

应力 Lode 角对砂岩变形特性影响

尹光志^{1,2}, 鲁俊^{1,2}, 李星^{1,2}, 邓博知^{1,2}, 刘玉冰^{1,2}, 李铭辉^{1,2}

(1. 重庆大学 煤矿灾害动力学与控制国家重点实验室, 重庆 400030; 2. 重庆大学 资源及环境科学学院, 重庆 400030)

摘要: 基于自主研发的“多功能真三轴流固耦合试验系统”, 进行真三轴应力($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$)条件下, 保持球应力、偏应力不变而改变应力 Lode 角试验, 研究了球应力、偏应力不变条件下, 应力 Lode 角旋转对岩石变形特性的影响。结果表明: 3 个主应变、体应变及偏应变均随应力 Lode 角的变化而改变; 偏应力相等时, ε_1 , ε_2 , ε_3 , ε_v 及 ε_s 随着偏应力比 $M(q/p)$ 的增大而呈现递减趋势; 球应力相等时, 3 个主应变、体应变及偏应变随着偏应力比 M 的增大呈现先减小后增大的趋势, 且在 M 较大时失稳破坏。岩石破坏时形成多个近似垂直于 σ_3 方向而平行于 σ_1 , σ_2 方向的破坏面, 且强度值较常规加载明显偏小; 偏应力比 M 对偏应变模量 G_s 有较大影响。球应力主要影响岩石的体积变化, 且有一定的区间性; 偏应力主要影响岩石的畸变, 对岩石破坏起重要作用。试验砂岩的塑性变形受 Lode 角影响较大, 塑形流动方向为 $\theta_s = (\theta_\sigma + \pi / 2)$ 。

关键词: 岩石力学; 真三轴应力; 球应力; 偏应力; 变形; 应力 Lode 角

中图分类号: TU 45

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2017)09 - 2081 - 11

Influence of stress Lode angle on deformation characteristics of sandstone

YIN Guangzhi^{1,2}, LU Jun^{1,2}, LI Xing^{1,2}, DENG Bozhi^{1,2}, LIU Yubing^{1,2}, LI Minghui^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Coal Mine Disaster Dynamics and Control, Chongqing University, Chongqing 400030, China;

2. College of Resources and Environmental Sciences, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: A series of experiments were carried out with the “multi-functional true triaxial experimental system modeling fluid-solid coupling” to investigate the effect of changing stress Lode angle on the deformation characteristics of sandstone under constant spherical stress and deviation stress ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$). The results show that the principal, volumetric and deviatoric strains vary as the stress Lode angle changes. When the deviatoric stress is constant and the spherical stress is variable, ε_1 , ε_2 , ε_3 , ε_v and ε_s tend to decrease with the increasing of the $M(q/p)$. When the spherical stress is kept constant and the deviatoric stress is variable, the principal, volumetric and deviatoric strains tend to decrease firstly and then to increase with the increasing of M , and the failure of sample occurs when the value of M is relatively large. Some failure planes are parallel approximately to σ_1 and σ_2 and perpendicular to σ_3 . The strength value is significantly smaller than the ones under the conventional loading. The deviatoric stress ratio M has a great influence on the deviatoric strain modulus G_s . The spherical stress affects mainly the volume change of rock. The deviatoric stress affects mainly the rock distortion, and plays an important role in rock failure. The plastic deformation of the sandstone is mainly affected by the Lode angle and the flow direction θ_s is equal to $(\theta_\sigma + \pi / 2)$.

Key words: rock mechanics; true triaxial stress conditions; spherical stress; deviatoric stress; deformation; stress Lode angle

收稿日期: 2016 - 12 - 08; **修回日期:** 2017 - 05 - 17

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51434003, 51374256)

Supported by the National Nature Science Foundation of China(Grant Nos. 51434003 and 51374256)

作者简介: 尹光志(1962 -), 男, 1982 年毕业于重庆大学矿山物理专业, 现任教授、博士生导师, 主要从事矿山岩体力学、渗流力学及煤与瓦斯共采理论方面的教学与研究工作。E-mail: gzyin@cqu.edu.cn

DOI: 10.13722/j.cnki.jrme.2017.0036

1 引言

岩石在应力作用下的变形、强度等相关力学性质,一直是岩石力学试验研究的重点。但现有大量试验多是以圆柱体试样在轴对称应力($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$)条件下进行的,因此忽略了中间主应力 σ_2 的影响,这与实际地应力状况不相符^[1]。随着大量地下巷道、硐室、储油库、储气库及核废料库等的兴建,推动和促进了深部岩体力学的发展。国内外大量地应力测量结果表明,由浅部到中深部地应力表现出的各向异性更加明显,且中间主应力对岩石的强度存在重要影响($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$)^[2-4]。

现有大量试验结果表明,岩石的变形、强度等具有明显的中间主应力效应^[5-6]。B. Haimson 和 C. Chang^[7]进行的花岗岩真三轴试验结果表明,从 $\sigma_2 = \sigma_3$ 开始,随着中间主应力的增大,花岗岩的强度先升高至最大值后逐渐下降,但始终高于常规三轴强度。B. Haimson 等^[8-10]开展了高孔隙度砂岩在不同地应力状态、孔径、钻进速度、冲洗液流速条件下钻孔孔壁破坏形态的研究。M. H. Li 等^[11-12]研究了真三轴应力条件下页岩的水力压裂裂纹扩展、破坏形态及 CH_4 气体渗透特性,结果表明3个主应力对页岩的渗透率影响效果不同。尹光志等^[13]研究了真三轴应力条件下层状复合岩石的强度及破坏特征,并提出了层状复合岩石的强度准则。为了更好地描述真三轴应力下岩石的强度特征,许多学者提出了考虑中主应力影响的强度准则,如:改进的 Wiebols-Cook 准则^[14]、Lade 准则(LC)^[15]、修正 Lade 准则(MLC)^[16]、Mogi 1967 准则^[17]和 Mogi 1971^[18]、修正非线性 Mohr-Coulomb 准则^[19]等。C. Zhang 等^[2, 4, 20-21]对真三轴应力条件下岩石的强度及各强度准则的适用性也进行了大量研究。塑性力学理论认为,球应力(平均应力 p)主要改变材料的体积变化,而偏应力(广义剪应力 q)主要影响材料的形状变化。但上述真三轴试验都是在主应力轴固定的条件下进行的,且没有考虑应力 Lode 角变化对岩石变形、强度、微裂隙发育、破坏形态等性质的影响。

在岩土工程领域,由于各种自然条件及人类工程活动的影响,地应力状态常会发生复杂的变化。K. Ishihara 和 I. Towhata^[22]指出土体受到诸如交通、地震、波浪荷载作用时,不仅主应力幅值会随时间发生变化,应力主轴也会产生变化。现有试验结果

表明,主应力轴改变及应力 Lode 角变化均会产生一定的塑性应变累计^[23-25]。关于应力 Lode 角变化对土类材料变形性质影响的研究,已有一定的进展,但在岩石类材料领域研究甚少。因此研究应力 Lode 角变化条件下岩石变形及强度等方面的特性,对于工程设计具有重要的意义。本文基于自主研发的真三轴流固耦合试验系统,进行了保持球应力、偏应力不变而改变应力 Lode 角试验,分析了应力 Lode 角变化对岩石变形特性的影响。

2 试验样品及装置

2.1 试验样品

试验所用砂岩岩样取自重庆石柱地区均质性良好的完整岩块,用切割机将岩石切割成 $100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$ 的正方体试件,然后利用磨床将试件打磨至不平行度和不垂直度均小于 0.02 mm ,见图 1。



图1 试验试件图

Fig.1 Picture of specimens for testing

2.2 试验装置

试验采用自主研发的“多功能真三轴流固耦合试验系统”,如图 2 所示。

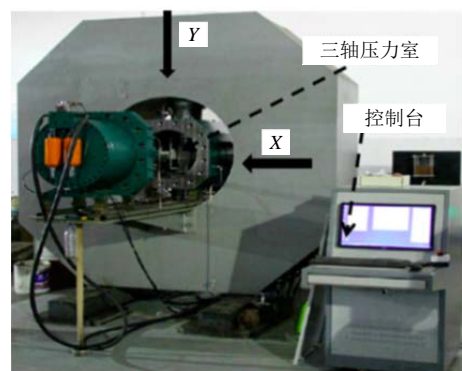


图2 多功能真三轴流固耦合试验系统

Fig.2 True triaxial experimental system for fluid-solid coupling

该装置由框架式机架、真三轴压力室、加载系统、内密封渗流系统、控制和数据测量、采集系统及声发射监测系统等组成, 可进行应力场、渗流场等多物理场耦合试验。该装置可在 2 个方向(水平 X 方向、竖直 Y 方向)分别提供 6 000 kN, 一个方向(水平 Z 方向)提供 4 000 kN 的载荷。装置加载系统采用高压油源和增压器提供, 为提高控制精度, 采用高精度 MOOG 伺服阀及蓄能器辅助, 可实现力、位移、力 - 位移多种控制方式。同时通过伺服增压系统, 最大可提供 60 MPa 的流体压力。试验试件最大尺寸可达到 200 mm×200 mm×200 mm, 试件变形由高精度位移传感器配合采集卡监测和记录。

3 试验方案

为了研究应力 Lode 角变化对砂岩变形特性的影响, 进行了如下试验:

(1) 系列 I: 等 $q(q = 36 \text{ MPa})$, 不等 $p(M = 0.72, 0.8, 1.0, 1.2)$ 试验。

(2) 系列 II: 等 $p(p = 50 \text{ MPa})$, 不等 $q(M = 0.72, 0.8, 1.0, 1.2)$ 试验。由主应力关系知:

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (1)$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (2)$$

由式(1), (2)及 Lode 角关系可知:

$$\begin{cases} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{cases} = \begin{cases} p \\ p \\ p \end{cases} + \frac{2}{3}q \begin{cases} \sin\left(\theta_\sigma + \frac{2}{3}\pi\right) \\ \sin\theta_\sigma \\ \sin\left(\theta_\sigma - \frac{2}{3}\pi\right) \end{cases} \quad (3)$$

式中: p 为平均应力, q 为偏应力, θ_σ 为应力 Lode 角。

试验前先分级加到静水压力 $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 30 \text{ MPa}$, 然后再分步加载到初始应力水平($\theta_\sigma = -30^\circ$)。随后依次加载到设定值, θ_σ 每变化 10° 为 1 个监测点。图 3(a)为试验中的应力加载图(以 $p = 50 \text{ MPa}$, $q = 36 \text{ MPa}$ 为例), 图 3(b), (c)分别为系列 I, II 应力空间图, 试验过程中实时控制 3 个主应力的大小。由式(3)得三个主应力的大小变化关系及空间分区如图 4 所示, θ_σ 每变化 60° 为一个区域, 共分为 6 个区域。其中, X, Y, Z 为由初始应力大小确定的主应力方向, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 为 3 个主应力的大小。

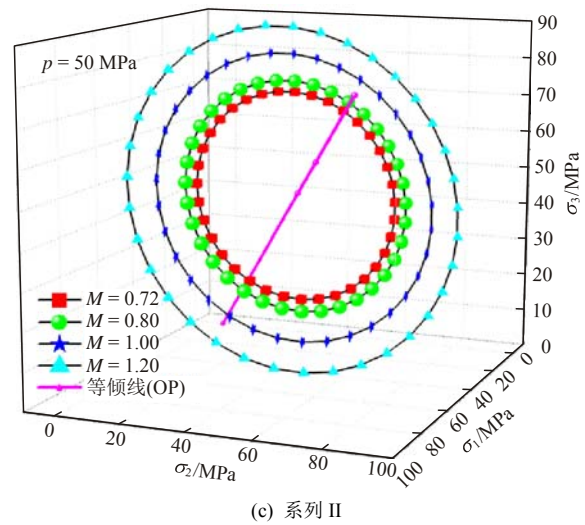
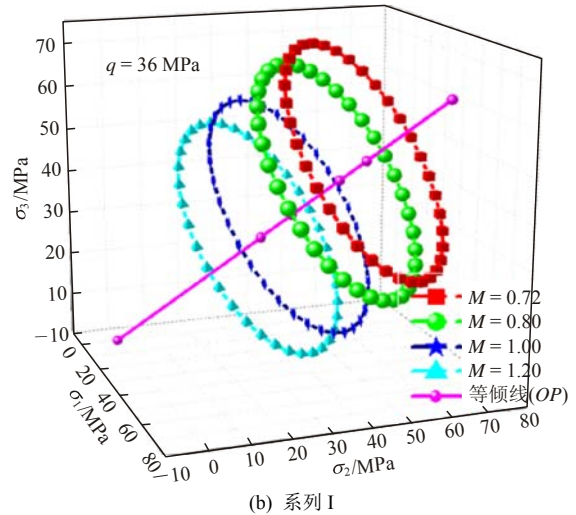
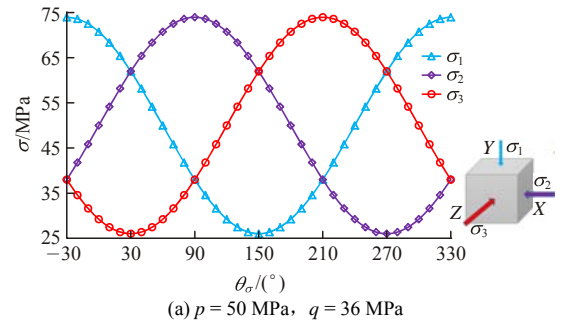


图 3 应力加载图及应力空间图

Fig.3 Stress loading and stress space diagrams

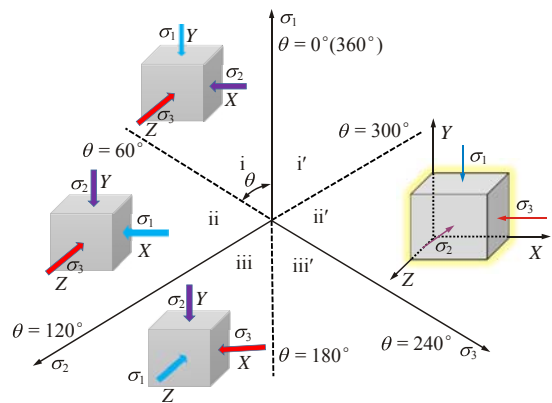


图 4 主应力状态空间分区图

Fig.4 Partition of the principal stress state space

4 试验结果分析

4.1 等 q 不等 p 试验(系列 I)

系列 I 中, 不同偏应力比条件下 3 个方向的应变 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ 及体应变 ε_v 与应力 Lode 角 θ_σ 的关系曲线如图 5 所示。

由图 5 可知, 3 个主应变在应力 Lode 角变化过程中表现出不同的差异, 加载最终都产生了不可恢复的变形, 且最终变形的大小随主应力大小、偏应力比的不同而表现出较大差异。其中, M 由 0.72 增加到 1.2 时, 3 个方向最终的塑性应变依次由 0.036%, 0.613%, 0.621% 降低到了 0.003%, 0.047%, 0.130%。具体分析如下:

(1) 由图 5(a)可知, 应力 Lode 角变化过程中, 在 σ_1 方向产生的应变 ε_1 主要以膨胀变形为主, 且随偏应力比 M 的增大呈增加趋势。不同偏应力比 M 条件下的应变 ε_1 均在 $(-30^\circ, 30^\circ)$ 区域内变化缓慢, 且差异较小。在 $(30^\circ, 150^\circ)$ 区域内膨胀变形增长较快, 在 $\theta_\sigma = 150^\circ$ 时达到最大值, 随后应变开始反向发展。 $\theta_\sigma > 150^\circ$ 后, 膨胀变形又逐渐变小, 并在 $\theta_\sigma = 300^\circ$ 后出现一定的压缩变形。对比图 3(a)应力加载曲线可知, ε_1 与 σ_1 有较好的同步性。偏应力比 M 越小出现压缩变形时的 θ_σ 越小, 且最终产生的塑性

变形越大。在偏应力比 M 较大(p 较小)时, 几乎不产生塑性变形, 当 M 较小(p 较大)时, 有较大的塑性变形, 但相较于 $\varepsilon_2, \varepsilon_3$ 仍然较小。因为 σ_1 的初始应力较 σ_2, σ_3 大, 相应地对 σ_1 方向的原生微孔隙结构影响越大。

(2) 由图 5(b)可知, 应力 Lode 角变化过程中, σ_2 方向的应变 ε_2 主要以压缩变形为主, 在偏应力比 M 较大时, 在 θ_σ 为 $(240^\circ, 300^\circ)$ 区间内, 会产生一定的膨胀变形, 但最终仍是压缩变形。 ε_2 在 $\theta_\sigma = 120^\circ$ 时压缩变形达到最大值, 且出现第一次反向发展, 在 $\theta_\sigma = 270^\circ$ 时出现第二次反向发展。由图 5(c)可以看出, 应力 Lode 角旋转过程中, 在 σ_3 方向的应变 ε_3 在 $(-30^\circ, 90^\circ)$ 区间内为膨胀变形, 在 $\theta_\sigma = 30^\circ$ 附近达到最大值, 随后应变开始反向发展。在 $\theta_\sigma > 90^\circ$ 后, 应变逐渐变为压缩变形, 在 $\theta_\sigma = 210^\circ$ 时达到最大值, 之后应变再次反向发展。 $\varepsilon_2, \varepsilon_3$ 最终的变形均为压缩变形, 且塑性变形均随偏应力比 M 的减小而增大, 二者大小基本相等。其中 ε_2 峰值与 σ_2 峰值存在一定的滞后性, ε_3 谷值与 σ_3 谷值同样存在滞后。原因可能为: 岩石内部的多空隙性导致的空隙压缩不可完全恢复性和加载产生塑性变形后导致后期变形的各向异性和变形累计效应, 各个方向的变形特性也会出现差异。

(3) 图 5(d)为系列 I 的体应变关系曲线, 其中,

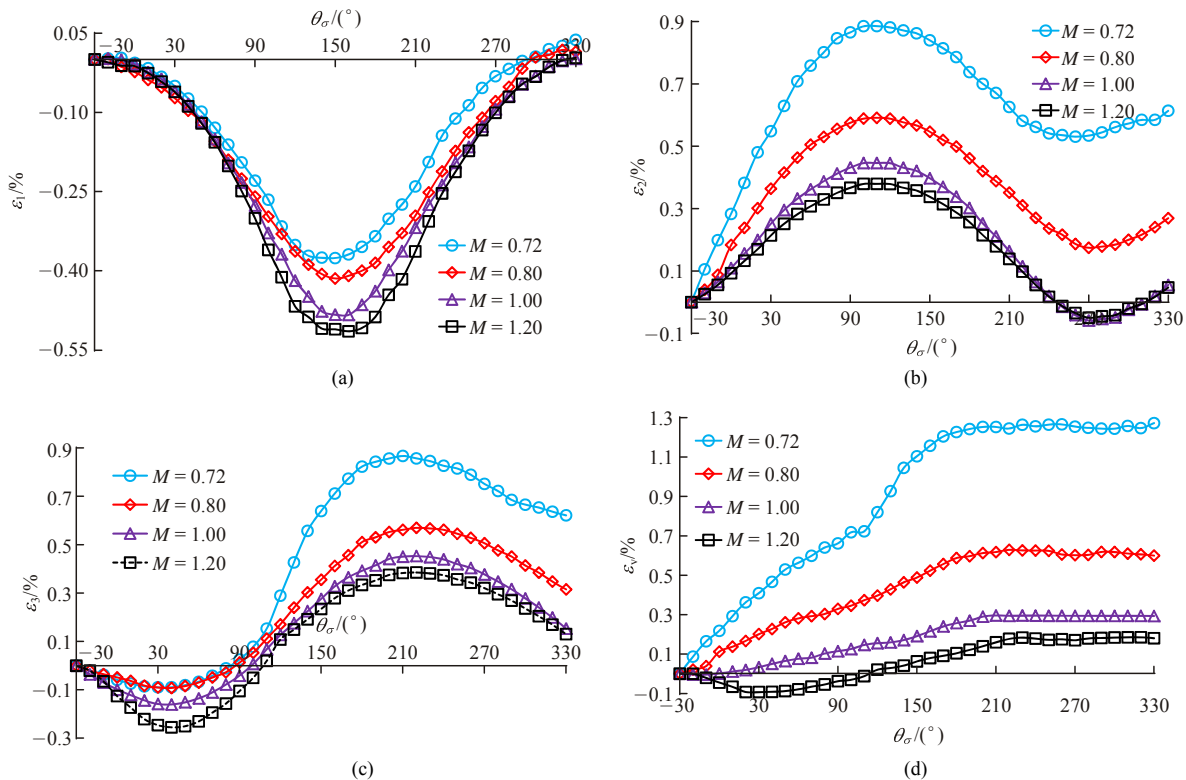


图 5 系列 I 的 Lode 角 - 应变关系曲线($q = 36 \text{ MPa}$)

Fig.5 Curves of Lode angle varied with the strain in experiment series I ($q = 36 \text{ MPa}$)

体积应变为 $\varepsilon_v = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$ 。由图 5(d)可知, 在偏应力比 M 较大($M = 1.2$)时, ε_v 在 $\theta_\sigma = (-30^\circ, 90^\circ)$ 区域内出现了部分膨胀变形。而偏应力比 M 较小时, 整个过程中均为压缩变形, 且体积压缩逐渐变大, 在 $\theta_\sigma = 210^\circ$ 时达到最大值, 随后基本保持不变, 最终的塑性体积应变随偏应力比 M 的减小而增大。随着 M 的增大, 应变对 θ_σ 的响应有增加趋势, 且在应力区间转换处, 由于 3 个应力相对大小改变, 导致应变存在较为明显的转折, 在 $M = 1.2$ 时尤为突出。原因可能为: 偏应力相等时, 球应力越大, 对岩石内部的原生微孔隙及岩石骨架结构压缩作用越大; 孔隙、裂隙压密更明显, 产生更多的裂隙, 最终塑性变形越大。在 $\theta_\sigma = 210^\circ$ 时, 3 个主应力都分别经历了最大应力, 相应地 3 个方向都经历了最大程度的压缩变形, 体应变达到最大值。 $\theta_\sigma \geq 210^\circ$ 后, 随着应力 Lode 角的变化, 岩石由加载引起的压缩变形与卸载引起的膨胀变形达到相对平衡状态, 体应变基本不变。可见, 球应力对岩石体积变化的影响有一定的区间效应。

4.2 等 p 不等 q 试验(系列 II)

图 6 为系列 II 应变 - 应力 Lode 角关系。由图 6 可知, 同一偏应力比试验中 3 个方向的应变 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ 及体应变 ε_v , 随应力 Lode 角 θ_σ 的变化趋势及拐点与系列 I 所述基本一致, 且应变与应力的非完全同步特征点也一致。但又存在许多不同之处:

(1) 在偏应力比 M 较小($M = 0.72, 0.80$)时, 随着偏应力比的增大, ε_1 的膨胀变形随之增大(最终为压缩), ε_2 的压缩变形及 ε_3 的压缩变形($-30^\circ, 90^\circ$)为膨胀变形)均随之减小, 且最终的塑性压缩变形均减小。其中, M 由 0.72 增加到 0.80 时, 3 个方向最终的塑性应变依次由 0.036%, 0.613%, 0.621% 降低到了 0.005%, 0.369%, 0.373%。

(2) 当偏应力比较大($M = 1.0, 1.2$)时, $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ 较 $M = 0.72, 0.80$ 时有明显的增大, 应力 Lode 角相同时, 偏应力比 M 增大, 应变表现为先减小后增大的趋势。其中, M 由 0.80 增加到 1.00 时, 3 个方向最终的塑性应变依次由 0.005%, 0.369%, 0.373% 增加到了 0.099%, 0.671%, 0.818%。随着偏应力比 M 的增大, 岩石内部裂纹得到较大程度的发育, 因此其应变增加的幅度越大; $M = 1.20$ 时, 试件在 $\theta_\sigma = 140^\circ$ 处稳定较短时间后失稳破坏。可见, 偏应力对岩石的破坏起着重要作用。

试件受外载作用时, 在试件部分区域形成应力集中区, 颗粒间的黏结断裂, 产生微裂纹; 随应力 Lode 角的旋转, 岩石内部不断萌生新的裂纹, 微裂纹逐渐汇集、贯通, 形成宏观破坏面。试样破坏前后 CT 扫描形态见图 7, 由图可见: 在应力 Lode 角旋转试验中, 岩石破坏后, 形成了多条近似垂直于 σ_3 方向而平行于 σ_1, σ_2 方向的破坏面, 且破坏面间存在较多贯穿裂纹。 θ_σ 在 $(-30^\circ, 140^\circ)$ 区域时,

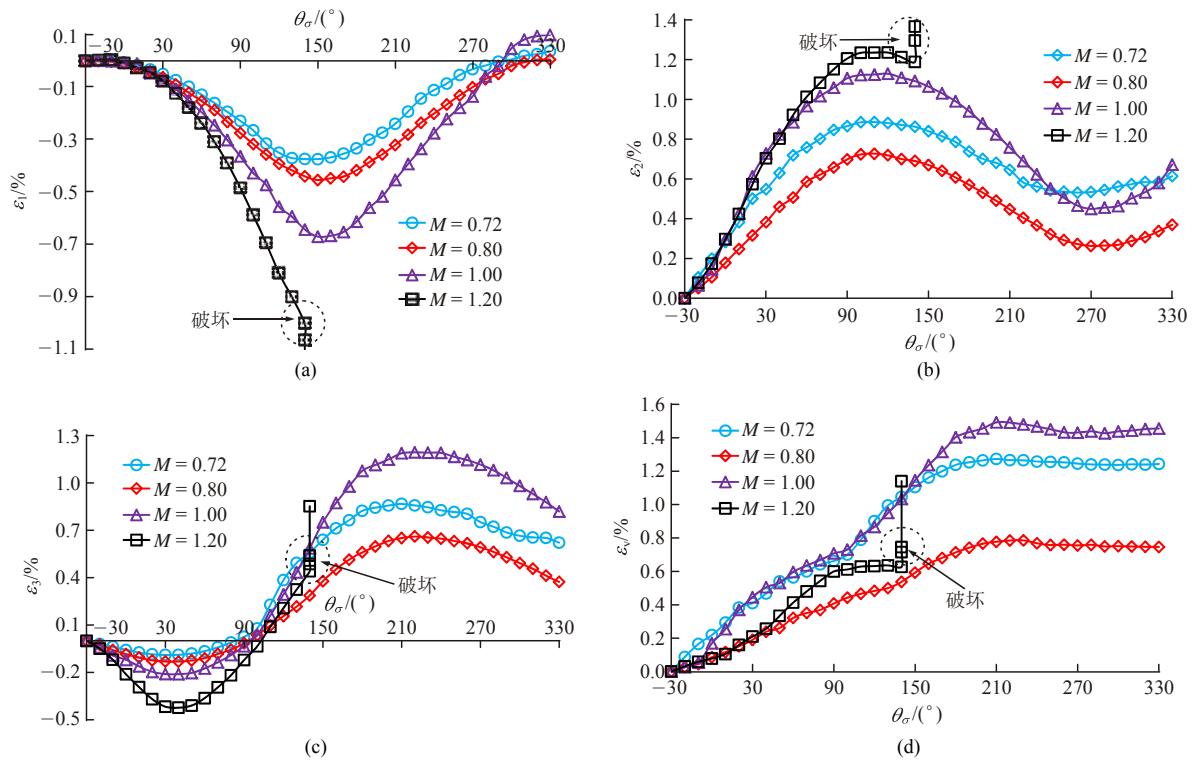


图 6 系列 II 的 Lode 角 - 应变关系曲线($p = 50 \text{ MPa}$)

Fig.6 Curves of lode angle varied with the strain of experiment series II ($p = 50 \text{ MPa}$)

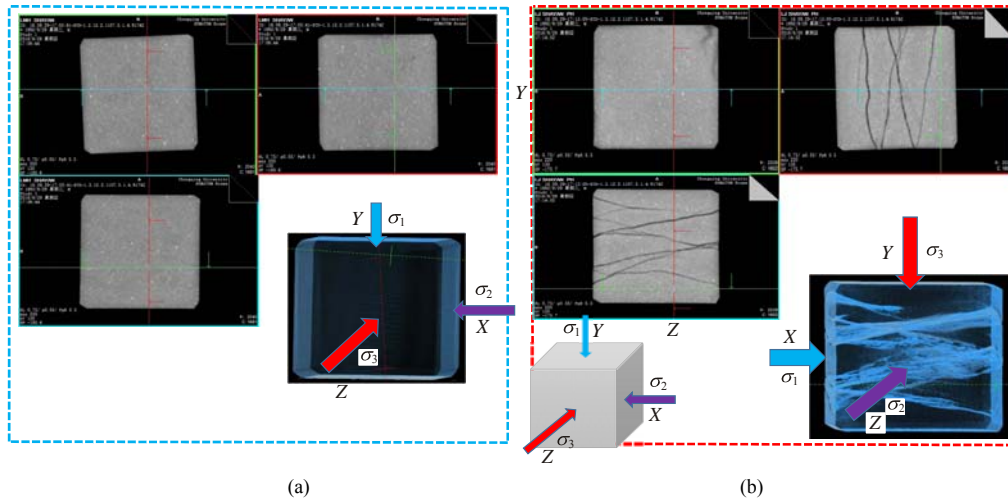


图7 试样破坏前、后 CT 扫描形态图
Fig.7 CT scan images of samples before and after experiment

Y 方向为卸载, X 方向为加载, Z 方向也主要为加载, 且在 $\theta_\sigma \geq 90^\circ$ 后, Y 方向应力小于 X, Z 方向应力, 而裂纹发育扩展倾向于应力卸载以及垂直于最小主应力方向。综合上述因素, 即裂纹扩展主要集中在垂直于 σ_3 方向, 因此最终形成与 σ_3 方向有一定倾角而平行于 σ_1, σ_2 方向的张拉破坏面。

分析原因, 球应力 p 相等, 在偏应力比较小(本试验中 $M < 1$)时, 岩石所受应力状态处于孔隙、裂隙压密、弹性变形及微裂隙稳定发育段, 裂隙发育程度较低, 主要仍表现为压密和弹性, 随着 M 的增大, 相应的由初始应力引起的孔隙压密效应越大, 因此后期加载应变表现为压缩减弱。随着偏应力 M 的继续增大(本试验中 $M \geq 1$), 由偏应力引起的裂纹扩展效应得到较大的体现, 岩石内部微孔隙、裂纹汇合、贯通, 相应的膨胀、压缩变形均得到加强, 因此 $M = 1.00, 1.20$ 时, 应变幅度变化较大, 且在 $M = 1.20$ 时发生破坏。

4.3 偏应变特征

砂岩是一种物质成分组成、微孔隙结构分布相对均匀的多孔介质, 但由于应力场的差异导致各个方向的应变、孔隙裂隙分布具有各向异性, 因此会产生偏应变。偏应变按下式计算:

$$\varepsilon_s = \frac{1}{3} \sqrt{2[(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2]} \quad (4)$$

系列 I、系列 II 的偏应变如图 8 所示。在 2 个系列试验中, 偏应变均随着 θ_σ 的增大而呈现先增大后减小的趋势, 在 $\theta_\sigma = 180^\circ$ 附近达到最大值, 且最终都存在残余偏应变。在应力 Lode 角 θ_σ 相等时, 系列 I 中的偏应变 ε_s 随着 M 的增大而逐渐减小; 系列 II 的偏应变随着 M 的增大而出现先减小后增大的趋势。

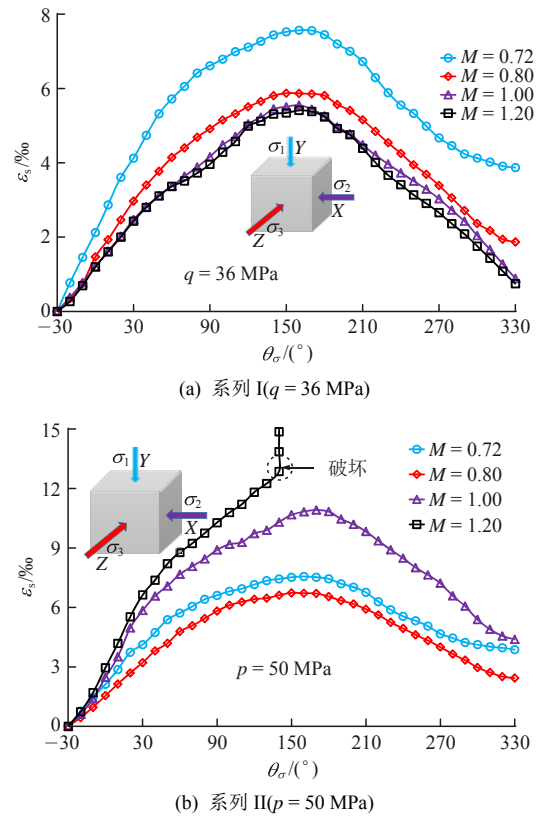


图8 系列 I, II 的 Lode 角 - 偏应变关系
Fig.8 Curves of lode angle varied with deviatoric strain of experiment series I and II

系列 I 中偏应力 q 相同, 随着 M 的增大, 3 个主应力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 逐渐减小, 因此在 3 个方向的应变也逐渐减小, 相应地偏应变呈减小趋势。且 M 较大时, 岩石可能处于弹性段, 不同的 M 时偏应变差别较小, 如 $M = 1.00, 1.20$ 。系列 II 中球应力 p 相等, 岩石处于压密与弹性阶段时, 随着 M 的增大, 初始应力状态压密作用明显, 后期加载 3 个主应变变化差异相对较小, 所以 M 从 0.72 增加到 0.80 时,

偏应变表现为减小; M 继续增大, 岩石处于后弹性及裂隙发育阶段, 后期由较大的偏应力引起的裂隙发育及应力 Lode 角旋转过程中产生的岩石内部裂纹扩展造成的应变差异较大, 因此在 $M = 1.00, 1.20$ 时, 偏应变反而呈增大趋势。

4.4 变形模量特征

(1) 体积变形模量特性

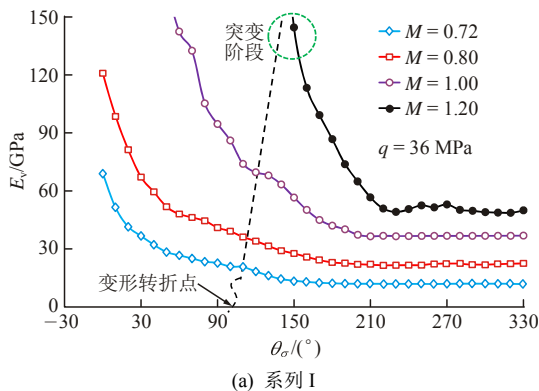
岩石的体积变形模量可直观反映岩石的体积变化对外载荷的响应特性。定义体积变形模量为体应力与体应变的割线模量, 由下式计算:

$$E_v = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\varepsilon_v} = \frac{3p}{\varepsilon_v} \quad (5)$$

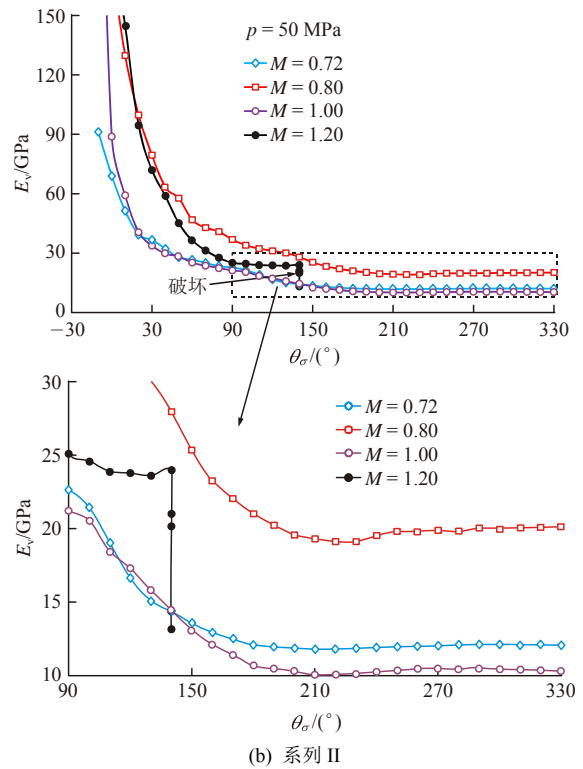
其值越大, 表明岩石的体积变形越小, 体积变化响应越小, 反之越大。

体积变形模量随应力 Lode 角关系曲线如图 9 所示。由图可知, 2 组试验中, 体积变形模量整体上均随应力 Lode 角的增大在 $(-30^\circ, 90^\circ)$ 区间内表现为快速降低, 即在此区间内体应变对应力 Lode 的响应有增加趋势, 变形逐渐增大; 在 $(90^\circ, 210^\circ)$ 区间内 E_v 呈现为缓慢减小, 表明其响应特性有减缓趋势; 在 $(210^\circ, 330^\circ)$ 区间内, E_v 基本趋于平衡状态, 即在 $\theta_\sigma > 210^\circ$, 应力 Lode 角的继续变化对体应变的响应特性影响较小。此变化规律与施维成等^[23]中关于粗粒土在类似试验条件下体应变的变化规律基本一致。分析认为, 在 $\theta_\sigma > 210^\circ$ 时, 3 个方向均经历了最大应力作用, 其应力对岩石的变形作用占了整个区间的 2/3, Lode 角对体应变模量的影响可能逐渐趋于稳定。

本文几组试验的初始应力状态均为 $\theta_\sigma = -30^\circ$, 因为在 $q = 36 \text{ MPa}$, $M = 1.20$ 时, 体应变在 Lode 角较小时出现了部分膨胀变形, 因此体应变模量在 θ_σ 较小时出现了负值, 且在体应变由扩容转为压缩时出现了突变跳跃现象。此外, 在偏应力相等时, 体积变形模量随偏应力比 M 的增大而呈现增大趋势, 即体应变的响应对球应力的增大表现为减小趋势。在球应力相等时, E_v 随 M 的增大表现为先减



(a) 系列 I



(b) 系列 II

图 9 系列 I, II 的 Lode 角体应变模量

Fig.9 Relation curves of Lode angle and volume strain modulus of experiment series I and II

小后增大, 这与岩石在不同偏应力水平发生塑性变形和裂纹发育情况密切相关。

(2) 偏应变模量特性

变形模量可以反映岩石的变形对应力的响应特性。定义偏应力 q 与偏应变 ε_s 的比值为偏应变模量 G_s , 即

$$G_s = q / \varepsilon_s \quad (6)$$

这里, G_s 表示复杂应力路径下岩石产生单位偏应变 ε_s 所需要的偏应力, 其值越大表明岩石变形差异越小, 反之越大。

偏应变模量 G_s 随应力 Lode 角 θ_σ 的变化关系如图 10 所示。由图 10 可知, 2 个系列试验中, 砂岩的偏应变模量均呈现出先减小后增大的趋势, 在 $\theta_\sigma = 180^\circ$ 处达到最小值。2 个系列试验中, 均在 $(-30^\circ, 90^\circ) \cup (210^\circ, 330^\circ)$ 区间内呈现较快的变化趋势, 说明在此区间内, 岩石变形表现为较强的各向异性。系列 I 中 ($q = 36 \text{ MPa}$), 在 M 较小时, 偏应变模量变化曲线表现为“勺”形, 在 M 较大时表现为“U”形, 系列 II 中均表现为“勺”形。

此外, 偏应力比的大小对偏应变模量的变化也有影响。由图 10 可知, 偏应力相等时, 偏应力比 M 越大, G_s 越大; 球应力相等时, G_s 随偏应力比 M 增大表现为先增大后减小的趋势, 当 M 较大时, 由于试件发生破坏, G_s 表现为急速减小。由此可见, 应力

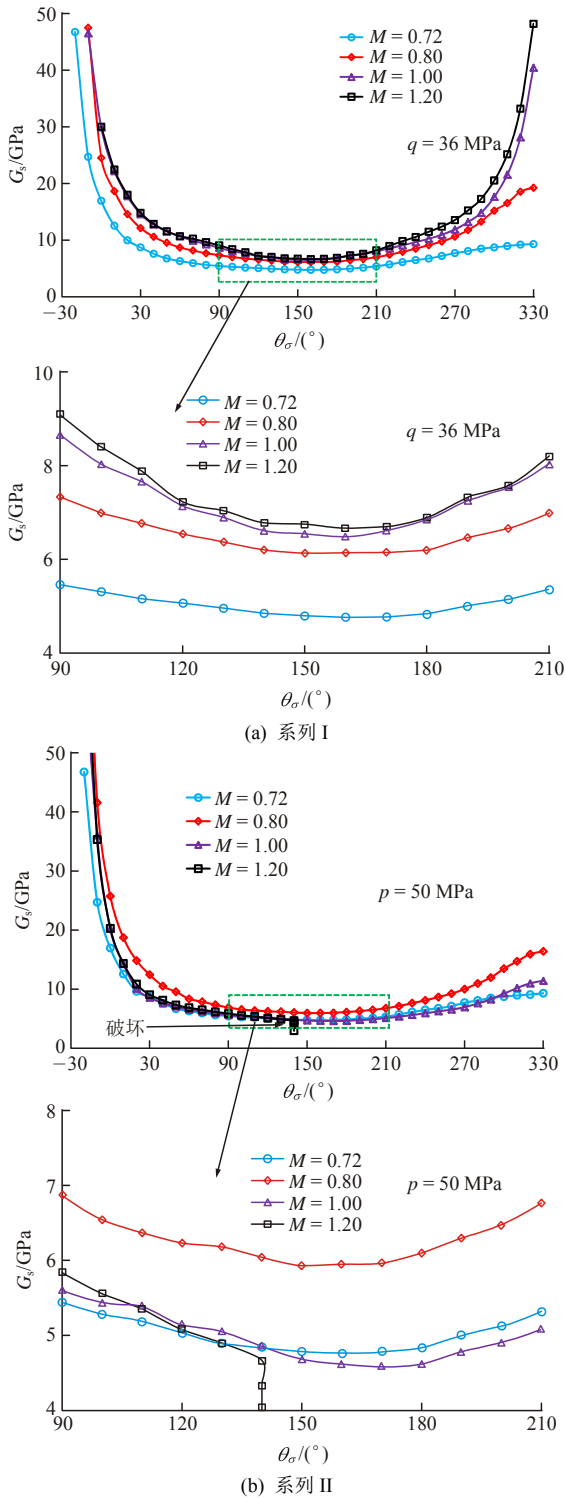


图 10 系列 I, II 的 Lode 角 - 偏应变模量关系

Fig.10 Relation curves of Lode angle and deviatoric modulus of series I and II

Lode 角变化及大偏应力比对岩石的变形及破坏存在较大影响, 在实际工程中这一现象需要被重视。

5 讨论

5.1 塑形变形特性

在现有较多的屈服模型中, 如单屈服面模型、

双屈服面等多屈服面模型, 大多均未考虑应力 Lode 角对屈服轨迹的影响和 Lode 角方向的塑性剪应变。在 p, q, θ 空间中, 其对应的屈服面分为体积屈服面 ε_v^p , 剪切屈服面 $\gamma_q^p, \gamma_\theta^p$ 。当 3 个屈服面分别取与正交坐标系 p, q, θ 垂直的平面为塑性势面, 当采用等向强化模型时, 各塑性应变分量矢量关系在 π 平面投影可由图 11 表示。由图 11 可知:

$$\left. \begin{aligned} d\gamma_\theta^p &= df_\theta(p, q, \theta_\sigma) = d\gamma^p \sin \alpha \\ d\gamma_q^p &= df_q(p, q, \theta_\sigma) = d\gamma^p \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中: α 为总剪切应变增量矢量 $d\gamma^p$ 与应力增量矢量方向 dq 的偏转角, α 主要受 q 的影响, 可通过径向加载路径试验拟合求解。

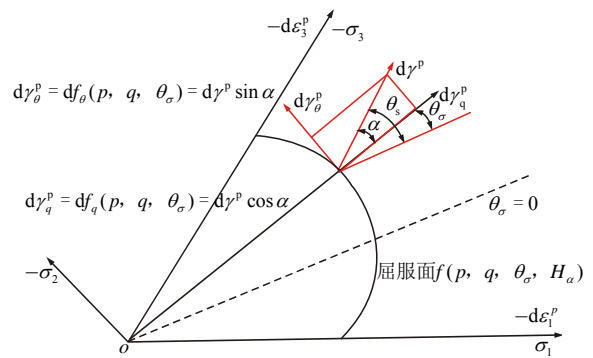


图 11 π 平面塑性剪应变增量的矢量关系

Fig.11 The relation of incremental vectors of the plastic shear strains on the plane π

对于一般岩石类材料, 其破坏轨迹可用 MLC 准则较好地反映。MLC 准则在 π 平面投影为一对称外凸曲边三角形, 如图 12 所示。岩石屈服变形是其内部裂隙发育导致最终破坏的前兆, 因此岩石的屈服轨迹特征应与其破坏轨迹在形式上一致。在本文试验中, p, q 值保持不变, 加载轨迹在 π 平面投影为以原点为圆心, 半径等于 q 的圆, 如图 12 中圆 A, B。在同一 π 平面上, 当 q 较小, 位于屈服曲线内

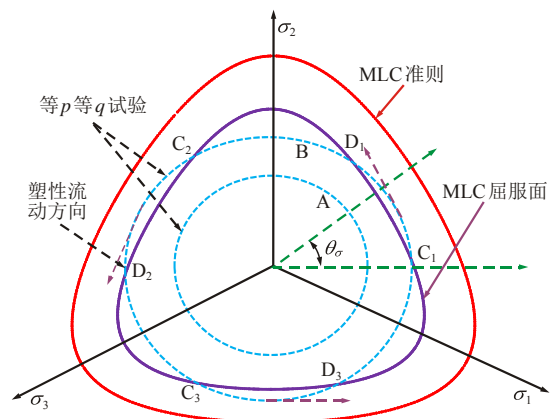


图 12 π 平面屈服轨迹关系

Fig.12 Yield trajectory relationship on the plane π

部时不产生塑性变形, 如圆 A 所示。当 q 值较大, 与屈服曲线相交时则产生塑性变形, 如圆 B 中的 $(C_i \sim D_i)$ 部分。由图 12 可知, 当 p, q 一定时, 由于 Lode 角的不同, 在某些区间内会产生塑性变形, 某些区间则不会。同时, 结合图 11 可知, 由于偏应力增量 $dq = 0$, 因此忽略 q 的影响, 则其塑性流动方向 θ_s 为屈服曲线切线方向, 如图 12 中箭头方向所示, 即 $\theta_s = \theta_\sigma + \pi/2$ 。

岩石一旦产生塑性变形, 在后期的加卸载过程中不能完全恢复且会产生累计, 随着 Lode 角的变化, 塑性变形的方向和大小也会有差异。因此应变对应力的响应就会出现差异和非同步性, 这也就导致了应变随 Lode 角变化出现滞后性和非对称性。

参考郑颖人等^[26-28]关于沙土类材料塑性本构关系的研究及 Lade 提出的 MLC 准则及其剪切屈服面特征, 给出如下形式的屈服关系:

$$f_p = \frac{(I_1')^3}{I_3'} - 27 \quad (8)$$

其中,

$$\left. \begin{aligned} I_1' &= (\sigma_1 + S_a - P_p) + (\sigma_2 + S_a - P_p) + (\sigma_3 + S_a - P_p) \\ I_3' &= (\sigma_1 + S_a - P_p)(\sigma_2 + S_a - P_p)(\sigma_3 + S_a - P_p) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中: f_p, S_a 为与材料性质有关的参数; P_p 为流体压力; $S_a = \frac{c}{\tan \phi}$ 。在剪切破坏时: $f_p = \eta, \eta = 4 \tan^2 \phi \frac{9-7 \sin \phi}{1-\sin \phi}$; 发生塑性屈服时, $0 \leq f_p \leq \eta$ 。

式(8)可改写为

$$(I_1')^3 - \lambda I_3' = 0 \quad (10)$$

其中,

$$\lambda = f_p + 27 \quad (11)$$

令 $A = \sqrt{\frac{\lambda - 27}{\lambda}}$, 于是式(10)的解析解为

$$J_2' = \frac{AI_1'}{2\sqrt{3}} g(\theta_\sigma) \quad (12)$$

式(12)中角隅函数 $g(\theta_\sigma)$ 被表达为

$$g(\theta_\sigma) = \frac{1}{\sin \left[\frac{\pi}{3} + \frac{1}{3} \sin^{-1} [A \sin(3\theta_\sigma)] \right]} \quad \left(-\frac{\pi}{6} \leq \theta_\sigma \leq \frac{\pi}{6} \right) \quad (13)$$

基于上述分析可知, 通过进行不同应力条件下的真三轴试验, 得到不同试验条件下岩石屈服时的 $I_1', \theta_\sigma, J_2'$ 后, 通过式(11), (12)拟合反解出参数 A, f_p 。可通过等 I_1' 等 θ_σ 试验得到岩石屈服的各应

力值, 拟合求出 $f_p(c, \phi)$, 推广到不同 c, ϕ 值的材料进行大量试验得到 $f_p(c, \phi)$ 的函数表达式。求解关键在于如何精确确定岩石的屈服应力值点, 具体求解及适用有待进一步大量试验验证。

5.2 强度特性

目前关于真三轴应力条件下岩石的物理力学性质研究, 主要集中于中间主应力对岩石的强度特性影响方面。其中, 中间主应力对岩石强度影响特性可用图 13(a)体现。具体分析如下:

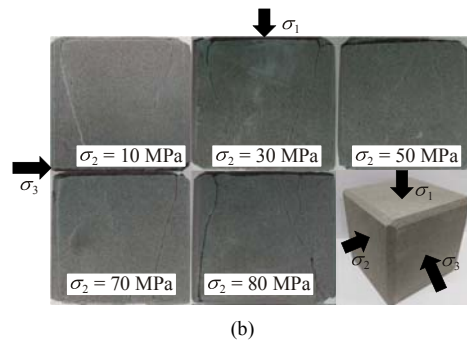
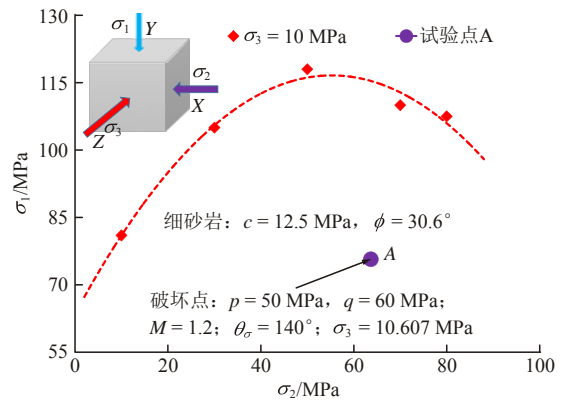


图 13 常规真三轴强度及破坏特征

Fig.13 Strengths and broken patterns of sandstone under conventional true triaxial compression loading condition

图 13(a)为保持 $\sigma_3 = 10 \text{ MPa}$ 不变, 改变中间主应力 σ_2 条件下的强度曲线。由图可知, 在最小主应力不变的条件下, 砂岩的强度随中间主应力 σ_2 的增加而呈现先增加后降低的趋势。破坏时, 形成与 σ_1 成较大倾斜角度的急倾斜破坏面, 如图 13(b)所示 (试件尺寸: $100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$)。系列 II 中, 试件在 $\theta_\sigma = 140^\circ$ 发生破坏时, 对应的应力依次为: $\sigma_1 = 75.71 \text{ MPa}, \sigma_2 = 63.68 \text{ MPa}, \sigma_3 = 10.607 \text{ MPa}$ 。对比图 13(a)可见, 在应力 Lode 角旋转过程中, 岩石发生破坏时的强度明显降低了许多, 且破坏时破裂面形态更加复杂, 这与 θ_σ 变化过程中在 $(\theta_\sigma + \pi/2)$ 方向产生塑性流动变形累计密切相关。

在实际工程中, 岩石主要受到3个应力的影响, 已有研究及本文试验结果表明: (1) 中间主应力对岩石强度、变形等性质有重要影响; (2) 3个主应力对岩石变形、破坏等力学性质的影响存在较大差异, 即其各自的影响范围及效应不同。此外, 岩石受力状态并不是单一的加载或卸载路径, 而是呈现复杂多样的应力变化。本文试验结果表明, 岩石在复杂应力作用下由于塑性变形累计, 其相关变形、强度等物理性质均会发生改变。在实际工程设计中, 若受力条件复杂则应对强度进行弱化处理。因此探究应力 Lode 角旋转条件下岩石的变形等性质对实际工程中岩石受扰动应力、地震等载荷形式后的相关力学性质有重要意义。同时, 与此相关的岩石塑性理论及试验有待进一步深入研究。

6 结 论

本文研究了真三轴应力条件下, 保持球应力和偏应力不变而改变应力 Lode 角试验, 结果表明: 应力 Lode 角旋转对岩石的变形有较大影响。当应力 Lode 角旋转一周回到初始状态后, 产生了不可恢复的塑性变形, 且球应力、偏应力对变形的影响不同。根据结果, 可得出如下几点结论:

(1) 应力 Lode 角旋转过程中, 3个主应变、体应变均会发生不可恢复的塑性变形。偏应力相等时, 随着偏应力比 M 的增大, 3个主应变和体应变均逐渐增大; 球应力相等时, 3个主应变及体应变随 M 的增大呈现先增大后减小的趋势。

(2) 球应力、偏应力对岩石变形有重要作用。偏应力相等、球应力较小时, 岩石内部以空隙、裂隙以压缩为主导, 随偏应力比 M 的增大, 偏应变表现为递增趋势。当球应力相等、偏应力较大时, 岩石内部以裂纹扩展为主导, 偏应变又会出现增大趋势。

(3) 由于应力 Lode 角的旋转, 岩石内部由应力集中导致的裂纹扩展区不断萌生新的裂纹。球应力相等, 偏应力较大时, 试件会失稳破坏, 破坏形态与 θ_σ 密切相关。在 $\theta_\sigma = 140^\circ$ 破坏时, 最终的破坏形态表现为多个近似垂直于 σ_3 而平行于 σ_1, σ_2 , 且相互贯穿的破坏面。

(4) 偏应力比对偏应变模量 G_s 有较大影响, 岩石的偏应变模量随应力 Lode 角的增大, 呈现先减小后增大的趋势。

本文仅对真三轴应力条件下较小范围内的球应力、偏应力对砂岩变形影响进行了初步研究, 随后

还将对球应力、偏应力在较大范围内变化对岩石变形、破坏的影响进行深入研究, 希望揭开应力 Lode 角旋转对岩石变形影响的深层机制。

参考文献(References):

- [1] HAIMSON B C. The hydrofracturing stress measuring method and recent field results[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Science and Geomechanics Abstracts, 1978, 15(4): 167 - 178.
- [2] ZHANG C, ZHOU H, FENG X. A new interpretation for the polyaxial strength effect of rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2010, 47(3): 496 - 501.
- [3] SENENT S, JIMENEZ R, REYES A. Numerical simulation of the influence of small-scale defects on the true triaxial strength of rock samples[J]. Computers and Geotechnics, 2013, 53: 142 - 156.
- [4] 张传庆, 冯夏庭, 周 辉. 岩石多轴与常规三轴强度的关系[J]. 固体力学学报, 2011, 32(3): 228 - 234. (ZHANG Chuanqing, FENG Xiating, ZHOU Hui. Relationship between polyaxial strength and conventional triaxial strength for rock[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2011, 32(3): 228 - 234. (in Chinese))
- [5] SRIAPAI T, WALSRIC C, FUENKAJORN K. True-triaxial compressive strength of Maha Sarakham salt[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2013, 61: 256 - 265.
- [6] COLMENARES L B, ZOBACK M D. A statistical evaluation of intact rock failure criteria constrained by polyaxial test data for five different rocks[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2002, 39(6): 695 - 729.
- [7] HAIMSON B, CHANG C. A new true triaxial cell for testing mechanical properties of rock and its use to determine rock strength and deformability of westerly granite[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2000, 37(1/2): 285 - 296.
- [8] HAIMSON B, KOVACICH J. Borehole instability in high porosity Berea sandstone and factors affecting dimensions and shape of fracture-like breakouts[J]. Engineering Geology, 2003, 69 (3/4): 219 - 231.
- [9] HAIMSON B, LEE H. Borehole breakouts and compaction bands in two high-porosity sandstones[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004, 41(2): 287 - 301.
- [10] LEE H, MOON T, HAIMSON B C. Borehole breakouts induced in arkosic sandstones and a discrete element analysis[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2016, 49(4): 1369 - 1388.
- [11] LI M, YIN G, XU J, et al. A novel true triaxial apparatus to study the geomechanical and fluid flow aspects of energy exploitations in geological formations[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2016, DOI: 10.1007/s00603-016-1060-7.

- [12] LI M, YIN G, XU J, et al. Permeability evolution of shale under anisotropic true triaxial stress conditions[J]. *International Journal of Coal Geology*, 2016, 165: 142 - 148.
- [13] 尹光志, 李 星, 鲁 俊, 等. 真三轴应力条件下层状复合岩石破坏准则[J]. *岩石力学与工程学报*, 2017, 36(2): 261 - 269. (YIN Guangzhi, LI Xing, LU Jun, et al. A failure criterion for layered composite rock under true triaxial stress conditions[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2017, 36(2): 261 - 269.(in Chinese))
- [14] ZHOU S. A program to model the initial shape and extent of borehole breakout[J]. *Computers and Geosciences*, 1994, 20(7/8): 1 143 - 1 160.
- [15] LADE P. Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1977, 13(11): 1 019 - 1 035.
- [16] EWY R T. Wellbore stability prediction by use of a modified Lade criterion[J]. *Spe Drilling and Completion*, 1999, 14(2): 85 - 91.
- [17] MOGI K. Effect of the intermediate principal stress on rock failure[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1967, 72(72): 5 117 - 5 131.
- [18] MOGI K. Fracture and flow of rocks under high triaxial compression[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1971, 76(5): 1 255 - 1 269.
- [19] SINGH M, RAJ A, SINGH B. Modified Mohr-Coulomb criterion for non-linear triaxial and polyaxial strength of intact rocks[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2012, 48(4): 546 - 555.
- [20] YOU M. True-triaxial strength criteria for rock[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2009, 46(1): 115 - 127.
- [21] YOU M. Comparison of two true-triaxial strength criteria[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2012, 54: 114 - 124.
- [22] ISHIHARA K, I TOWHATA. Sand response to cyclic rotation of principal stress directions as induced by wave loads[J]. *Soils and Foundations* 1983, 23(4): 11 - 26.
- [23] 施维成, 朱俊高, 代国忠, 等. 球应力和偏应力对粗粒土变形影响的真三轴试验研究[J]. *岩土工程学报*, 2015, 37(5): 776 - 783. (SHI Weicheng, ZHU Jungao, DAI Guozhong, et al. True triaxial tests on influence of spherical and deviatoric stresses on deformation of coarse-grained soil[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2015, 37(5): 776 - 783.(in Chinese))
- [24] INAM A, ISKIKAWA T, MIURA S. Effect of principal stress axis rotation on cyclic plastic deformation characteristics of unsaturated base course material[J]. *Soils and Foundations*, 2012, 52(3): 465 - 480.
- [25] BLANC M, DI BENEDETTO H, TIOUJANI S. Deformation characteristics of dry Hostun sand with principal stress axes rotation[J]. *Soils and Foundations*, 2011, 51(4): 749 - 760.
- [26] 郑颖人, 沈珠江, 龚晓南. 岩土塑性力学原理[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002: 49 - 83. (ZHENG Yingren, SHEN Zhujiang, GONG Xiaonan. The principal of geotechnical plastic mechanics[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2002: 49 - 83.(in Chinese))
- [27] 杨雪强, 李彰明, 史宏彦. Lade 体积屈服面模型的合理修正[J]. *工程力学*, 2009, 26(11): 41 - 45. (YANG Xueqiang, LI Zhangming, SHI Hongyan. A reasonable modification for Lade collapse yield model[J]. *Engineering Mechanics*, 2009, 26(11): 41 - 45.(in Chinese))
- [28] 杨雪强, 朱志政, 何世秀. 对 Lade-Duncan, Matsuoka-Nakai 和 Ottosen 等破坏准则的认识[J]. *岩土工程学报*, 2006, 28(3): 337 - 342. (YANG Xueqiang, ZHU Zhizheng, HE Shixiu. Researches on failure criteria of Lade-Duncan, Matsuoka-Nakai and Ottosen[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2006, 28(3): 337 - 342.(in Chinese))