

水力压裂裂缝相互干扰应力阴影效应理论分析

于永军, 朱万成, 李连崇, 魏晨慧, 代 风, 刘书源, 王卫东

(东北大学 资源与土木工程学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘要: 针对油气田水力压裂工程中多裂缝相互干扰应力阴影效应问题, 引入三类断裂力学干扰因子, 采用权函数理论求解有限尺度地层剖面内部裂缝尖端应力强度因子, 分析裂缝干扰与竞争起裂行为。研究表明: (1) 基于权函数理论所得应力强度因子精度高于采用传统无限大裂缝模型所得应力强度因子; (2) 提高破裂压力以增大应力阴影效应作用范围受局限, 破裂压力达临界值时, 扰动因子出现奇异性最值; (3) 应力阴影效应对裂缝间距变化非常敏感, 距离直井双翼裂缝扩展总长度一半位置相互干扰行为为更加显著; (4) 裂缝应力阴影效应随垂直地应力增大呈线性规律增强; (5) 裂缝扩展角度变化造成裂缝相互干扰规律极其复杂, 并依赖于破裂压力、诱导应力及地应力变化; (6) 应力强度因子为负值的特殊闭合裂缝与常规水力裂缝干扰规律明显不同, 干扰因子对定量分析闭合裂缝扰动也具有作用; (7) 破裂压力与诱导应力交替作用可导致非等长裂缝竞争起裂效果产生差异性转变。研究结果在页岩油气、薄差油层及干热岩等资源开发的水力压裂工程中定量分析多裂缝干扰力学行为具有参考意义。

关键词: 石油工程; 水力压裂; 权函数理论; 裂缝干扰; 干扰因子; 应力阴影; 断裂力学

中图分类号: TE 32

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2017)12 - 2926 - 14

Analysis on stress shadow of mutual interference of fractures in hydraulic fracturing engineering

YU Yongjun, ZHU Wancheng, LI Lianchong, WEI Chenhui, DAI Feng, LIU Shuyuan, WANG Weidong
(School of Resources and Civil Engineering, Northeastern University, Shenyang, Liaoning 110819, China)

Abstract: Stress shadow effect and interference of fractures are of great significance in hydraulic fracturing engineering of oil and gas. Three types of interference factors were defined and the stress intensity factors(SIFs) of fractures in finite geological profile were calculated based on the weight function theory. The mechanisms of fracture interference were analysed. The SIFs obtained with the proposed method are more accurate than those with the traditional infinite fracture model. The effect of increasing breakdown pressure to enlarge stress shadow domain is limited. The disturbance factor has singularity when the breakdown pressure reaches its critical value. The stress shadow effect is apparently sensitive to the distance between fractures. The stress shadow effect is more obvious when it is located at half length of the hydraulic fractures in vertical wells. The stress shadow effect increases linearly with the increment of vertical geostress. The mechanism of variation of fracturing angle causing the fracture interference is very complicated which depends on the breakdown pressure induced stress and

收稿日期: 2017 - 04 - 13; **修回日期:** 2017 - 06 - 15

基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(51525402); 国家科技重大专项(2017ZX05072); 国家重点研发计划资助项目(2016YFC0801607)

Supported by the National Science Fund for Distinguished Young Scholars(Grant No. 51525402) and National Science and Technology Major Project (Grant No. 2017ZX05072) and National Key R&D Plan(Grant No. 2016YFC0801607)

作者简介: 于永军(1989 -), 男, 2012年毕业于辽宁工程技术大学工程力学专业, 现为博士研究生, 主要从事固体力学与工程力学方面的研究工作。E-mail: yuyongjun5658@163.com。通讯作者: 李连崇(1978 -), 男, 博士, 现任教授、博士生导师。E-mail: lilianchong@mail.neu.edu.cn

DOI: 10.13722/j.cnki.jrme.2017.0405

geostress. The interference between the closed fractures with negative $SIFs$ is different from that between the conventional open fractures. The interference factor has the potential application prospect in evaluating the interference between the specially closed fractures. The alternating action of breakdown pressure and induced stress can result in the transition of competitive fracturing processes.

Key words: petroleum engineering; hydraulic fracturing; weight function theory; fracture interference; interference factors; stress shadow; fracture mechanics

1 引言

利用体积压裂技术构造裂缝网络是实现油气井增产的有效手段, 而多裂缝相互干扰是研究热点, 裂缝相互干扰行为关系到储层改造体积(stimulated reservoir volume, SRI)效果, 对提升油气井生产率具有重要影响^[1-5]。I. N. Sneddon^[6]解析了无限大弹性体内穿透型裂缝表面作用有均布压应力时, 裂缝周围应力分布规律, 为研究应力阴影效应奠定重要基础。石油、页岩气、煤层气开发一般需利用压裂工艺实现储层改造, 以获得更大范围 SRI ^[7-8], 进而由诱导应力主导的应力阴影效应对多种工程增产效果均有显著影响^[9-13]。A. P. Bungler 等^[14-15]建立预测裂缝转向的模型并与试验结果、数值模拟比较, 分析后期阶段压裂裂缝迹线受先压支撑裂缝影响的变化规律。J. E. Olson 等^[16-17]利用位移非连续方法(DDM)建立数学模型, 研究多条水力裂缝扩展与天然裂缝间相互作用, 将模型应用在模拟致密页岩油气水力压裂开采方面。J. C. Guo 等^[18]利用断裂能准则研究流-固-损伤耦合条件下水力裂缝与天然裂缝之间相互作用, 发现水力裂缝存在按原路线穿越、偏斜穿越及止裂等不同行为。李连崇等^[19-20]研究了薄互层储层以及多井分段压裂过程中裂缝扩展相互作用。

基于数值计算方法的裂缝干扰研究取得一系列进展, 但尚缺少断裂机制方面的定量化理论描述。本文从断裂理论出发, 定义三类断裂力学干扰因子, 结合权函数理论计算有限尺度地质剖面内裂缝应力强度因子, 从解析角度定量分析双裂缝之间相互干扰力学行为, 以期非常规油气资源、薄差油层及干热岩开发等涉及裂缝干扰问题的研究提供参考。

2 三类干扰因子提法与分析

设定 2 种工程状态, 第一状态同时存在 A, B 两条裂缝, 第二状态为仅在第一状态中去掉 B 裂缝而其他条件均不改变, 分别计算 2 种状态下 A 裂

缝的应力强度因子 $K_{I, A}^{(1)}$, $K_{I, A}^{(2)}$ (或 $K_{II, A}^{(1)}$, $K_{II, A}^{(2)}$; $K_{III, A}^{(1)}$, $K_{III, A}^{(2)}$)。I 型(张开型)裂缝力学行为对水力压裂效果评判更具意义, 故重点关注 I 型裂缝。将 2 种工程状态下应力强度因子比值定义为 B 裂缝对 A 裂缝的扰动因子, 并用 $P_{B, A}^{FK}$ 表示, 同理可定义 A 裂缝对 B 裂缝的扰动因子, 扰动因子可按式计算:

$$\left. \begin{aligned} P_{B, A}^{FK} &= \frac{K_{I, A}^{(1)}}{K_{I, A}^{(2)}} \\ P_{A, B}^{FK} &= \frac{K_{I, B}^{(1)}}{K_{I, B}^{(2)}} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

由式(1)可见双裂缝之间扰动因子无直观联系。裂缝扩展能力还可用能量释放率 G_i ($i = I, II, III$)、围绕裂缝尖端守恒 J 积分及裂缝顶端张开位移 COD 参量来表征, 将式(1)进行扩展后得到:

$$\left. \begin{aligned} P_{B, A}^{FJ} &= \frac{J_A^{(1)}}{J_A^{(2)}}, P_{B, A}^{FG} = \frac{G_{I, A}^{(1)}}{G_{I, A}^{(2)}}, P_{B, A}^{FC} = \frac{COD_A^{(1)}}{COD_A^{(2)}} \\ P_{A, B}^{FJ} &= \frac{J_B^{(1)}}{J_B^{(2)}}, P_{A, B}^{FG} = \frac{G_{I, B}^{(1)}}{G_{I, B}^{(2)}}, P_{A, B}^{FC} = \frac{COD_B^{(1)}}{COD_B^{(2)}} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

若考虑到不同工程状态下裂缝尖端小范围塑性屈服尺度不同, 采用不同断裂参量表征扰动因子或许存在差异, 不作深论。扰动因子物理意义: 判别一条裂缝起裂扩展对其他裂缝起裂扩展是否起到促进、阻碍、或无明显作用。若 $P_{B, A}^{FK} > 1.0$, 表示 B 裂缝的存在对 A 裂缝起裂扩展起到促进作用; $P_{B, A}^{FK} < 1.0$, 表示为阻碍作用; 若 $P_{B, A}^{FK} = 1.0$, 表示 B 裂缝对 A 裂缝没有任何影响。特需说明, 若扰动因子出现负值, 则需辨别产生负值应力强度因子的状态, 此时出现闭合裂缝。平面条件下, 闭合裂缝是仅在剪切力驱动下扩展的理想无开度 II 型(面内剪切型)裂缝。若 2 种状态下 K_I 均为负值, 同样产生正值的扰动因子, 破裂压力低于临界值会出现这种情况, 此时 $P_{B, A}^{FK}$ 越大, 反而表示 B 裂缝对 A 裂缝的阻碍作用更强, 反映出裂缝面间相互挤压效果更强烈。负值应力强度因子在断裂力学界争议较多, 仅具备数学意义。扰动因子归结为考虑多裂缝单向相互作用的断裂力学干扰因子。

为进行定量比较多裂缝间相互作用影响的强弱，引入互扰因子(reciprocal perturbation factor)概念：扰动因子的差值。A, B 双裂缝间互扰因子采用 $RP_{A, B}^{FK}$ 表示并由下式计算：

$$RP_{A, B}^{FK} = \frac{K_{I, B}^{(1)}}{K_{I, B}^{(2)}} - \frac{K_{I, A}^{(1)}}{K_{I, A}^{(2)}} = P_{A, B}^{FK} - P_{B, A}^{FK} \quad (3)$$

易知 $|RP_{A, B}^{FK}| = |RP_{B, A}^{FK}|$ 。互扰因子物理意义：若 $RP_{A, B}^{FK} > 0$ ，说明裂缝 B 对裂缝 A 的扩展阻碍作用要强于裂缝 A 对裂缝 B 的阻碍作用，也表明裂缝 A 对裂缝 B 的促进作用强于 B 裂缝对 A 裂缝的促进作用；若 $RP_{A, B}^{FK} < 0$ ，说明裂缝 A 对裂缝 B 的阻碍作用相比 B 裂缝对 A 裂缝阻碍作用更强烈；若 $RP_{A, B}^{FK} = 0$ ，表明 2 条裂缝之间相互影响程度相当。互扰因子也可采用 G, J 积分、COD 参量表示。互扰因子归结为衡量多裂缝间双向干扰作用相对强弱的断裂力学干扰因子。

另设某工程状态同时存在 A, B 两条水力裂缝，将 2 条裂缝尖端应力强度因子比值定义为相对应力强度因子，以 $R_{A, B}^{SIF}$ 表示：

$$R_{A, B}^{SIF} = \frac{K_{I, A}}{K_{I, B}} \quad (4)$$

同理可以定义 $R_{B, A}^{SIF}$ ，易知 $R_{A, B}^{SIF} R_{B, A}^{SIF} = 1.0$ ，物理意义： $R_{A, B}^{SIF} > 1.0$ 时，说明 A 裂缝起裂扩展较 B 裂缝更容易，反之亦然； $R_{A, B}^{SIF} = 1.0$ 时，2 条裂缝起裂扩展难度相当，相对应力强度因子归结为衡量多裂缝竞争起裂强弱的断裂力学干扰因子。

3 工程模型与应力强度因子权函数法求解

以胜利大北油田沙三段细砂岩油气储层为工程背景^[21]，取不同储集层深度 A, B 两条水力裂缝作为研究对象，模型顶部深度 3 727.6 m，如图 1(a), (b)所示。

模型长度、高度均为 $L = 100$ m，厚度为单位 1，以中心为原点建立总体坐标系 oxy ，设以每条裂缝中心为原点 o_k ，沿裂缝面切向与法线方向坐标分别为 ξ_k, η_k ，建立局部坐标系 $o_k \xi_k \eta_k, k = A, B$ 。裂缝间距 $D_c = 40$ m，双裂缝关于 x 轴对称分布。裂缝长度 $2A_c = 10$ m， A_c 为裂缝半长。模型顶部作用垂直地应力 σ_v ，水平方向承受随深度线性增加的水平地

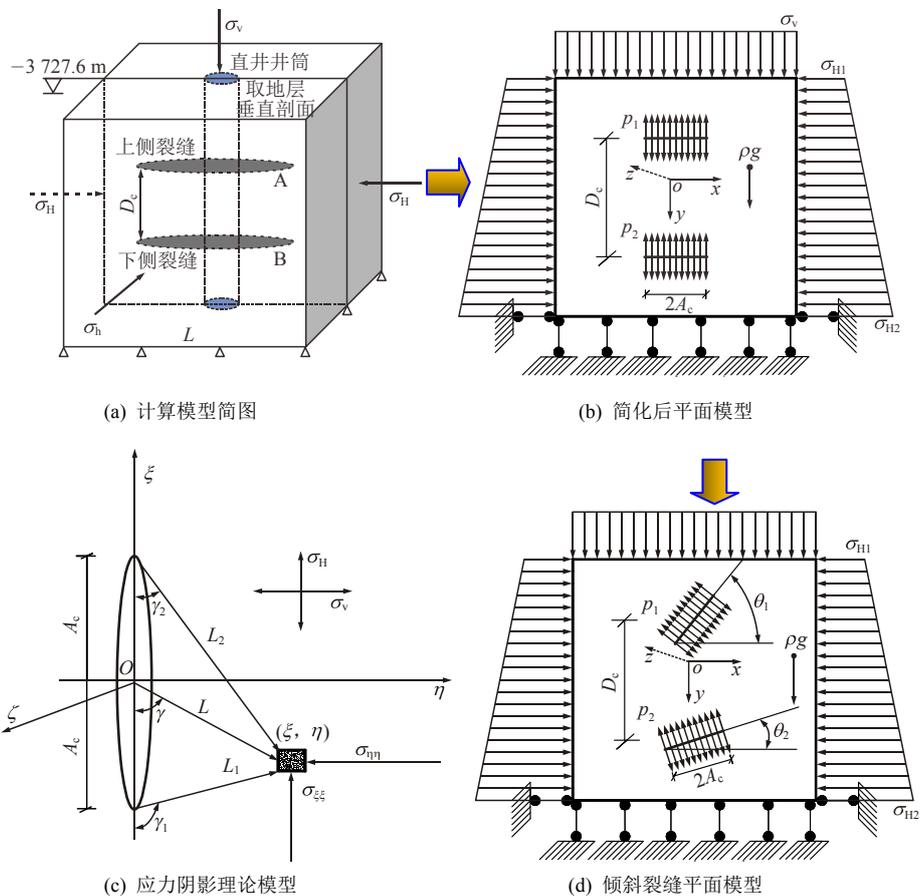


图 1 裂缝干扰理论分析力学模型

Fig.1 Mechanical models for theoretical analysis of fracture interference

应力，端点值为 σ_{H1} ， σ_{H2} ，不计构造应力作用，取水平应力方向为最大主应力方向 $\sigma_{H1} > \sigma_V$ ，考虑岩体自重，体力分量为 ρg 。

底部为固定约束，根据对称性条件，水平反力 F_{rx} 为 0，竖直反力 $F_{ry} = \rho g L + \sigma_V$ 。为使理论计算结果更符合实际工程，采用地质实际测井资料^[21]，砂岩断裂韧度 $K_{IC} = 1.87 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ ，密度 $\rho = 2.15 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ，胜利油田地应力随深度 $H(H \geq 1 \text{ 300 m}$ 时适用)变化规律^[21]为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_H &= -22.58 + 0.034H \\ \sigma_h &= -11.65 + 0.022H \\ \sigma_V &= (0.021 \sim 0.022)H \approx \gamma_{\text{rock}} H = 0.021 \text{ 5}H \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中： σ_H ， σ_h ， σ_V 分别为最大、最小水平地应力和垂直地应力(MPa)； $\gamma_{\text{rock}} = \rho g$ 为容重(MPa/m)。由式(5)得到 $\sigma_V = 80.14 \text{ MPa}$ ， $\sigma_{H1} = 104.16 \text{ MPa}$ ， $\sigma_{H2} = 107.56 \text{ MPa}$ 。

权函数概念最早由 H. F. Bueckner^[22]提出，已应用在能源、破冰、航空材料等领域，利用权函数理论^[23-25]可以标定含裂缝有限尺度弹性体在复杂荷载条件下的应力强度因子。定义量纲一化的量即参考应力为 σ_r ，裂缝特征尺度为 W ，取 $W = L/2$ ， $\xi^* = \xi / W$ 为沿裂缝面切线方向量纲一化的坐标， $a = A_0 / W$ 为量纲一化的裂缝半长， $U_r(A_0, \xi)$ 为参考应力作用下的裂缝面张开位移函数， $u_r(a, \xi^*) = U_r(A_0, \xi) / W$ 为量纲一化的位移函数， $K_r(A_0)$ 为参考应力作用下的应力强度因子， $f(a)$ 为量纲一化的应力强度因子，即 $f_r(a) = K_r(A_0) / [\sigma_r (\pi a W)^{-1/2}]$ ，真实应力作用时裂缝尖端应力强度因子为

$$\left. \begin{aligned} K_I &= f \sigma_r \sqrt{\pi a W} \\ f &= \int_0^a \frac{\sigma_{\eta}(\xi^*, \eta) m(a, \xi^*)}{\sigma_r \sqrt{\pi a}} d\xi^* \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中： f 为真实荷载作用时量纲一化的应力强度因子； $\sigma_{\eta}(\xi^*, \eta)$ 为在虚拟无裂缝弹性体内，与真实裂缝位置一致处，沿真实裂缝面法线方向应力，后文简称其为裂缝虚拟应力。参考应力的不同取法对最终计算结果无影响，对于图 1(b)平行裂缝情形，参考应力仅为 ξ 的函数，选取多项式参考应力：

$$\sigma_r(\xi^*) = \sum_m^M S_m \xi^{*m} \quad (7)$$

令 $m = 0$ ， $M = S_0 = 1$ ，则参考应力为 $\sigma_r = 1 \text{ MPa}$ ， $m(a, \xi^*)$ 为权函数^[22, 25]，与量纲一化的位移函数关系为

$$m(a, \xi^*) = \frac{E'}{f_r(a) \sigma_r \sqrt{\pi a}} \frac{\partial u_r(a, \xi^*)}{\partial a} \quad (8a)$$

$$u_r(a, \xi^*) = \frac{\sigma_r a}{E'} \sum_{j=1}^J F_j(a) \left[1 - \left(\frac{\xi^*}{a} \right)^2 \right]^{j-\frac{1}{2}} \quad (8b)$$

式中： E' 为弹性模量，平面应力状态时 $E' = E$ ，平面应变状态时 $E' = E / (1 - \nu^2)$ ， ν 为泊松比。系数 $F_j(a)$ 与量纲一化的裂缝长度相关， a 较小时通常可只保留两项即得到足够精度位移函数^[26]，利用下式计算：

$$\left. \begin{aligned} F_1(a) &= 2f_r(a) \\ F_2(a) &= \frac{\pi \varphi(a) - F_1(a) \sum_{m=0}^M (S_m a^m E_{1,m})}{\sum_{m=0}^M (S_m a^m E_{2,m})} \\ E_{1,0} &= \frac{\pi}{4}, \quad E_{j,0} = \frac{2j-1}{2j} E_{j-1,0} \quad (j \geq 2, m=0) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其中，

$$\varphi(a) = \frac{1}{a^2} \int_0^a t [f_r(t)]^2 dt \quad (10)$$

裂缝承受单位参考应力时，并且当 a 很小时， $f_r(a)$ 可取级数近似表达式^[25]：

$$f_r(a) = \left(\sum_{i=1}^N \alpha_i a^{i-1} \right) / \sqrt{1-a} \quad (a < 1.0) \quad (11)$$

将式(11)代入式(10)中，通过积分得

$$\varphi(a) = -\frac{1}{a^2} \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j \right) \left[\sum_{k=2}^{i+j} \frac{a^{k-1}}{k-1} \ln(1-a) \right] \quad (12)$$

根据式(11)，由于 a 较小，本文取 $N = 3$ ，并有 $\alpha_1 = 1.0$ ， $\alpha_2 = -0.498 \text{ 1}$ ， $\alpha_3 = 1.309 \text{ 2}$ ^[25]，分别代入式(11)，(12)中得到 $f_r(a) = 1.015 \text{ 4}$ ， $\varphi(a) = 3.44$ ，根据式(9)得到 $F_1(a) = 2.030 \text{ 8}$ ， $F_2(a) = 15.638 \text{ 9}$ ，将 $F_1(a)$ ， $F_2(a)$ 及式(8a)代入式(8b)得

$$\left. \begin{aligned} m(a, \xi^*) &= \frac{1}{\sqrt{\pi a}} \sum_{i=1}^{J+1} \beta_i(a) \left[1 - \left(\frac{\xi^*}{a} \right)^2 \right]^{i-\frac{3}{2}} \\ \beta_i(a) &= [a dF_{i-1}(a)/da - (2i-4)F_{i-1}(a) + (2i-1)F_i(a)]/f_r(a) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

易得， $\beta_2(a) = (a dF_1(a)/da + 3F_2(a))/f_r(a)$ ，将式(9)第 1 式两边对 a 求导，并考虑到式(11)，得

$$\frac{dF_1(a)}{da} = 2 \frac{df_r(a)}{da} = -(1-a)^{-\frac{3}{2}} (\alpha_1 + \alpha_2 a + \alpha_3 a^2) + 2(1-a)^{-\frac{1}{2}} (\alpha_2 + 2\alpha_3 a) \quad (14)$$

将 $a = 0.1$ 代入式(14)，可得 $\beta_2(a) = 46.045$ ，根据式(13)， $\beta_3(a) = (a dF_2(a)/da - 2F_2(a))/f_r(a)$ ，由式(9)第 2

式, 得到 $dF_2(a)/da=[16d\phi(a)/da-8df_r(a)/da]/3$ 。根据式(12)计算 $d\phi(a)/da$ 为

$$\frac{d\phi(a)}{da} = \frac{-2}{a^3} \left\{ - \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j \right) \left[\sum_{k=2}^{i+j} \frac{a^{k-1}}{k-1} \ln(1-a) \right] \right\} + \frac{1}{a^2} a f_r^2(a) \quad (15)$$

将参数代入可得 $d\phi(a)/da = -58.490 3$, $dF_2(a)/da = -309.78$, $\beta_3(a) = -61.311 6$ 。储集层裂缝内部作用有高压流体提供的破裂压力 P_B , 由于破裂压力直接接触裂缝表面, 故 P_B 与 $\sigma_{\eta}(\xi^*, \eta)$ 叠加后构成最终裂缝虚拟应力。结合式(6), 考虑到图 1(b) 中 $\sigma_{\eta}(\xi^*, \eta)$ 与坐标 ξ 无关, 则真实应力场内的双裂缝应力强度因子为

$$K_{I(k)} = \sqrt{W} [\sigma_{\eta(k)}(\eta_k) + P_B] \cdot \int_0^a m(a, \xi_k^*) d\xi_k^* \quad (k = A, B) \quad (16)$$

将式(13)代入式(16), 利用变量代换, 取 $\xi_k^*/a = \sin(t)$, 则 $t \in [0, \pi/2]$, 将式(16)中权函数进行积分得到:

$$\int_0^a m(a, \xi_k^*) d\xi_k^* = \frac{\sqrt{\pi a}}{16} [8\beta_1(a) + 4\beta_2(a) + 3\beta_3(a)] \quad (17)$$

将式(17)代入式(16)并整理得到:

$$K_{I(k)} = \frac{\sqrt{\pi a W}}{16} [\sigma_{\eta(k)}(\eta_k) + P_B] [8\beta_1(a) + 4\beta_2(a) + 3\beta_3(a)] \quad (k = A, B) \quad (18)$$

由脆性断裂 K 准则, 裂缝扩展时应满足 $K_I = K_{IC}$, K_{IC} 为材料断裂韧度, 该准则与式(18)联立后解出 P_B :

$$P_B = \frac{16K_{IC}}{[8\beta_1(a) + 4\beta_2(a) + 3\beta_3(a)]\sqrt{\pi a W}} - \sigma_{\eta(k)}(\eta_k) \quad (k = A, B) \quad (19)$$

可见, 储层断裂韧度越高、由地应力主导的裂缝虚拟应力越大(压应力时取负值), 岩体致裂需要的泵压也越高, 比较切合实际。

衡 帅等^[27]采用 300 mm×300 mm×300 mm 立方体页岩试样进行压裂试验。顶部加压 $\sigma_v = 20$ MPa, 四周约束, 并在试件顶部预制垂直井筒。泵入压裂液后, 从试件中部进行水平相向射孔压开主缝, 试验与图 1(b)模型具备相似性。若不计试样重力, 根据应力平衡易得出裂缝虚拟应力 $\sigma_{\eta}(\xi^*, \eta) = 20$ MPa。对于方形弹性体, 平行于裂缝方向的载荷例如围压, 对于张开型裂缝应力强度因子无贡献^[26], 并且所研究弹性体自带裂缝是利用权函数计算应力

强度因子必要条件, 取量纲一化的参数初始缝长 $a = 0.1$ 以模拟致裂过程, 页岩平均断裂韧度为 $K_{IC} = 0.63 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2[21]}$, 将该试验相关参数代入式(19), 得到 $P_B = 22.021 2 \text{ MPa}$, 而该试验实际压裂曲线如图 2^[27]所示。

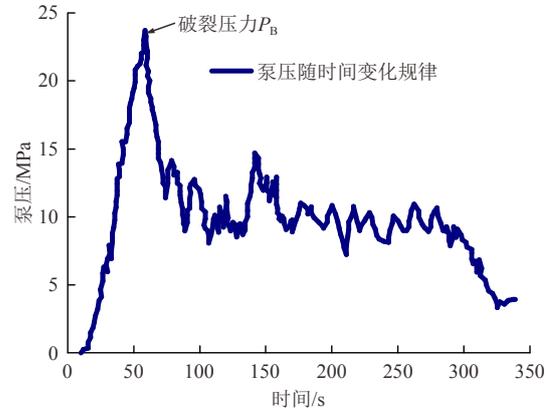


图 2 页岩压裂泵压 - 时间曲线^[27]

Fig.2 Pump pressure-time curve of shale fracturing^[27]

试验测定, 在 $t = 57 \text{ s}$ 时, 泵压达到破裂压力, $P_B = 23.71 \text{ MPa}$, 本文理论解与其相对误差为 7.12%, 理论解低估破裂压力是由于未计入岩石自重, 采用较小量纲一化的量初始缝长的处理方式仅为对实际致裂过程的近似, 而且理论解未计入压裂液沿程摩阻以及射孔孔眼摩阻。无限大弹性体水平裂缝承受内压时的应力强度因子计算式具有形式简洁的优点^[28]:

$$K_I = \frac{2}{\pi} (P_f - \sigma_3) \sqrt{\pi R_f} \quad (20)$$

式中: P_f 为裂缝内部压裂液压力(MPa), $P_{f, \max} = P_B$; σ_3 为最小地应力, 本文中即垂直地应力(MPa); R_f 为裂缝半长(m)。为进行比较, 同样取裂缝半长 R_f 为试样宽度的 0.1 倍, 式(20)中 $R_f = 30 \text{ mm}$, 将式(20)与断裂准则 $K_I = K_{IC}$ 联立并解出 P_f 值后, 将试验参数^[27]代入下式:

$$P_f = K_{IC} \left(\sigma_3 + \sqrt{\frac{\pi}{4R_f}} \right) \quad (21)$$

可以解出 $P_f = 15.823 5 \text{ MPa}$, 该值与实测值相对误差为 33.26%, 是本文方法计算误差的 4.67 倍。由此可见, 对于有限大弹性体, 采用本文 K_I 计算公式的精度高于利用理想无限大弹性体 K_I 公式精度。单一裂缝周围产生诱导应力引起的应力阴影效应会改变裂缝附近应力状态。对于 I 型裂缝, 只有沿裂缝面法线方向受到的诱导应力分量对应力强度因子有直接影响。I. N. Sneddon^[6]利用复变函数理论计算平面应变模型内部裂缝周围应力分布, 理论模

型如图 1(c)所示，得到裂缝附近一点(ξ, η, ζ)的诱导应力为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\eta\eta, \text{ induced}} &= P \frac{L}{A_c} \left(\frac{A_c^2}{L_1 L_2} \right)^{\frac{3}{2}} \sin \gamma \sin \left[\frac{3}{2} (\gamma_1 + \gamma_2) \right] + \\ &P \left[\frac{L}{(L_1 L_2)^{\frac{1}{2}}} \cos \left(\gamma - \frac{1}{2} \gamma_1 - \frac{1}{2} \gamma_2 \right) - 1 \right] \\ \sigma_{\xi\xi, \text{ induced}} &= -P \frac{L}{A_c} \left(\frac{A_c^2}{L_1 L_2} \right)^{\frac{3}{2}} \sin \gamma \sin \left[\frac{3}{2} (\gamma_1 + \gamma_2) \right] + \\ &P \left[\frac{L}{(L_1 L_2)^{\frac{1}{2}}} \cos \left(\gamma - \frac{1}{2} \gamma_1 - \frac{1}{2} \gamma_2 \right) - 1 \right] \\ \tau_{\xi\eta} &= P \frac{L}{A_c} \left(\frac{A_c^2}{L_1 L_2} \right)^{\frac{3}{2}} \sin \gamma \cos \left[\frac{3}{2} (\gamma_1 + \gamma_2) \right] \\ \sigma_{\zeta\zeta, \text{ induced}} &= \nu (\sigma_{\eta\eta, \text{ induced}} + \sigma_{\xi\xi, \text{ induced}}) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

式中： P 为裂缝内流体均布压力(MPa)， $P_{\max} = P_B$ ； A_c 为裂缝半长度(m)； ν 为泊松比。 ζ 固定时，平面内任一点仅有 2 个自由度，可得几何参数 $\gamma, \gamma_1, \gamma_2, L, L_1, L_2$ 与裂缝局部坐标的约束关系为

$$\left. \begin{aligned} L &= \sqrt{\eta^2 + \xi^2} \\ L_1 &= \sqrt{\eta^2 + (\xi + A_c)^2} \\ L_2 &= \sqrt{\eta^2 + (\xi - A_c)^2} \\ \gamma &= \tan^{-1}(-\eta / \xi) \\ \gamma_1 &= \tan^{-1}[\eta / (-\xi - A_c)] \\ \gamma_2 &= \tan^{-1}[\eta / (-\xi + A_c)] \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

为计算图 1(b)结构的裂缝虚拟应力 $\sigma_{\eta\eta}(\xi^*, \eta)$ ，根据几何、载荷及边界条件对称性，竖直方向应力分量解答仅依赖于坐标 y ，取 *Airy* 应力函数 $\Phi(x, y)$ ，则有

$$\frac{\partial^2 \Phi(x, y)}{\partial x^2} = \sigma_{yy} = f(y) \quad (24)$$

式中： $f(y)$ 为 y 的任意单值函数，通过弹性力学逆解法推演可得到：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{\sigma_{H1} - \sigma_{H2}}{L} y - \frac{\sigma_{H1} + \sigma_{H2}}{2} \\ \sigma_{yy} &= -\rho g y - \sigma_v - \frac{1}{2} \rho g L \\ \sigma_{zz} &= \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \\ \tau_{xy} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

将 σ_{yy} 转换为不同位置裂缝虚拟应力 $\sigma_{\eta\eta}(\xi^*, \eta)$ ，代入式(18)可得出多裂缝应力强度因子。

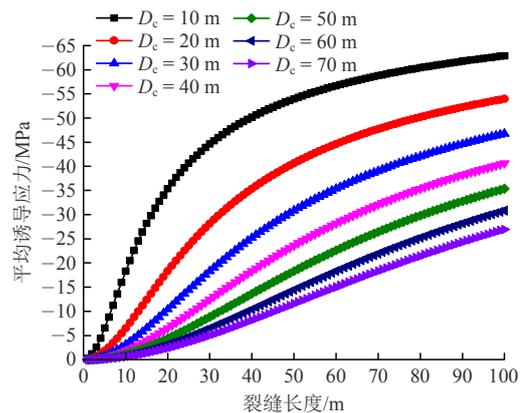
4 裂缝干扰影响因素分析

4.1 破裂压力对裂缝干扰影响

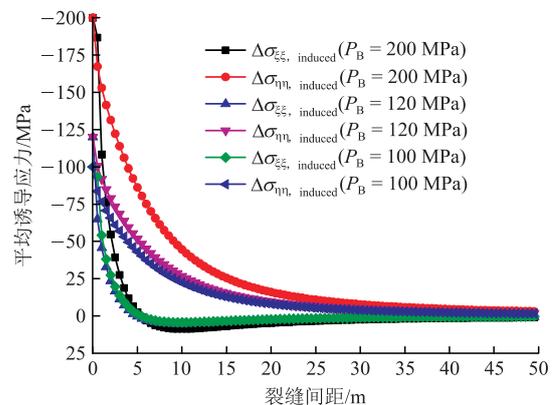
根据式(19)及(25)第 2 式，A, B 裂缝临界破裂压力分别为 $P_{B1} = 81.23$ MPa, $P_{B2} = 82.07$ MPa，则实际破裂压力临界值 $P_{B, \min} = \max\{P_{B1}, P_{B2}\} = 82.07$ MPa。A, B 裂缝间传递的平均诱导应力 $\Delta\sigma_{\xi\xi, \text{ induced}}, \Delta\sigma_{\eta\eta, \text{ induced}}$ 可采用沿裂缝长度积分形式计算：

$$\left. \begin{aligned} \Delta\sigma_{\eta\eta, \text{ induced}} &= \frac{\int_{-A_c}^{A_c} \sigma_{\eta\eta, \text{ induced}} d\xi}{2A_c} \\ \Delta\sigma_{\xi\xi, \text{ induced}} &= \frac{\int_{-A_c}^{A_c} \sigma_{\xi\xi, \text{ induced}} d\xi}{2A_c} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

将式(22)代入式(26)，利用 Simpson 迭代方法计算其渐近解，得到平均诱导应力变化规律，如图 3 所示，其中负值代表压应力。



(a) $\Delta\sigma_{\eta\eta, \text{ induced}}$ 随裂缝长度 $2A_c$ 变化规律, $P_B = 82.07$ MPa



(b) $\Delta\sigma_{\eta\eta, \text{ induced}}, \Delta\sigma_{\xi\xi, \text{ induced}}$ 随裂缝间距 D_c 变化规律对比, $A_c = 5$ m

图 3 平均诱导应力变化规律

Fig.3 Variation of average induced stress

由图 3 可以发现诱导应力随裂缝间距连续增大而显著降低，即便增加破裂压力，但当裂缝间距达

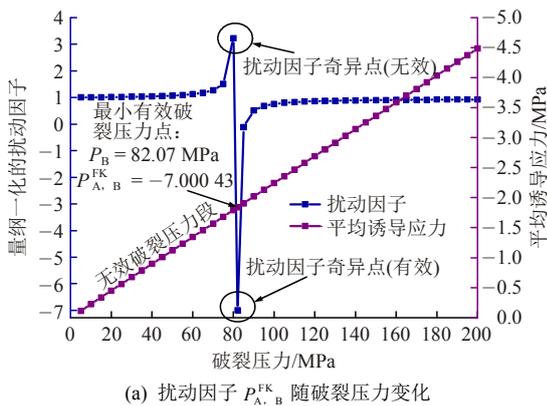
到 25 m 时, 平均诱导应力均已经很小。裂缝长度增大, 诱导应力逐渐增大, 这是由于破裂压力在增加的裂缝面内主矢量变大, 进而增强了裂缝间传递诱导应力, 同时增大裂缝间干扰范围, 所以压裂产生直裂缝有利于形成更广阔应力阴影范围。根据图 3(b), 裂缝面法线方向平均诱导应力明显高于切线方向, 后者对破裂压力的变化更加不敏感, 即使破裂压力增高, 裂缝间距显著增加时, 该方向平均诱导应力便快速衰减, 并且, 当裂缝间距超过 5.5 m 后, 该方向平均诱导应力逐渐转变为低值拉应力 ($\Delta\sigma_{\xi\xi, induced} > 0$)。综上, 诱导应力对裂缝间距敏感, 充分利用应力阴影效应实现原地应力场反转、裂缝转向扩展, 需准确控制分段、射孔簇以及压裂井间距。

为考虑缝间干扰, 平均诱导应力要与裂缝虚拟应力和破裂压力同时叠加, 结合式(1), (18), (26) 得到考虑裂缝间干扰的扰动因子表达式为

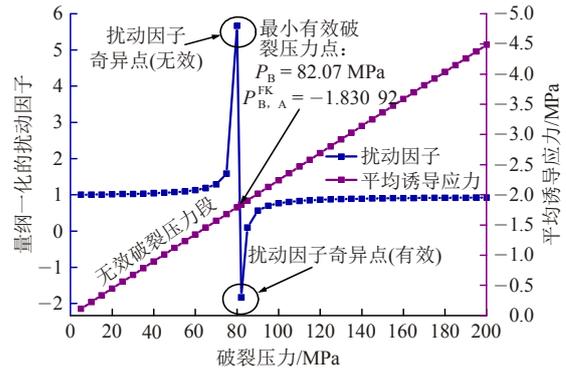
$$P_{A, B}^{FK} = \frac{K_{l, B}^{(1)}}{K_{l, B}^{(2)}} = \frac{[\sigma_{\eta\eta(B)}(\eta_B) + \Delta\sigma_{\eta\eta(A), induced}] + (P_B + \Delta\sigma_{\eta\eta(A), induced})}{\sigma_{\eta\eta(B)}(\eta_B) + P_B} \quad (27)$$

式中: $\sigma_{\eta\eta(B)}(\eta_B)$ 为 B 裂缝单独存在时裂缝虚拟应力 (MPa); $\Delta\sigma_{\eta\eta(A), induced}$ 为 A, B 裂缝同时存在时, A 裂缝传递的平均诱导应力 (MPa)。为辨别应力强度因子正负号, 对于等长双裂缝, 结合式(18), 可将式(27)右端分子记为 $M_B^{(1)}$ (MPa), 分母记为 $M_B^{(2)}$ (MPa), 则 $K_{l, B}^{(1)} = M_B^{(1)}Y$, $K_{l, B}^{(2)} = M_B^{(2)}Y$, Y 为常数, 则 M 值可体现 K_I 正负。同理可计算 $P_{B, A}^{FK}$, 并作同样拆分项处理, 其表达式与式(27)轮换对称。扰动因子变化规律如图 4 所示。

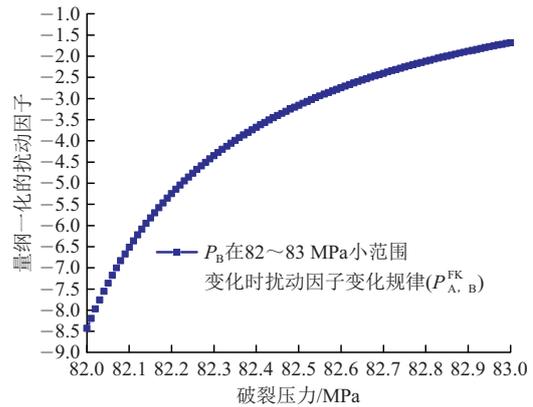
破裂压力低于 82.07 MPa 时, 变化规律仅具备数学意义。 $P_B > 82.07$ MPa 时, $P_{A, B}^{FK}$, $P_{B, A}^{FK}$ 均小于 1.0, 表明两裂缝之间存在相互阻碍作用, P_B 接近 $P_{B, min}$ 时, 阻碍作用最强, $P_{A, B}^{FK}$, $P_{B, A}^{FK}$ 具有奇异性



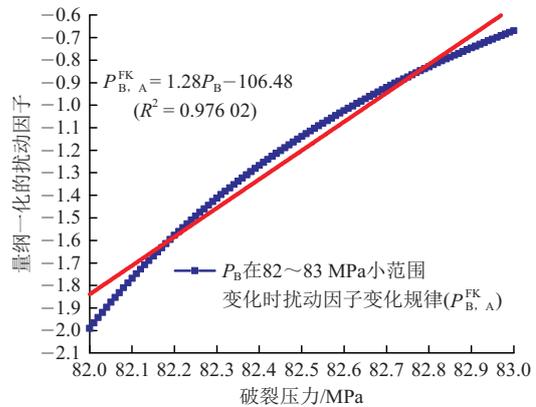
(a) 扰动因子 $P_{A, B}^{FK}$ 随破裂压力变化



(b) 扰动因子 $P_{B, A}^{FK}$ 随破裂压力变化



(c) P_B 在小范围改变时 $P_{A, B}^{FK}$ 变化规律



(d) P_B 在小范围改变时 $P_{B, A}^{FK}$ 变化规律

图 4 扰动因子随破裂压力变化规律

Fig.4 Variation of perturbation factors with breakdown pressure

最小值: $P_B = 82.07$ MPa 时, $P_{A, B}^{FK} = -7.000 43 < 1.0$, 根据式(27), $M_B^{(1)} = -3.220 2$ MPa, $M_B^{(2)} = 0.46$ MPa, 表明 B 裂缝受 A 裂缝阻碍作用影响, 产生负值应力强度因子, 判定这种条件下, B 裂缝不能沿原始方向持续扩展, 这种条件更容易产生复杂裂缝。这是由于 B 裂缝深度大, 受到地应力压缩作用更强, 叠加平均诱导应力后导致无法致裂。同时发现, P_B 一旦超过 $P_{B, min}$, 扰动因子急剧增大, 细化计算 P_B 在 82~83 MPa 范围内扰动因子变化规律, 如图 4(c), (d)所示, 发现扰动因子在 1 MPa 的破裂压力变动范

围内迅速向其正值方向接近，绝对值降低了 80.1%，且 $P_{B,A}^{FK}$ 的变化规律更接近于线性，表明在压裂过程中，裂缝初始起裂阶段的裂缝间相互干扰作用最强烈，破裂压力增大后，双裂缝扰动因子均接近于 1.0，说明裂缝扩展受应力阴影效应影响减弱。互扰因子变化规律如图 5 所示。

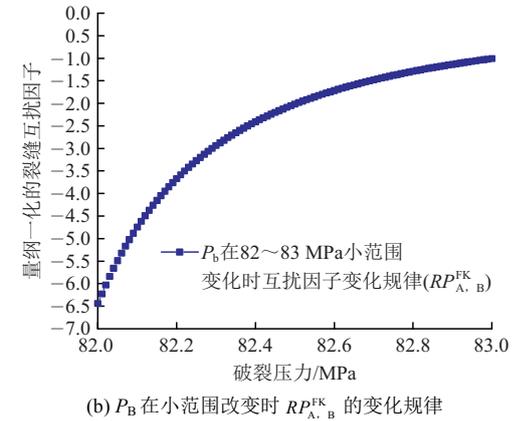
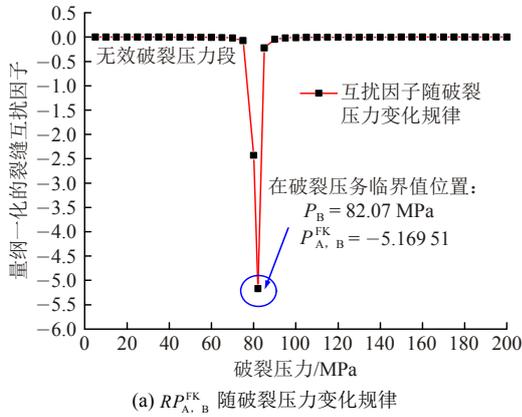


图 5 互扰因子随破裂压力变化规律

Fig.5 Variation of reciprocal perturbation factor with breakdown pressure

图 5(a)反映裂缝相互影响强弱特性随破裂压力变化规律，当 $P_B = 82.07$ MPa 时， $RP_{A,B}^{FK}$ 有最小值，说明 A 裂缝对 B 裂缝的阻碍作用强于 B 裂缝对 A 裂缝作用，由于 B 裂缝深度更大，裂缝面所承受地应力更大，同等破裂压力作用下起裂难度更大。当破裂压力从 82 MPa 增大到 83 MPa 时，互扰因子绝对值迅速降低，表明双裂缝相互影响的差异性呈降低趋势，破裂压力进一步增大时， $RP_{A,B}^{FK}$ 趋近于 0，表明裂缝间所受应力阴影效应强弱程度基本相近。

4.2 裂缝间距对干扰影响

分段多簇压裂技术可提高油气产率，簇内射孔间距及分段之间的簇间距以及井间距均会影响裂缝间距。裂缝间距发生变化时，假定双裂缝仍始终关于 x 轴对称展布，此时裂缝虚拟应力 $\sigma_{\eta}(\xi^*, \eta)$ 随

局部坐标 η 变化，双裂缝所处深度均发生变化，动态变化的破裂压力仍取为两裂缝临界破裂压力最大值，采用式(19)计算。分析裂缝间距在 0.5~30 m 范围内变化时裂缝干扰情况，考虑到由上述分析得出应力阴影对裂缝间距比较敏感，为简化计算，当 D_c 较小时，间距变化步长取值相对较小；当 D_c 较大时，适当增大计算步长，结果如图 6 所示。

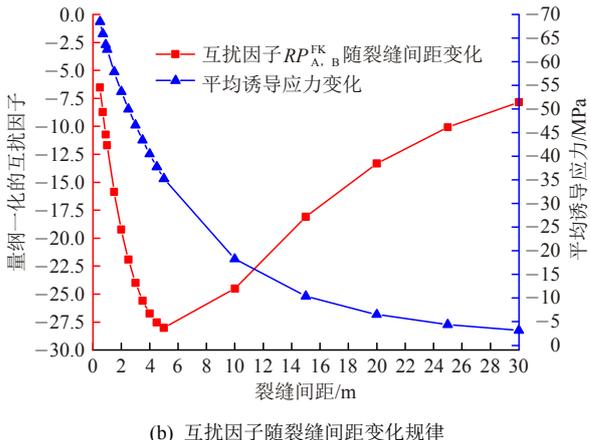
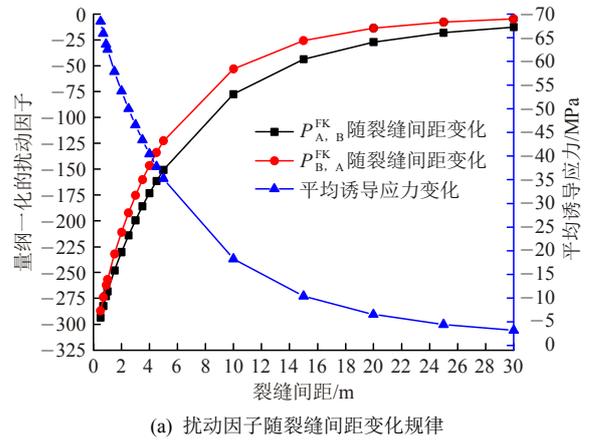


图 6 裂缝相互干扰规律随裂缝间距变化情况

Fig.6 Variation of mutual disturbance of fractures with fracture spacing

根据图 6(a)，当裂缝间距增大时，2 个扰动因子绝对值均显著降低，利用式(27)可验证，负值扰动因子是由于双裂缝同时存在时产生负值应力强度因子引起。裂缝间距为 10 m 时， $P_{A,B}^{FK}$ 、 $P_{B,A}^{FK}$ 绝对值分别降低了 73.6%和 81.5%。由图 6(b)可知，当裂缝间距等于裂缝半长时，互扰因子存在最小值， $RP_{A,B}^{FK} = -28.02 < 0$ ，这表明此时 A 裂缝对 B 裂缝扩展的阻碍作用最强烈，说明 B 裂缝沿原始路径扩展有最大阻力，若采用传统顺序分步压裂工艺，裂缝具有最佳转向扩展时机，向裂缝尖端扩展阻力更小的方向继续延伸，对于形成裂缝网络更有利，可将该裂缝间距表征为应力阴影最优间距，在此之前，

随间距增大，裂缝相互干扰将变得更加强烈；超过最优间距后，随间距增大，裂缝相互干扰行为将逐渐减弱。A. P. Bunger 等^[15]利用 350 mm×350 mm×350 mm 中等颗粒立方体辉长岩试件进行多裂缝扩展压裂试验，试验中保持围压高于轴压，以模拟直井压裂，这与图 1(b)模型具备相似性，井筒中压裂液注入速率为 $Q_0 = 0.19 \text{ mL/min}$ ，试验结果如图 7^[15]所示。

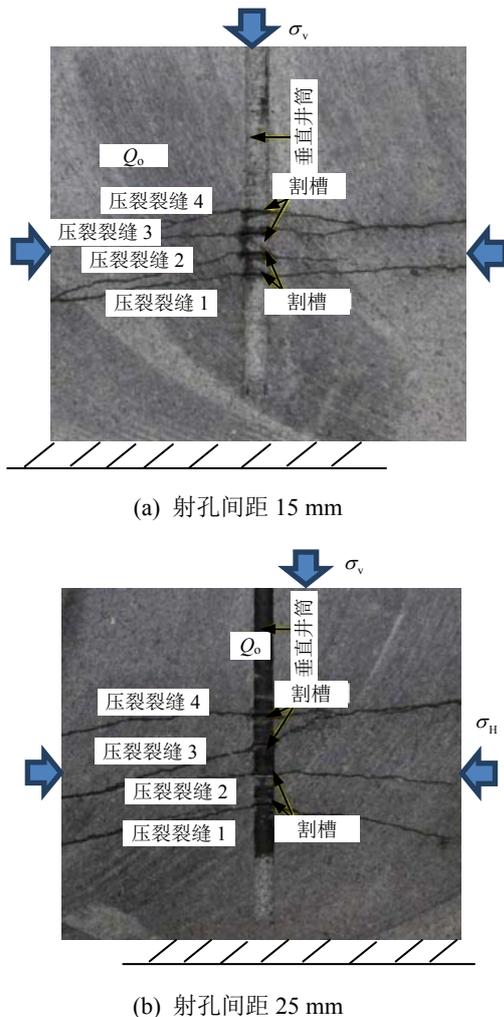


图 7 水力压裂辉长岩多裂缝扩展试验^[15]

Fig.7 Experiment of multi-fracture extension during gabbro hydraulic fracturing^[15]

可以看出，射孔间距即反映裂缝间距，以上 2 种射孔间距均小于裂缝总扩展半长度，因而增大裂缝间距后，裂缝扩展路径偏离初始方向、裂缝偏斜交汇等干扰行为更为明显，这与本文结论一致。郭建春等^[1]利用位移不连续方法(DDM)探讨水平井分段压裂的多裂缝干扰行为，从诱导应力分量差值最大化的角度研究也发现，在裂缝间距为裂缝半长度附近，射孔形成裂缝将使得形成复杂裂缝网络的几

率最大。赵金洲等^[29]通过分析页岩储层裂缝网络延伸的主导因素、以及 N. P. Roussel 和 M. M. Sharma^[30]通过建立 3D 数值模型模拟不同形状裂缝扩展行为，同样得到类似结论。综上，采用本文所定义的干扰因子衡量多裂缝间相互干扰的强弱具有一定适用性，且概念更为清晰，对于水平井压裂工艺，一般通过尽量减小射孔簇间距等手段缩小裂缝间距，来增大泄油面积以实现产量提高，所得理论应用于该工艺有待进一步研究^[31]。

4.3 垂直地应力对裂缝干扰影响

由式(25)可知，垂直地应力对裂缝虚拟应力具有直接影响，研究垂直地应力在 70~100 MPa 范围内变化时裂缝干扰情况。由式(5)可知，此时相当于模型顶部深度 H 在 3 255.8~4 651.2 m 范围变化，固定裂缝间距为 5 m，裂缝虚拟应力、平均诱导应力、破裂压力以及两类干扰因子变化规律如图 8 所示。

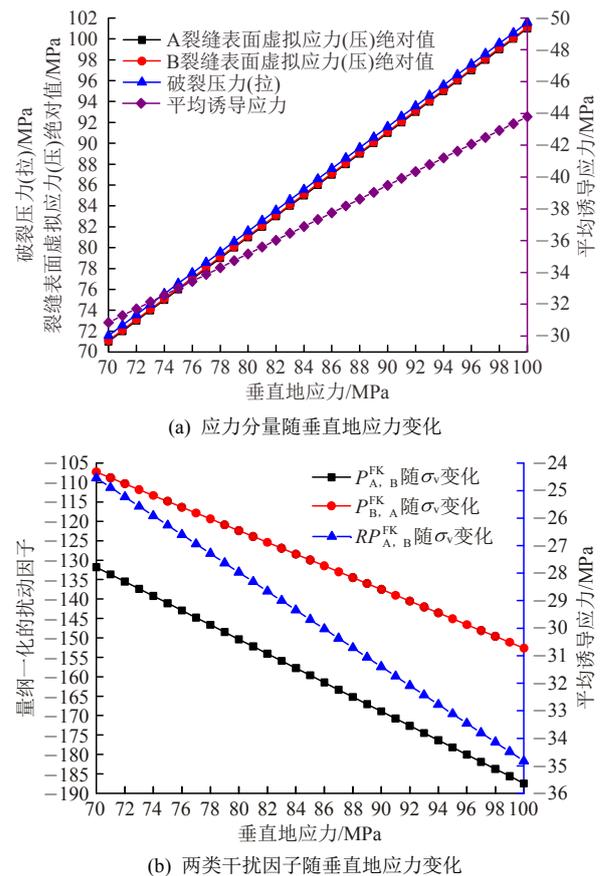


图 8 地应力条件(储集层深度)改变时裂缝干扰规律

Fig.8 Fracture disturbance changing with geo-stress conditions (different reservoir depths)

根据图 8(a)，增大储集层深度，垂直地应力增高导致裂缝虚拟应力、破裂压力均提高，进而增加了裂缝间传递的平均诱导应力，其与破裂压力比值

达到 43.1%。根据图 8(b)，扰动因子 $P_{A, B}^{FK}$ ， $P_{B, A}^{FK}$ 均小于 0，通过式(27)可验证，负值扰动因子是由双裂缝同时存在时产生负值应力强度因子所引起，说明双缝之间均表现出阻碍作用，并且，互扰因子 $RP_{A, B}^{FK} < 0$ ，体现出 A 裂缝对 B 裂缝阻碍作用更加强烈。从扰动因子、互扰因子变化规律可发现裂缝干扰效果始终比较显著，这是因为，裂缝深度越大，地面泵站需提供更高的破裂压力 P_B 以使裂缝获得更高净压力 $P_{net} = P_B - \sigma_{min}$ ， σ_{min} 为最小主应力，进而诱发更强的应力阴影效应。

4.4 压裂倾角对裂缝干扰影响

改变裂缝倾斜角度以模拟沿不同方向压裂以及裂缝转向时的复杂干扰行为。建立如图 1(d)所示倾斜压裂力学模型，裂缝 A, B 与水平方向夹角分别为 θ_1, θ_2 ，裂缝间距 D_c 由 2 条裂缝中心点在垂直方向的距离衡量，当夹角非 0 时，水平地应力将对裂缝面产生挤压作用，在利用权函数求解应力强度因子过程中，参考应力 σ_r 随坐标 ξ, η 变化，相应量纲一化的坐标为 ξ^*, η^* ，可以按下式构造参考应力：

$$\sigma_r(\xi^*, \eta^*) = \sum_m^M S_m(\xi^* \eta^*)^m \quad (28)$$

为便于分析，取 $m = 0$ ， $S_0 = 1$ ，仍可将参考应力写为单位应力 1 MPa，前述求解应力强度因子方法依然适用。设 $o'\xi'\eta'$ 为裂缝产生旋转后新局部坐标系， $l_i, m_i (i = 1, 2)$ 分别为旧坐标系 $o\xi\eta$ 与新坐标系对应坐标轴夹角的方向余弦。结合式(26)，新坐标系下平均诱导应力分量可以写为

$$\left. \begin{aligned} \Delta\sigma_{\xi\xi', induced} &= \frac{\int_{-A_c}^{A_c} \sigma_{\xi\xi', induced} d\xi'}{2A_c} = \\ &= \frac{\int_{-A_c}^{A_c} (\sigma_{\xi\xi, induced} l_1^2 + \sigma_{\eta\eta, induced} m_1^2 + 2\tau_{\xi\eta, induced} l_1^2 m_1^2) d\xi'}{2A_c} \\ \Delta\sigma_{\eta\eta', induced} &= \frac{\int_{-A_c}^{A_c} \sigma_{\eta\eta', induced} d\xi'}{2A_c} = \\ &= \frac{\int_{-A_c}^{A_c} (\sigma_{\xi\xi, induced} l_2^2 + \sigma_{\eta\eta, induced} m_2^2 + 2\tau_{\xi\eta, induced} l_2^2 m_2^2) d\xi'}{2A_c} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

式中： $\Delta\sigma_{\xi\xi', induced}$ ， $\Delta\sigma_{\eta\eta', induced}$ 分别为沿裂缝切线方向、法线方向平均诱导应力。裂缝产生旋转后，裂缝虚拟应力也采用式(29)的应力转轴公式计算。需要指出，当裂缝与水平地应力存在非 0° 夹角时，由于裂缝 2 个尖端应力状态不完全相同，应力强度因子不相等，但由于本文计算中 A_c/L 较小，为简化

计算，未考虑同一裂缝不同尖端应力强度因子差别，故此按照权函数理论计算结果是裂缝尖端应力强度因子均匀化后的综合值。设裂缝间距 $D_c = 10$ m，裂缝半长 $A_c = 5$ m，以保证两裂缝同时旋转 90° 后裂缝尖端恰好不重叠，根据式(19)可得破裂压力临界值 $P_{B, min} = 81.76$ MPa。双裂缝同幅度反向旋转时，根据几何对称性，双裂缝间的夹角 $|\theta_1 - \theta_2|$ 发生变化，但沿裂缝面法线方向相互传递的平均诱导应力相同。研究破裂压力 P_B 分别为 80, 100, 120 MPa 时平均诱导应力随夹角变化规律，如图 9 所示。

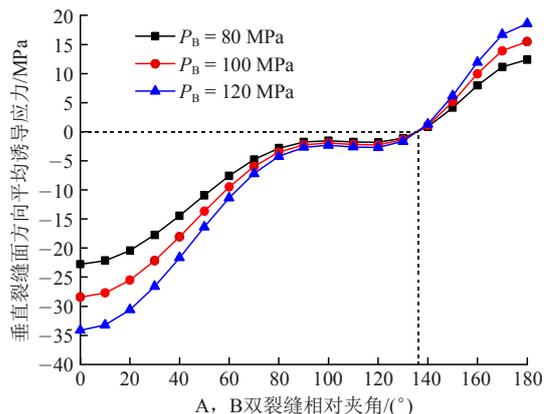
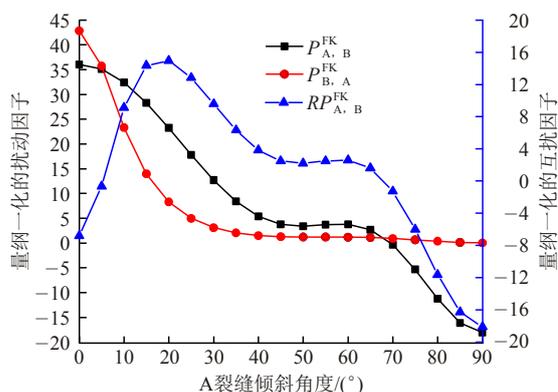


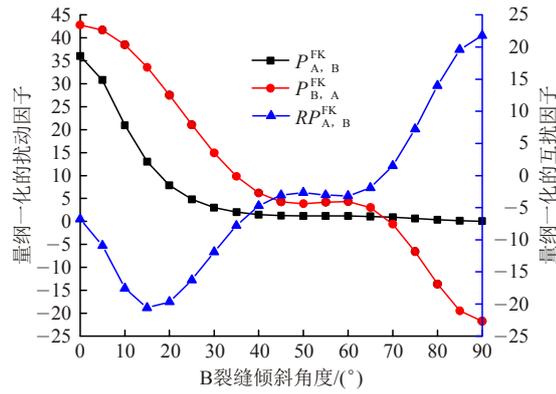
图 9 平均诱导应力随双裂缝夹角变化规律

Fig.9 Variation of average induced stress with included angle between fractures

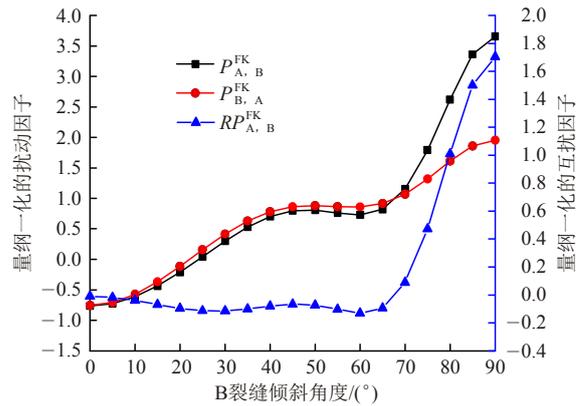
当相对夹角逐渐增大时，沿裂缝面法线方向平均诱导应力的压缩效应逐渐减弱，夹角为 136° 时，压缩效应消失，夹角继续增大时，平均诱导应力表现为拉伸效应并缓慢增大。破裂压力越大，产生的最大压缩诱导应力效应与最大拉伸诱导应力效应均更大。结合图 3(b)，在平均诱导应力显著作用范围内，裂缝面法线方向平均诱导应力高于切线方向，因此，当双裂缝产生较大相对旋转角度时，沿某一条裂缝法线方向上产生的平均诱导应力对另一邻近裂缝的作用，将由压缩作用逐渐转变为拉伸作用，且破裂压力越大，这种拉伸作用越明显。扰动因子、互扰因子变化规律如图 10 所示。



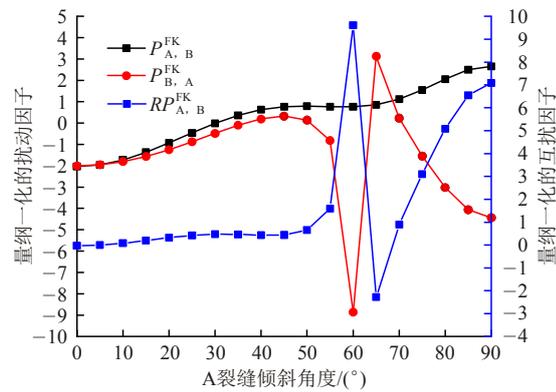
(a) $P_B = 80$ MPa, B 裂缝保持水平, A 裂缝连续旋转



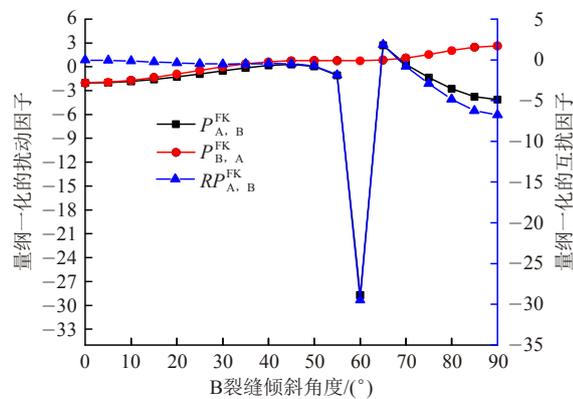
(b) $P_B = 80$ MPa, A 裂缝保持水平, B 裂缝连续旋转



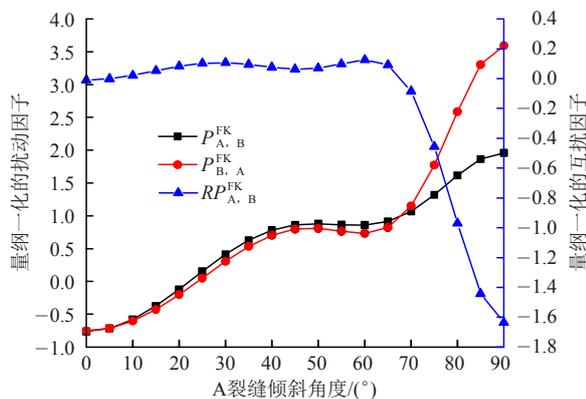
(f) $P_B = 120$ MPa, A 裂缝保持水平, B 裂缝连续旋转



(c) $P_B = 100$ MPa, B 裂缝保持水平, A 裂缝连续旋转



(d) $P_B = 100$ MPa, A 裂缝保持水平, B 裂缝连续旋转



(e) $P_B = 120$ MPa, B 裂缝保持水平, A 裂缝连续旋转

图 10 裂缝倾斜角度变化时干扰规律

Fig. 10 Disturbance regulation changing with dip angle of fracture

可见, 当改变裂缝之间相对夹角时, 干扰规律非常复杂, 且变化规律对于破裂压力很敏感, 不同破裂压力条件引起裂缝干扰变化规律形式不同。

当破裂压力未达到其临界值时, 满足 $P_B < P_{B, \min}$, 如图 10(a), (b)所示, 实际上无法致裂。当 $\theta_1 = \theta_2 = 0^\circ$ 时, 扰动因子均为正, 这与破裂压力超过临界值的情况图 10(c)~(f)明显不同。当 $\theta_1 = 0^\circ$ 时, 根据式(27), 得到 $M_A^{(1)} = -46.60$ MPa, $M_A^{(2)} = -1.09$ MPa, $M_B^{(1)} = -46.82$ MPa, $M_B^{(2)} = -1.30$ MPa, 可见 2 种状态下 A, B 裂缝尖端应力强度因子均为负值, 且 B 裂缝尖端应力强度因子比 A 裂缝更低, 此时 $P_{B,A}^{FK}, P_{A,B}^{FK} > 0$ 。当 $\theta_1 = 90^\circ$ 时, $M_A^{(1)} = -0.94$ MPa, $M_A^{(2)} = -25.69$ MPa, $M_B^{(1)} = 23.45$ MPa, $M_B^{(2)} = -1.30$ MPa, 这表明当 A 裂缝旋转到与 B 缝垂直时, A 裂缝尖端应力强度因子仍为负值, 根据图 9, 即使此时受到 B 裂缝诱导应力压缩已经很小, 但此时 A 裂缝承受的水平地应力要大于垂直地应力, 造成 A 裂缝被显著压缩; B 裂缝尖端应力强度因子变为正值, 根据图 9, 这是由于 A 裂缝对 B 裂缝的应力阴影效应显著降低, $|\theta_1 - \theta_2| = 90^\circ$ 时, $\Delta\sigma_{\eta'\eta'}$ 仅有 1.79 MPa, 且 B 裂缝处垂直地应力小于水平地应力, 破裂压力产生作用, 进而 $P_{B,A}^{FK} > 0, P_{A,B}^{FK} < 0$ 。在 θ_1 连续变化过程中, B 裂缝受平均诱导应力的压缩作用持续减弱, 进而 $P_{A,B}^{FK}$ 不断减小至负值, 而 $P_{B,A}^{FK}$ 总为正值。B 裂缝旋转时变化规律类似, 两者差异是由两裂缝受地应力条件不同引起。这表明当裂缝形态为闭合型非扩展裂缝时, 不能仅从表观上用扰动因子量化评价裂缝间的干扰, 需做进一步分析。

当破裂压力超过临界值时，如图 10(c)~(f)所示，双裂缝平行时， $P_{B,A}^{FK}$ ， $P_{A,B}^{FK}$ 均小于 0 且数值接近，随着夹角连续变化，扰动因子均取到负值和正值，且当倾斜角度较大时扰动因子大于 1.0，表明裂缝之间相互作用由阻碍作用转变为促进作用。例如， $P_B = 120$ MPa 时，满足 $P_B > \max\{\sigma_{H1}, \sigma_{H2}\}$ ，当 $\theta_1 = 0^\circ$ 时，得到 $M_A^{(1)} = -29.36$ MPa， $M_A^{(2)} = 38.92$ MPa， $M_B^{(1)} = -29.57$ MPa， $M_B^{(2)} = 38.70$ MPa。说明当双裂缝同时存在时，应力强度因子均为负值，相互之间均为阻碍作用，即使破裂压力超过临界值，但由于裂缝间距过于接近，根据图 3(b)，此时诱导压应力作用依然显著，裂缝仍然无法扩展，为闭合裂缝，故此 $P_{B,A}^{FK}$ ， $P_{A,B}^{FK} < 0$ 。当 $\theta_1 = 90^\circ$ 时， $M_A^{(1)} = 51.44$ MPa， $M_A^{(2)} = 14.31$ MPa， $M_B^{(1)} = 75.83$ MPa， $M_B^{(2)} = 38.70$ MPa，此时 A、B 裂缝尖端应力强度因子均为正，且 B 裂缝尖端应力强度因子大于 A 裂缝尖端应力强度因子，表明水平地应力对 A 裂缝的压缩作用强于垂直地应力对 B 裂缝的压缩作用，且 $P_{B,A}^{FK}$ ， $P_{A,B}^{FK}$ 均大于 1.0，表明两裂缝间存在相互促进作用。这是由于当 A、B 裂缝互相垂直时，破裂压力足以克服水平地应力的作用，根据图 9，此时裂缝间诱导应力压缩效应非常小，不足以阻碍裂缝。比较 2 种旋转条件下 θ_1 ， θ_2 分别为 90° 时扰动因子数值得出，发生旋转的裂缝最终受到促进作用更强，而从互扰因子观点考虑，当 $\theta_1 = 90^\circ$ ， $\theta_2 = 0^\circ$ 时， $RP_{A,B}^{FK} = -1.64 < 0$ ，说明 B 裂缝对于 A 裂缝促进作用更强；当 $\theta_1 = 0^\circ$ ， $\theta_2 = 90^\circ$ 时， $RP_{A,B}^{FK} = 1.70 > 0$ ，说明 A 裂缝对 B 裂缝促进作用更强，结论一致；而对于图 10(c)，(d)，破裂压力满足： $P_{B,\min} < P_B < \min\{\sigma_{H1}, \sigma_{H2}\}$ ，同理比较 θ_1 ， θ_2 分别等于 90° 时的扰动因子可得：未发生旋转的裂缝最终受到促进作用反而更强，分析互扰因子，当 $\theta_1 = 90^\circ$ ， $\theta_2 = 0^\circ$ 时， $RP_{A,B}^{FK} = 7.09 > 0$ ，说明 A 裂缝对 B 裂缝促进作用更强；当 $\theta_1 = 0^\circ$ ， $\theta_2 = 90^\circ$ 时， $RP_{A,B}^{FK} = -6.77 < 0$ ，说明 B 裂缝对 A 裂缝促进作用更强，结论一致。以上分析表明，裂缝之间存在相对倾斜角度时，相互干扰规律对破裂压力、地应力以及应力阴影效应均比较敏感。图 10(c)，(d) 中裂缝间相互干扰规律产生波动性变化，正是由于裂缝旋转时，破裂压力、平均诱导应力、地应力在裂缝面上的复杂交互作用引起。

破裂压力相同时 2 种裂缝旋转方式具有一定近似性，对比表 1 中第 2，5 列和 3，4 列数据，可以发现同一旋转角度下的对应数值较为接近。

表 1 选定部分扰动因子数值对比($P_B = 120$ MPa)

Table 1 Comparison of disturbance factors selected ($P_B = 120$ MPa)

旋转角度/ $(^\circ)$	(A 裂缝旋转, B 裂缝水平)		(B 裂缝旋转, A 裂缝水平)	
	$P_{A,B}^{FK}$	$P_{B,A}^{FK}$	$P_{A,B}^{FK}$	$P_{B,A}^{FK}$
65	0.914 54	0.823 16	0.820 12	0.914 99
70	1.067 61	1.152 22	1.155 16	1.067 24
75	1.319 28	1.774 30	1.790 72	1.317 55
80	1.616 98	2.586 38	2.622 61	1.613 64
85	1.863 25	3.304 54	3.359 73	1.858 57
90	1.959 36	3.594 56	3.657 71	1.954 16

4.5 非等长裂缝竞争起裂干扰影响

对图 1(b)模型，分别研究 A 裂缝长度为 20 m、B 裂缝长度为 10 m，及 A 裂缝长度为 10 m、B 裂缝长度为 20 m 时裂缝之间起裂竞争干扰规律。当裂缝长度为 20 m 时，量纲一化的量半缝长 $a = 0.2$ ，利用前述权函数计算原理，得系数 $\beta_1(a = 0.2) = 2$ ， $\beta_2(a = 0.2) = 53.07$ ， $\beta_3(a = 0.2) = -70.41$ ，将系数代入式(18)中并与 $a = 0.1$ 时比较，易知在同等破裂压力作用下， $K_{I(a_c = 0.2)} > K_{I(a_c = 0.1)}$ ，反映出同等载荷作用下，裂缝越长，尖端应力强度因子越高。对于无限大结构的应力强度因子表达式(20)， K_I 同样表现出与裂缝长度正相关。实际上，对于已知的 K_I 精确解及近似解均已具备这一特性^[26-28]，这也说明本文应力强度因子计算结果符合实际断裂力学规律。根据式(4)，(18)，相对应力强度因子可以写为

$$R_{A,B}^{SIF} = \frac{K_{I,A}}{K_{I,B}} = \frac{\sqrt{a_A} [\sigma_{\eta(A)}(\eta_A) + P_B + \Delta\sigma_{\eta(B), induced}]}{\sqrt{a_B} [\sigma_{\eta(B)}(\eta_B) + P_B + \Delta\sigma_{\eta(A), induced}]} \cdot \frac{8\beta_1(a_A) + 4\beta_2(a_A) + 3\beta_3(a_A)}{8\beta_1(a_B) + 4\beta_2(a_B) + 3\beta_3(a_B)} \quad (30)$$

式中： $\Delta\sigma_{\eta(B), induced}$ ， $\Delta\sigma_{\eta(A), induced}$ 为裂缝间相互传递的平均诱导应力，由于裂缝长度不同，故此 $\Delta\sigma_{\eta(B), induced} \neq \Delta\sigma_{\eta(A), induced}$ 。设裂缝间距为 5 m，当 P_B 在 50~100 MPa 范围变化时，平均诱导应力和相对应力强度因子变化规律如图 11 所示。

可以发现，不同裂缝长度条件下 $R_{A,B}^{SIF}$ 与 $1/R_{A,B}^{SIF}$ 变化曲线不完全重合，这是由 2 条相邻近裂缝之间微小的地应力条件的差异引起，随着破裂压力增加，非等长裂缝间起裂竞争差异逐渐减小，这是由于破裂压力增大后，逐渐抵消裂缝之间传递的平均诱导应力，裂缝起裂竞争主要受控于破裂压力的改变。当破裂压力达到 86 MPa 时，这种差异性几乎消失，裂缝间的起裂具有同等难度，随着破裂压力继续增大，起裂差异性再次出现，并且与之前规律相反，

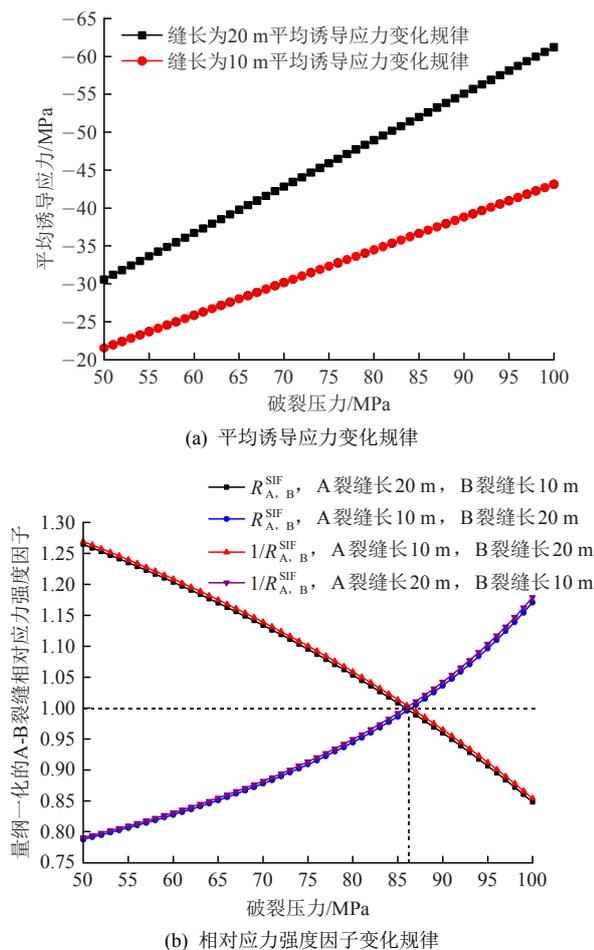


图 11 裂缝非等长条件下平均诱导应力和相对应力强度因子随破裂压力变化

Fig.11 Variation of average induced stress and relative stress intensity factor with break down pressure under different fracture lengths

这是由于平均诱导应力的继续增加影响裂缝面附近应力状态，裂缝越长，传递平均诱导应力越显著，如图 11(a)所示。

总体来看，破裂压力变化过程中 $R_{A,B}^{SIF}$ 与 1.0 偏离并不大，说明裂缝间起裂难度差异不明显。

5 结 论

(1) 采用权函数法可有效求解有限尺度油气储层剖面内裂缝在地应力与水压力共同作用下的应力强度因子，通过与物理试验比较，发现该方法求得的应力强度因子比采用理想无限大弹性体裂缝尖端应力强度因子公式结果更精确，该结果与三类干扰因子结合，可以定量分析裂缝干扰行为。

(2) 应力阴影效应对裂缝间距变化非常敏感，应力阴影效应随裂缝间距增大的衰减程度不会因提高破裂压力而显著改善，故此，为充分利用裂缝干

扰效应构造复杂裂缝网络体系需对射孔簇距、分段间距以及井间距加以精确控制。直井双翼对称裂缝水平扩展时，到已支撑裂缝面的距离为其半缝长的位置相互干扰效果较为强烈，若采用顺序压裂，将有利于复杂裂缝的形成，理论应用于其他压裂工艺有待深入探究。破裂压力接近临界值时干扰因子存在奇异性最值，表明压裂初始阶段相互干扰更强烈。

(3) 储集层深度(地应力)越大，应力阴影效应越显著，地应力变化对裂缝干扰影响规律较单调，而裂缝倾斜角度改变引起相互干扰规律非常复杂，并且其变化规律对诱导应力、破裂压力、地应力条件均有密切依赖性。闭合裂缝间干扰规律与常规张开型裂缝差异显著，应用干扰因子评判具有负值应力强度因子的闭合裂缝间干扰也具有应用前景，破裂压力与诱导应力交替作用会导致非等长裂缝的竞争起裂差异性产生转变。

参考文献(References):

[1] 郭建春, 尹建, 赵志红. 裂缝干扰下页岩储层压裂形成复杂裂缝可行性[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(8): 1 590 - 1 596.(GUO Jianchun, YIN Jian, ZHAO Zhihong. Feasibility of formation of complex fractures under cracks interferences in shale reservoir fracturing[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2014, 33(8): 1 590 - 1 596.(in Chinese))

[2] 任 岚, 陶永富, 赵金洲, 等. 超低渗透砂岩储层同步压裂先导性矿场试验[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, 34(2): 331 - 339.(REN Lan, TAO Yongfu, ZHAO Jinzhou, et al. Simultaneous hydraulic fracturing field tests in ultra-low permeability sandstone reservoir of Changqing oilfield[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, 34(2): 331 - 339.(in Chinese))

[3] 张 劲, 张士诚. 水平多缝间的相互干扰研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(14): 2 351 - 2 354.(ZHANG Jin, ZHANG Shicheng. Study on interference among horizontal multi-fractures[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(14): 2 351 - 2 354.(in Chinese))

[4] 曾青冬, 姚 军, 孙致学. 页岩气藏压裂缝网扩展数值模拟[J]. 力学学报, 2015, 47(6): 995 - 999.(ZENG Qingdong, YAO Jun, SUN Zhixue. Numerical modeling of fracture network propagation in shale reservoirs[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2015, 47(6): 995 - 999.(in Chinese))

[5] 郭天魁, 张士诚, 刘卫来, 等. 页岩储层射孔水平井分段压裂的起裂压力[J]. 天然气工业, 2013, 33(12): 87 - 93.(GUO Tiankui, ZHANG Shicheng, LIU Weilai, et al. Initiation pressure of multi-stage fracturing for perforated horizontal wells of shale gas reservoirs[J]. Natural Gas Industry, 2013, 33(12): 87 - 93.(in Chinese))

[6] SNEDDON I N. The Distribution of stress in the neighborhood of a crack in an elastic solid[J]. Proceedings of the Royal Society of London: Series A, Mathematical and Physical, 1946, 187(1009): 229 - 260.

- [7] 翁定为, 付海峰, 卢拥军, 等. 储层改造体积预测模型的研究与应用[J]. 石油钻探技术, 2016, 44(1): 96 - 100.(WENG Dingwei, FU Haifeng, LU Yongjun, et al. A model for predicting the volume of stimulated reservoirs[J]. Petroleum Drilling Techniques, 2016, 44(1): 96 - 100.(in Chinese))
- [8] 翁定为, 严星明, 卢拥军, 等. 考虑应力干扰的致密油气压裂设计及实现方法[J]. 中国矿业大学学报, 2014, 43(4): 640 - 645.(WENG Dingwei, YAN Xingming, LU Yongjun, et al. Optimization and realization of stress interference in tight oil and gas reservoir[J]. Journal of China University of Mining and Technology, 2014, 43(4): 640 - 645.(in Chinese))
- [9] 才博, 唐邦忠, 丁云宏, 等. 应力阴影效应对水平井压裂的影响[J]. 天然气工业, 2014, 34(7): 55 - 59.(CAI Bo, TANG Bangzhong, DING Yunhong, et al. Influence of stress shadow on horizontal well fracturing[J]. Natural Gas Industry, 2014, 34(7): 55 - 59.(in Chinese))
- [10] PALMER I D. Induced stresses due to propped hydraulic fracture in coalbed methane wells[C] // Low Permeability Reservoirs Symposium. Denver, Colorado: [s. n.], 1993: 222 - 232.
- [11] 陈军斌, 魏波, 谢青, 等. 基于扩展有限元的页岩水平井多裂缝模拟研究[J]. 应用数学和力学, 2016, 37(1): 73 - 83.(CHEN Junbin, WEI Bo, XIE Qing, et al. Simulation of multi-hydrofracture horizontal wells in shale based on the extended finite element method[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2016, 37(1): 73 - 83.(in Chinese))
- [12] 孙致学, 徐铁, 吕抒桓, 等. 增强型地热系统热流固耦合模型及数值模拟[J]. 中国石油大学学报, 2016, 40(6): 110 - 117.(SUN Zhixue, XU Yi, LU Shuhuan, et al. A thermo-hydro-mechanical coupling model for numerical simulation of enhanced geothermal systems[J]. Journal of China University of Petroleum, 2016, 40(6): 110 - 117.(in Chinese))
- [13] 申云飞, 卢玮, 陈莹, 等. 水力压裂技术在豫西基岩地热井增产中的应用研究[J]. 探矿工程, 2016, 43(10): 253 - 256.(SHEN Yunfei, LU Wei, CHEN Ying, et al. Application research on hydraulic fracturing technology for bedrock geothermal yield increasing in western Henan[J]. Exploration Engineering, 2016, 43(10): 253 - 256.(in Chinese))
- [14] BUNGER A P. Parameters affecting the interaction among closely spaced hydraulic fractures[J]. SPE Journal, 2012(17): 292 - 306.
- [15] BUNGER A P, JEFFREY R G, KEAR J, et al. Experimental Investigation of the Interaction among Closely Spaced Hydraulic Fractures[C]// Proceedings of the 45th US Rock Mechanics/ Geomechanics Symposium. [S. l.]: [s. n.], 2011: 311 - 318.
- [16] OLSON J E, DAHI-TALEGHANI A. Modeling simultaneous growth of multiple hydraulic fractures and their interaction with natural fractures[C]// SPE Hydraulic Fracturing Technology Conference. [S. l.]: [s. n.], 2009: 1 - 7.
- [17] OLSON J E. Multi-fracture propagation modeling: applications to hydraulic fracturing in shale's and tight gas sands[C]// Proceedings of the 42nd US Rock Mechanics Symposium. [S. l.]: [s. n.], 2008: 327 - 335.
- [18] GUO J C, ZHAO X, ZHU H Y, et al. Numerical simulation of interaction of hydraulic fracture and natural fracture based on the cohesive zone finite element method[J]. Journal of Natural Gas Science and Engineering, 2015, 25: 180 - 188.
- [19] 李连崇, 张濂源, 黄波, 等. 薄互层储层水平井压裂裂缝延伸规律模拟分析[J]. 地下空间与工程学报, 2016, 12(6): 1 578 - 1 585.(LI Lianchong, ZHANG Lianyuan, HUANG Bo, et al. Numerical investigation on the propagation law of hydraulic fractures near horizontal wells in thin interbedded reservoir[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2016, 12(6): 1 578 - 1 585.(in Chinese))
- [20] LI L C, TANG C A, LI G, et al. Numerical simulation of 3D hydraulic fracturing based on an improved flow-stress-damage model and a parallel FEM technique[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2012, 45: 801 - 818.
- [21] 俞绍诚. 水力压裂技术手册[M]. 北京: 石油工业出版社, 2010: 232 - 237.(YU Shaocheng. Manual for hydraulic fracturing technique[M]. Beijing: Petroleum Industry Press, 2010: 232 - 237.(in Chinese))
- [22] BUECKNER H F. A novel principle for the computation of stress intensity factors[J]. Zeitschrift fuer Angewandte Mathematik and Mechanik, 1970, 50(9): 529 - 546.
- [23] WU X R. Analytical wide-range weight functions for various finite cracked bodies[J]. Engineering Analysis with Boundary Elements, 1992, 9(4): 307 - 322.
- [24] WU X R, WU W. Strip yield crack analysis for multiple site damage in infinite and finite panels-A weight function approach[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2011, 78(14): 2 585 - 2 596.
- [25] WU X R, CARLSSON A J. Weight functions and stress intensity factor solutions[M]. Oxford: Pergamon Press, 1991: 39 - 43.
- [26] 酆正能, 关志东, 张纪奎, 等. 应用断裂力学[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2012: 73 - 78.(LI Zhengneng, GUAN Zhidong, ZHANG Jikui, et al. Applied fracture mechanics[M]. Beijing: Beihang University Press, 2012: 73 - 78.(in Chinese))
- [27] 衡帅, 杨春和, 曾义金, 等. 页岩水力压裂裂缝形态的试验研究[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(7): 1 244 - 1 251.(HENG Shuai, YANG Chunhe, ZENG Yijin, et al. Experimental study on hydraulic fracture geometry of shale[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, 36(7): 1 244 - 1 251.(in Chinese))
- [28] RAHMAN M M, HOSSAIN M M, CROSBY D G, et al. Analytical, numerical and experimental investigations of transverse fracture propagation from horizontal wells[J]. Journal of Petroleum Science and Engineering, 2002, 35(3/4): 127 - 150.
- [29] 赵金洲, 任岚, 胡永全. 页岩储层压裂裂缝成网延伸的受控因素分析[J]. 西南石油大学学报, 2013, 35(1): 2 - 9.(ZHAO Jinzhou, REN Lan, HU Yongquan. Controlling factors of hydraulic fractures extending into network in shale formations[J]. Journal of Southwest Petroleum University, 2013, 35(1): 2 - 9.(in Chinese))
- [30] ROUSSEL N P, SHARMA M M. Optimizing fracture spacing and sequencing in horizontal-well fracturing[J]. SPE Production and Operations, 2011, 26(2): 173 - 184.
- [31] CHENG Y. Boundary element analysis of the stress distribution around multiple fractures: implications for the spacing of perforation clusters of hydraulically fractured horizontal wells[J]. SPE Journal, 2009: 1 - 15.