过程

$$p_1\upsilon_1^{\gamma} = p_2\upsilon_2^{\gamma} = 常数 \qquad \gamma = \frac{c_p}{c_\upsilon}$$ -------绝热指数

单原子气体	双原子气体	多原子气体
γ=1.667	γ=1.4	γ=1.33

假设λ基本不变，积分得

$$\frac{G^2}{\gamma}\ln\frac{p_1}{p_2} + \frac{\gamma}{\gamma+1}\left(\frac{p_1}{\upsilon_1}\right)\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma+1}} - 1\right] + \lambda\frac{l}{2d}G^2 = 0$$

(3)多变过程

$$p_1\upsilon_1^{k} = p_2\upsilon_2^{k} = 常数$$

κ-----多变指数