

文章编号: 1000-4750(2017)05-0235-12

颗粒接触摩擦系数空间变异性对 颗粒流双轴数值试验的影响

杨智勇^{1,2}, 曹子君^{1,2}, 李典庆^{1,2}, 方国光^{1,2}

(1. 武汉大学水资源与水电工程科学国家重点实验室, 武汉 430072; 2. 武汉大学水工岩石力学教育部重点实验室, 武汉 430072)

摘要: 提出了考虑颗粒摩擦系数空间变异性的砂土双轴剪切响应分析方法。采用随机场模型表征颗粒摩擦系数空间变异性, 通过 Karhunen-Loève 展开方法离散接触摩擦系数随机场, 编写了基于颗粒流程序 PFC^{2D} 和 MATLAB 的随机模拟耦合分析程序。研究了摩擦系数空间变异性对密砂试样的双轴剪切响应影响规律。结果表明: 1) 提出方法可有效地考虑颗粒间接触摩擦系数变异性对土体材料双轴压缩宏观力学行为影响; 2) 密砂试样在剪切过程中的应力-应变关系曲线、体积-应变关系曲线的变化规律与颗粒间接触摩擦系数不确定性密切相关, 在初始加载阶段随机模拟的偏应力曲线、体积应变曲线基本重合, 继续加载后曲线开始发散; 3) 垂直相关距离对峰值偏应力均值与标准差影响明显大于水平相关距离。颗粒接触摩擦系数的均值对峰值偏应力的影响大于摩擦系数空间分布的影响。摩擦系数的空间分布会影响剪切带的形成位置。

关键词: 双轴试验; 离散元; 接触摩擦系数; 空间变异性; 随机场

中图分类号: TU43 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2015.11.0923

EFFECT OF SPATIALLY VARIABLE FRICTION COEFFICIENT OF GRANULAR MATERIALS ON ITS MACRO-MECHANICAL BEHAVIORS USING BIAXIAL COMPRESSION NUMERICAL SIMULATION

YANG Zhi-yong^{1,2}, CAO Zi-jun^{1,2}, LI Dian-qing^{1,2}, PHOON Kok-kwang^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan 430072, China;

2. Key Laboratory of Rock Mechanics in Hydraulic Structural Engineering of Education Ministry, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: This study proposed a method for biaxial compression numerical simulation considering a spatially variable inter-particle friction coefficient. A random field model is employed to represent the spatial variability of an inter-particle friction coefficient. The Karhunen-Loève (K-L) expansion method is used to discretize the random field of inter-particle friction. A computer program that combines the discrete element method with random simulations is developed in Matlab. The effects of a spatially variable inter-particle friction coefficient on the shear responses of dense sand specimens are investigated. The results indicate that the proposed method can effectively evaluate the influences of the spatial variability of an inter-particle friction coefficient on the macro-mechanical behaviors of particle material. The uncertainty of the inter-particle friction coefficient has a substantial effect on the evolution of deviator stress and volumetric strain during biaxial compression. The stochastic response curves are identical with each other at the initial loading and begin to vary with the constant loading for the dense sand specimen. In addition, it is shown that the correlation distance in the vertical direction

收稿日期: 2015-11-21; 修改日期: 2016-05-29

基金项目: 国家杰出青年科学基金项目(51225903); 国家自然科学基金项目(51329901, 51679174); 湖北省自然科学基金创新群体项目(2014CFA001)

通讯作者: 曹子君(1987-), 男, 山东临沂人, 副教授, 博士, 主要从事岩土工程可靠性与风险控制方面的研究(E-mail: zijuncao@whu.edu.cn).

作者简介: 杨智勇(1989-), 男, 山西柳林人, 博士生, 主要从事岩土工程可靠性与风险分析方面的研究(E-mail: zzywhu@163.com);

李典庆(1975-), 男, 湖北竹溪人, 教授, 博士, 主要从事岩土工程可靠性分析与风险控制方面的研究(E-mail: dianqing@whu.edu.cn);

方国光(1963-), 男, 新加坡人, 教授, 博士, 主要从事岩土工程可靠性分析与风险控制方面的研究(E-mail: kkphoon@whu.edu.cn).

has a more significant influence on the mean values and standard deviation values of peak deviator stress than that in the horizontal direction. The local average values of the inter-particle friction in the domain of the specimen has a more prominent effect than that of the space distribution of the inter-particle friction. However, the space distribution of the inter-particle friction affects the locations of the shear bands significantly.

Key words: biaxial compression; discrete element; inter-particle friction coefficient; spatial variability; random field

自 20 世纪 70 年代, 颗粒材料的力学问题在诸多工程领域受到关注。岩土工程领域中颗粒材料更是十分普遍, 如开挖或疏浚的泥砂石料、高危尾矿或各类土石坝等。因此, 研究颗粒材料的力学行为对于工程安全具有十分重要的意义^[1]。颗粒材料是一种非连续介质, 它具有颗粒性强、统计平均、工程性质复杂等特点, 传统的弹塑性连续介质力学本构模型对其工程特性描述存在很大局限性。幸运的是, Cundall 等^[2]于 1979 年提出的离散单元法 (DEM) 为研究砂土等散粒体材料内部颗粒之间的相互作用机制提供了一种新的工具。离散单元法的发展已经历了相当长的时间, 然而由于在计算效率方面的限制, 该方法在实际工程中的应用仍十分有限。目前, 离散单元法的主要应用在于数值仿真散粒体材料的双轴压缩、直剪等室内试验, 同时借助该工具研究颗粒细观性质、细观力学演化等对颗粒宏观力学行为的影响。如周健等^[3]采用 DEM 对砂土的双轴试验进行了数值仿真, 通过对比数值模拟和室内试验宏观力学行为, 发现离散单元法可以较好地模拟室内试验。刘洋等^[4]采用离散单元法模拟了单调荷载下松砂与密砂的变形过程, 研究了砂土渐进破坏过程中的宏观力学行为和细观组构参量的演化规律。井国庆等^[5]利用 DEM 对道闸颗粒在不同围压下的三轴压缩试验进行了仿真。边学成等^[6]通过 DEM 分析了考虑颗粒真实几何形状的道闸颗粒料在直剪试验中的变形和细观力学特性。徐国建等^[7]采用颗粒流程序研究了孔隙率、级配参数等对粉土双轴压缩性状的影响。Jiang 等^[8]通过在接触本构模型中引入细观参数旋转抵抗因子, 研究了利用离散单元法考虑土颗粒形状不规则效应的数值分析方法。孔亮等^[9]则采用不规则簇单元颗粒分析了颗粒形状对类砂土力学性质影响。

采用离散单元法分析散粒体材料力学行为时, 颗粒细观参数的选择至关重要^[10], 很多学者对颗粒细观接触参数对宏观力学行为的影响进行了研究^[11-12]。遗憾的是, 目前有关这方面的研究均将颗

粒之间的细观接触参数在空间的分布视为均质的。然而由于天然土体在自然沉积过程中受到沉积历史条件、沉积先后顺序、地质作用扰动等因素的影响, 土体材料的力学参数在空间上存在一定的不确定性^[13], 土体力学参数在空间上存在变异性是不可避免的。为了有效地揭示土体受力变形的内在机制, 非常有必要考虑空间变异性的影响。为此, 本文选取颗粒接触摩擦系数作为代表性参数, 研究其空间变异性对散粒体材料双轴压缩力学行为的影响。选取颗粒接触摩擦系数作为研究参数的主要原因如下: 1) 颗粒材料的力学行为受多种因素的影响 (颗粒接触摩擦系数、颗粒刚度、颗粒抗旋转抵抗因子、接触模型、颗粒级配、加载方法、模型边界条件等), 其中颗粒接触摩擦系数是关键性因素之一, 为便于研究某种因素的影响机理, 目前多采用控制变量单因子分析方法来研究^[14]; 2) 颗粒接触摩擦系数是颗粒的基本物理属性, 它是客观存在的, 是离散元中每个接触本构模型都需要考虑的细观参数^[12], 研究其影响具有足够代表性; 3) 颗粒接触摩擦系数对颗粒材料的力学行为影响显著, 具有足够重要性, 得到了许多科研工作者的重视。如 Skinner^[15]等在室内采用人工合成的玻璃珠研究了细观接触摩擦系数对试验材料宏观摩擦角的影响。Thornton^[16]等通过球形颗粒的三轴压缩试验的离散单元法研究了摩擦系数变化对颗粒体材料宏观摩擦角的影响。Sazzad 等^[17]研究了接触摩擦系数对颗粒材料宏观与细观力学响应行为的影响。Yang 等^[18]采用二维离散元程序研究了不同微观摩擦系数下散粒体材料的宏观力学行为, 认为微观接触摩擦系数会对应力比-应变曲线产生显著影响。Huang 等^[19]进一步分析了粒间摩擦系数对颗粒材料临界状态行为的影响; 4) 颗粒间接触摩擦系数具有不确定性是客观存在的。Procter 等^[20]在 1974 年测量了球形玻璃珠之间、球形钢珠之间的粒间摩擦系数, 结果表明粒间接触摩擦系数具有较大不确定性。Hartl 等^[21]测量了球形玻璃珠之间的接触摩擦系数, 表明

玻璃珠之间的摩擦系数具有不确定性。Wiacek 等^[22]指出颗粒间摩擦系数不仅是颗粒化学构成的函数,还依赖于颗粒接触面积的形状、表面粗糙度、外在条件等,固其具有空间变异的特征。Molenda 等^[23]采用实验装置测量了人工合成有机颗粒之间摩擦系数,结果再次表明颗粒之间摩擦系数并非确定值,并进一步采用 DEM 研究了在空间上服从正态分布的细观摩擦系数对颗粒材料力学行为的影响,表明接触摩擦系数标准差会对应力-应变曲线产生明显影响。

尽管 Molenda 等^[23]的研究取得了许多有意义的结果,但是其仍有以下不足: 1) 采用了均值和标准差来量化接触摩擦系数的空间不确定性,然而 Cho 等^[24]指出统计参数均值和标准差并不能完全表征土体参数的空间变异性,随机场模型能够较好地表征参数空间变异性; 2) 仅观察了摩擦系数的均值及标准差对应力-应变曲线的影响大小,并没有研究摩擦系数的空间变异性对双轴压缩响应的影响,也未系统地从小观层面上揭示摩擦系数的不确定性对宏观力学行为的影响机制。为此,本文通过引入随机场模型来表征颗粒接触摩擦系数的空间不确定性,提出了考虑颗粒摩擦系数空间变异性的砂土双轴剪切响应分析方法,基于 MATLAB 语言编写了离散元和随机模拟耦合分析程序。研究了不同相关距离下颗粒细观接触摩擦系数空间变异性对砂土双轴压缩应力-应变曲线、体积-应变曲线的影响,系统总结了接触摩擦系数的相关距离对峰值偏应力均值和标准差的影响趋势,并从细观层面上揭示了细观摩擦系数的空间不确定性对颗粒宏观行为影响的内在力学机制。

1 离散单元模型

本文利用离散单元软件 PFC^{2D} 来进行数值模拟,接触模型采用 PFC^{2D} 内置简单线性接触模型 (Linear Contact Model)。如图 1 所示,本文数值试验中选取的试样尺寸为 $0.037\text{ m} \times 0.076\text{ m}$,颗粒半径为 $[0.3\text{ mm}, 0.6\text{ mm}]$ 内均匀分布,颗粒之间的接触参数见表 1。真实砂土的室内三轴试验试样宽高比一般为 $2 \sim 2.5$,在标准的三轴试验中要求试样宽与最大颗粒直径的比值至少大于 10,本数值试验模型满足此标准^[25]。在试样生成过程中,试样初始孔隙率取为 0.36,根据试样初始孔隙率、试样尺寸、颗粒平均粒径估算颗粒样本数目,然后采用半径扩张

法^[12]生成颗粒集合体。在 DEM 中,一般通过控制试样制备过程中的摩擦系数大小来制备不同密实度的试样^[21,26-27]。本文采用这种方法来生成密试样,取试样初始颗粒接触摩擦系数为 0,在控制试样围压、试样上下加载墙压力为 100 kPa 条件下,各向同性伺服加载试样至试样内不平衡力达到容许水平,此时的试样即为密试样,其孔隙比为 0.188。为了避免伺服平衡过程中墙体引起试样颗粒的空间分布不均匀,墙体与圆盘颗粒之间的摩擦系数设置为 0^[28]。试样制备完成后,修改颗粒接触摩擦系数为目标摩擦系数进行试验加载,加载过程采用常应变加载。

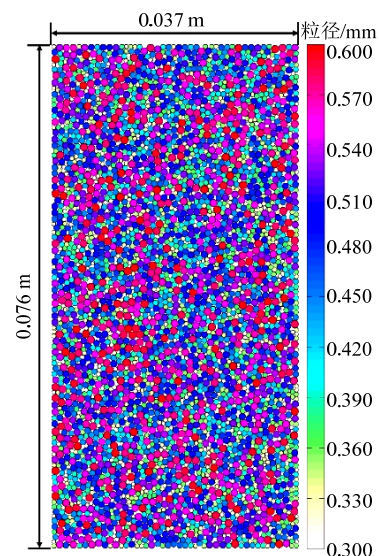


图 1 数值试样模型

Fig.1 Model of numerical sample

表 1 颗粒模拟参数

Table 1 Summary of simulation parameters

试样模型参数	参数取值
密试样孔隙比	0.188
颗粒总数	3782
颗粒半径/mm	0.3~0.6
密试样颗粒初始摩擦系数	0.0
颗粒与墙体间摩擦系数	0.0
颗粒法向刚度/(N/m)	5×10^8
颗粒切向刚度/(N/m)	5×10^8
墙体法向刚度/(N/m)	5×10^7
墙体切向刚度/(N/m)	5×10^7
围压/kPa	100

2 颗粒接触摩擦系数空间变异性的随机场模型

土体参数空间变异性是土的固有属性,土体原位测试数据表明土体宏观力学参数存在明显的空

间变异性^[29]。注意到土颗粒的细观性质如颗粒接触摩擦系数、颗粒刚度、颗粒形状等会决定土试样的宏观力学性质，土体宏观参数的空间变异特征本质上是由于细观力学参数在空间上的变异特征导致的。由于宏观强度参数的不确定性，目前已有学者将概率思想引入强度理论来提高岩土结构物稳定性评价的科学性^[30-31]。研究细观参数的不确定性对宏观参数不确定性影响可为目前的概率强度理论提供一定理论依据。作为探索性研究，本文分析了粒间接触摩擦系数不确定性对双轴剪切试验行为的影响。一般地，土体性质参数具有在较小范围内相关性较强、在较大范围内随机性较强的空间分布特征，在岩土工程参数不确定性分析中，常用随机场模型来表征土体参数的这种空间变异性特征，为此本文采用随机场模型表征颗粒间接触摩擦系数的空间变异性。鉴于 Karhunen-Loeve(K-L)展开方法不依赖于离散区域的网格形状，具有较高的计算精度和效率，本文采用该方法进行随机场离散，下面简要介绍基于 K-L 展开的独立对数高斯随机场 $H_i(x, y; \theta)$ 的离散过程。

K-L 展开方法离散随机场是以谱分解有界，对称且正定相关函数 $\rho(x_1, x_2)$ 为基础，将土体参数随机场 $H_i(x, y; \theta)$ 的离散转换为求解 Fredholm 积分特征值的问题：

$$\int_{\Omega} \rho(x_1, x_2) f_i(x_2) dx_2 = \lambda_i f_i(x_1) \quad (1)$$

式中： x_1 和 x_2 表示随机场区域中任意两个坐标点； $\rho(x_1, x_2)$ 为任意两点 x_1 和 x_2 处随机场特征值之间的相关函数值； λ_i 和 $f_i(\cdot)$ 分别为与相关函数对应的特征值和特征函数。目前有许多自相关函数可以描述随机场自相关性，由于高斯型自相关函数的连续性和平稳性较好，且处处可导，本文采用高斯型自相关函数，其计算公式如下：

$$\rho[(x_1, y_1), (x_2, y_2)] = \exp\left(-\left[\left(\frac{|x_1 - x_2|}{l_h}\right)^2 + \left(\frac{|y_1 - y_2|}{l_v}\right)^2\right]\right) \quad (2)$$

式中， l_h 和 l_v 分别为水平和垂直方向的相关距离，它们分别用于表征参数在垂直和水平方向变异性的 大小，垂直相关距离 l_v 表示空间上垂直距离小于 l_v 的两点间的土体参数具有较强相关性，大于 l_v 则相关性较弱，水平相关距离 l_h 表示空间上水平距离小于 l_h 的两点间的土体参数具有较强相关性，大于 l_h 则相关性较弱。相关距离越大，表示参数的相关

性越强，反之，相关距离越小表示参数之间的相关性越弱，参数波动越明显，相关距离无穷大时参数在空间上完全相关，可视为随机变量模型。注意到颗粒接触摩擦系数属于颗粒材料的细观参数，尽管已有研究表明颗粒接触摩擦系数的空间不确定性是客观存在的^[20-23]，但目前采用实验仪器去量化细观参数的空间变异性特征仍存在一定的困难，因此还没有可利用的实验数据用于确定相关距离大小。本文重点在于研究颗粒材料接触摩擦系数空间变异性对材料宏观力学响应的影响，作为初步探索，相关距离数值的选取参照模型尺寸，分别选取多组相关距离进行敏感性分析。式(1)对于高斯型相关函数并没有解析解，通常采用 wavelet-Galerkin 技术求解式(1)所示 Fredholm 积分方程得到相关函数的数值解^[32]。根据相关函数的特征解随机场 $H_i(x, y; \theta)$ 可展开为：

$$H_i(x, y; \theta) = \mu_i + \sum_{j=1}^{\infty} \sigma_j \sqrt{\lambda_j} f_j(x, y) \xi_{i,j}(\theta), \quad x, y \in \Omega \quad (i = \mu) \quad (3)$$

式中： $\xi_{i,j}(\theta)$ 为离散的标准正态随机变量； x 和 y 为随机场区域 Ω 中任意两点的坐标， $x, y \in \Omega \subseteq R^n$ ； μ_i 和 σ_i 为随机场特性参数的平均值和标准差； μ 为颗粒之间接触摩擦系数。在保证计算精度的前提下，为提高计算效率，通常只截取 K-L 展开的前 n 项来分析。一般采用随机场期望能的比率因子作为确定 n 的依据。根据 Laloy 等^[33] 建议的 $\varepsilon = 95\%$ 的标准，本文截断项数取 10，相应的随机场期望能比率因子 $\varepsilon = 96.5\%$ 。

根据库仑摩擦定律颗粒接触摩擦系数是一个非负的物理参数，为此需要采用上述对数高斯随机场表征颗粒接触摩擦系数的空间变异性。在式(3)中分别取均值 $\mu_i = 0$ 和标准差 $\sigma_i = 1$ ，便可实现标准高斯参数随机场 $H_i(x, y; \theta)$ 的离散。对独立标准高斯参数随机场取对数就可得到接触摩擦系数的对数正态随机场：

$$H_i^{LN}(x, y; \theta) = \exp(\mu_{lni} + \sigma_{lni} \cdot H_i(x, y; \theta)), \quad x, y \in \Omega \quad (i = \mu) \quad (4)$$

式中， μ_{lni} 和 σ_{lni} 分别为相应正态分布参数 $\ln i$ 的均值和标准差。需要指出的是本文主要研究颗粒接触摩擦系数对双轴数值试验力学行为的影响，因此在离散元模拟中只考虑了接触摩擦系数的空间变异性。对于影响砂土双轴剪切力学响应的其他因素如

颗粒形状、颗粒级配、边界条件、接触模型等本文未有涉及,对于影响颗粒力学性质的其它细观参数本文视为确定值。

3 随机场与离散元耦合分析方法

如前所述,颗粒接触摩擦系数存在一定的空间变异性,为了在离散元分析中有效地考虑颗粒接触摩擦系数的空间变异性,本文基于 MATLAB 和二维离散单元软件 PFC^{2D} 实现随机场和离散元的耦合分析。具体实现步骤如下:

1) 制备密砂试样,利用 PFC^{2D} 内置 Fish 语言编写读取伺服后样本颗粒空间坐标的程序,读取试样颗粒空间坐标,输出坐标文件 dOrd.dat。

2) 在 MATLAB 中导入颗粒空间位置坐标文件 dOrd.dat,根据颗粒空间坐标采用 K-L 展开方法进行摩擦系数随机场的离散,写入离散后的摩擦系数到新文件 dOrdRF.dat 中。

3) 通过 PFC^{2D} 内置 Fish 语言读入摩擦系数随机场离散文件 dOrdRF.dat,根据颗粒 ID 修改颗粒摩擦系数,并进行 N 次蒙特卡罗模拟计算,输出 N 次蒙特卡罗模拟计算结果文件(应力-应变曲线、体积-应变曲线数据等)。采用 MATLAB 读取计算结果文件进行统计分析。

为了节省计算资源和得到准确地随机模拟结果,需要选择合适的模拟次数,本文根据随机模拟峰值偏应力的均值和标准差的收敛性来选取合适的模拟次数。图 2 给出了峰值偏应力均值和标准差估计值随模拟次数的变化情况,可见当模拟次数大于 700 时,峰值应力的均值和标准差基本趋于稳定,计算结果具有足够的精度,因此取蒙特卡罗模拟次数为 700 次。

4 结果分析

4.1 宏观力学行为分析

本节给出密砂在考虑接触摩擦系数空间变异性条件下的应力-应变和体积-应变曲线,并对峰值偏应力进行统计,分析接触摩擦系数相关距离、变异系数(即接触摩擦系数标准差与均值的比值, COV_{μ})等对其统计特征值的影响。

峰值偏应力是反映材料极限承载能力的重要指标,峰值偏应力之后材料开始屈服、承载能力降低、变形加剧,可能引发严重的工程灾害,因此有必要研究材料的峰值偏应力变化规律。本文给出了

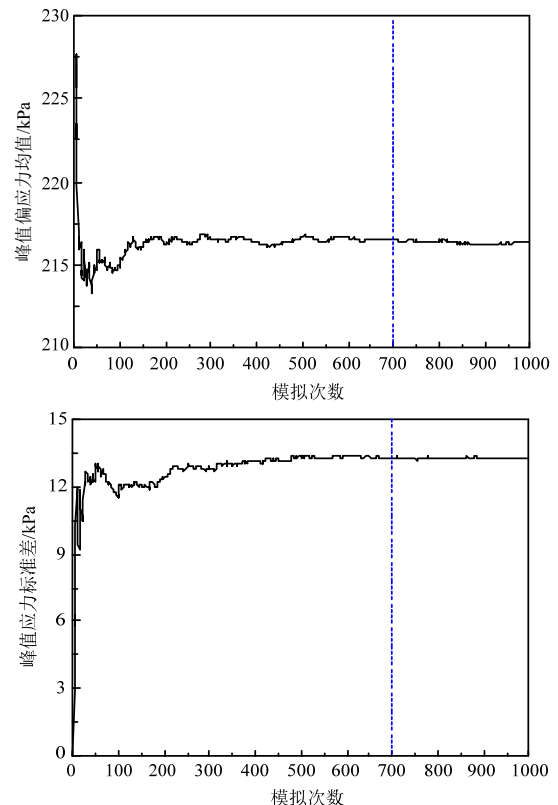


图 2 峰值应力的均值和标准差随模拟次数的收敛性

Fig.2 Convergence of the estimated mean and standard deviation of the deviator stress

考虑接触摩擦系数空间变异性时 700 次随机模拟峰值偏应力的均值与确定性模拟峰值偏应力比值 (σ/σ_{det}) 变化规律。

图 3 和图 4 分别给出了不同水平相关距离和不同垂直相关距离下 σ/σ_{det} 的均值和标准差随 COV_{μ} 的变化关系。可以看出,随着 COV_{μ} 的增大, σ/σ_{det} 的均值逐渐减小、标准差逐渐增大。总体来说, σ/σ_{det} 的均值受 COV_{μ} 的影响较小,其标准差对 COV_{μ} 较敏感。在 COV_{μ} 较大时,相关距离对 σ/σ_{det} 的标准差影响较显著。相关距离越小, σ/σ_{det} 的标准差越小。垂直相关距离对峰值偏应力均值和标准差的影响明显大于水平相关距离。图 5 给出了密实砂土试样在变异系数 $COV_{\mu} = 0.1$ 、相关距离 $l_h = 100$ m 和 $l_v = 0.08$ m 情况下 700 次随机模拟的应力-应变和体积-应变曲线。随机模拟的应力-应变和体积-应变曲线在初始加载阶段基本重合,在应变大于 0.1 时,可以认为材料到达稳定状态,此时单次随机模拟响应曲线趋于平稳,但是随机模拟曲线并不重合,这与文献[23]得出的粒间摩擦系数标准差会显著影响应力-应变曲线特征的结论具有一致性,但是与文献[23]得出的粒间摩擦系数标准差

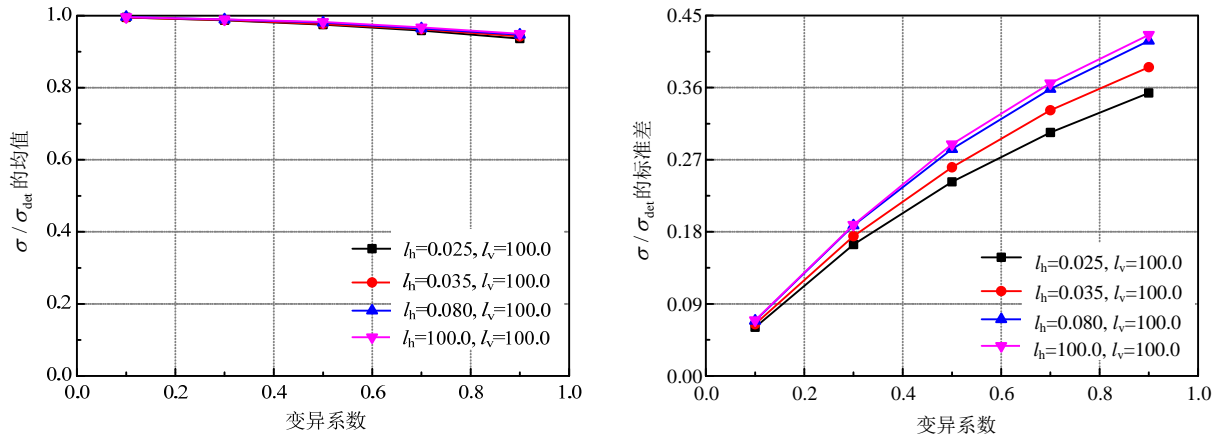


图3 不同水平相关距离下密试样 σ/σ_{det} 的均值和标准差随 COV_{μ} 变化关系

Fig.3 The relation between the mean and standard deviation of σ/σ_{det} and the COV_{μ} under varying horizontal correlation distance for dense sand

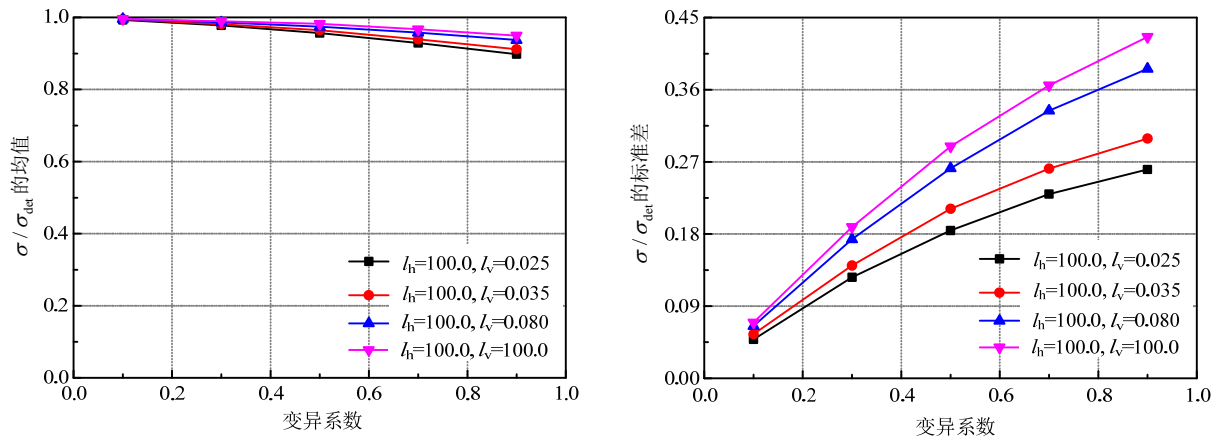


图4 不同垂直相关距离下密试样 σ/σ_{det} 的均值和标准差随 COV_{μ} 变化关系

Fig.4 The relation between the mean and standard deviation of σ/σ_{det} and the COV_{μ} under varying vertical correlation distance for dense sand

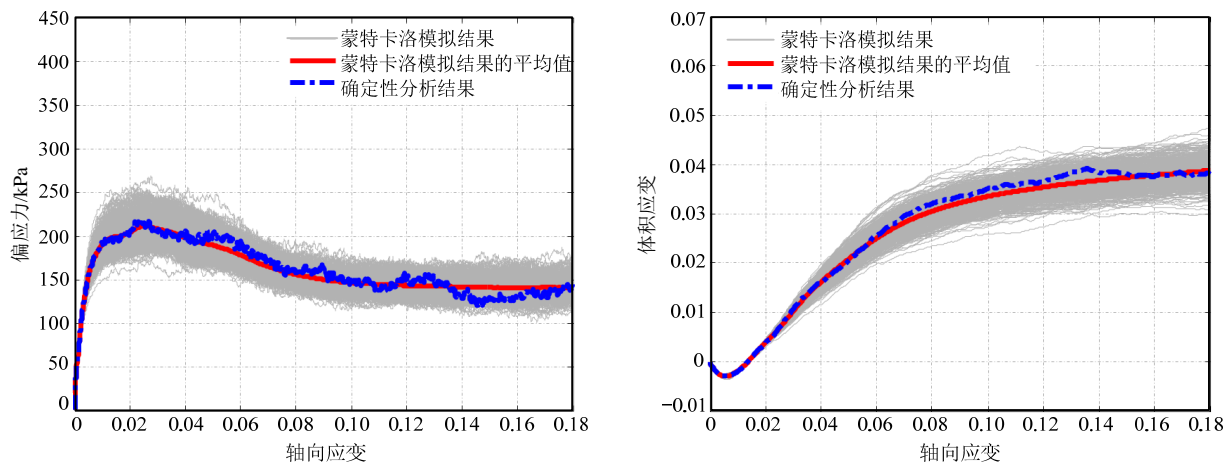


图5 密试样随机模拟应力-应变曲线与体积-应变曲线($l_h=100$ m, $l_v=0.08$ m)

Fig.5 Stochastic simulation stress-strain curves and volume-strain curves for dense sand ($l_h=100$ m, $l_v=0.08$ m)

对应力-应变曲线稳定状态强度影响不大的结论相矛盾。其原因可能是因为文献[23]只做了三组试验、摩擦系数标准差取值范围小、稳定阶段摩擦系数不确定性对应力-应变曲线的影响降低等因素。从定性的角度看,加载过程中试样是否发生应变软化行为不受接触摩擦系数空间变异性的影响,表明接触摩擦系数空间变异性并不会改变颗粒剪胀、剪缩特征,这进一步说明散粒体材料是否发生剪胀、剪缩主要由材料的疏密程度控制。在应变较大时,蒙特卡洛模拟的应力-应变和体积-应变曲线均表现为一簇形态各异的曲线。这是由于对于随机场的每一次实现,颗粒接触摩擦系数在空间上的分布和均值是不同的。颗粒接触摩擦系数每次随机实现的不同必然引起应力-应变、体积-应变曲线的发散性。从细观角度讲,可能有以下两方面的原因:1) 接触摩擦系数空间分布的不同可能会引起颗粒堆积体在加载过程中承载最大切向力大小分布的差异,进而引起颗粒空间排列结构的不同,影响颗粒堆积体的承载能力。2) 颗粒接触摩擦系数在空间上均值的不同会引起加载过程中颗粒整体抗滑动能力的大小,颗粒的抗滑动能力会对颗粒的强度产生直接的影响。

图 6 给出了密实砂土试样在相关距离 $l_h = 100 \text{ m}$ 和 $l_v = 0.08 \text{ m}$ 情况下峰值偏应力与残余偏应力的概率密度曲线。峰值偏应力与残余偏应力对应分布范围分别为 $[174.09 \text{ kPa}, 268.96 \text{ kPa}]$ 和 $[118.36 \text{ kPa}, 169.10 \text{ kPa}]$ 。图 7 给出了相关距离 $l_h = 100 \text{ m}$ 和 $l_v = 0.08 \text{ m}$ 情况下 700 次随机模拟峰值偏应力与接触摩擦系数均值(μ_{ave})的关系图。可以看到随着摩擦系数均值的增大峰值偏应力逐渐增大,在相同摩擦系数均值情况下,峰值偏应力也有较小的波动,这进一步说明摩擦系数的空间变异性对堆积体宏观力学性质影响来源于上面所述两方面原因。其中,摩擦系数均值对峰值偏应力的影响远大于空间结构的影响,这也可以进一步解释图 3 和图 4 的现象。 μ_{ave} 可以近似看为摩擦系数随机场在试样空间内的局部平均,根据 Fenton 和 Griffiths 等^[34-35]的理论,在假设摩擦系数随机场为对数正态随机场的情况下,接触摩擦系数变异性越大, μ_{ave} 的均值会越小,相关距离越小这种影响越明显,图 3 和图 4 可见接触摩擦系数变异性和相关距离对峰值偏应均值有类似影响,而 μ_{ave} 的标准差会随相关距离增大而增大,并随摩擦系数变异性增大而增大,峰值偏应力的标准差也产生类似趋势。

可见,由于峰值偏应力受摩擦系数均值影响较大,固相关距离及摩擦系数变异性对峰值偏应力的影响主要通过对 μ_{ave} 的影响得到体现。

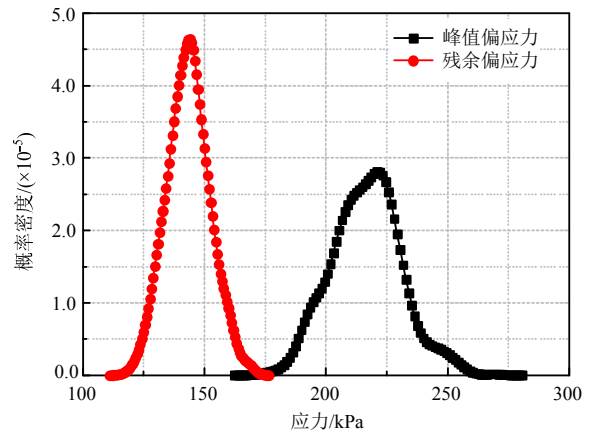


图 6 峰值偏应力及残余偏应力的概率密度曲线 ($l_h=100 \text{ m}, l_v=0.08 \text{ m}$)

Fig.6 Probability density curves of peak deviatoric stress and residual deviatoric stress ($l_h=100 \text{ m}, l_v=0.08 \text{ m}$)

为了进一步揭示接触摩擦系数对宏观力学行为影响的细观机理,选取 4 次典型随机模拟(图 7 中 A、B、C、D 点对应随机模拟)进行系统对比分析。图 8 给出了 A、B、C、D 四次典型随机模拟的摩擦系数随机场实现,可以看出 A、B、C、D 四次随机模拟具有不同的摩擦系数空间分布,它们的均值分别为 0.34、0.69、0.50、0.50。图 9 给出了四次典型随机模拟的应力-应变曲线,对比 A、B、C 或 D 可以发现随机模拟摩擦系数均值对应力-应变曲线影响显著,对比 C 与 D 可以发现摩擦系数的空间分布形式对应力-应变曲线的影响较小。注意到在试

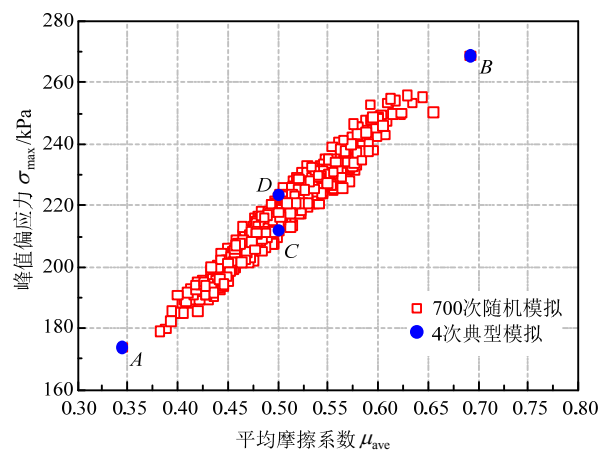


图 7 峰值偏应力与平均系数的关系 ($l_h=100 \text{ m}, l_v=0.08 \text{ m}$)

Fig.7 Relationship between the peak deviatoric stress and average value of friction coefficient ($l_h=100 \text{ m}, l_v=0.08 \text{ m}$)

样初始加载阶段应力-应变曲线基本重合,这主要是由于初始加载时颗粒之间的切向接触力较小,尽管每一次随机场的实现同一空间位置颗粒之间接触摩擦系数大小不同,但较小的切向接触力不能引起颗粒之间的相对滑动。随着加载的进行,承担较大切向接触力而接触摩擦系数较小的颗粒之间开始产生相对滑动,颗粒内部排列结构开始改变引起应力-应变、体积-应变曲线产生差异性,最终导致在应变增大时应力-应变曲线出现差异。在偏应力到达

峰值之前试样经历了体积压缩过程,峰值应力之后试样体积逐渐增大,加载最后阶段试样到达不胀不缩等体积塑性流动状态,一般称之为稳定状态或临界状态。密试样体积剪胀效应引起应力-应变曲线在峰后表现出强烈的应变软化行为,从定量的角度看,接触摩擦系数均值越大,试样应变软化及剪胀行为越明显,摩擦系数空间分布形式对剪胀行为影响不明显。

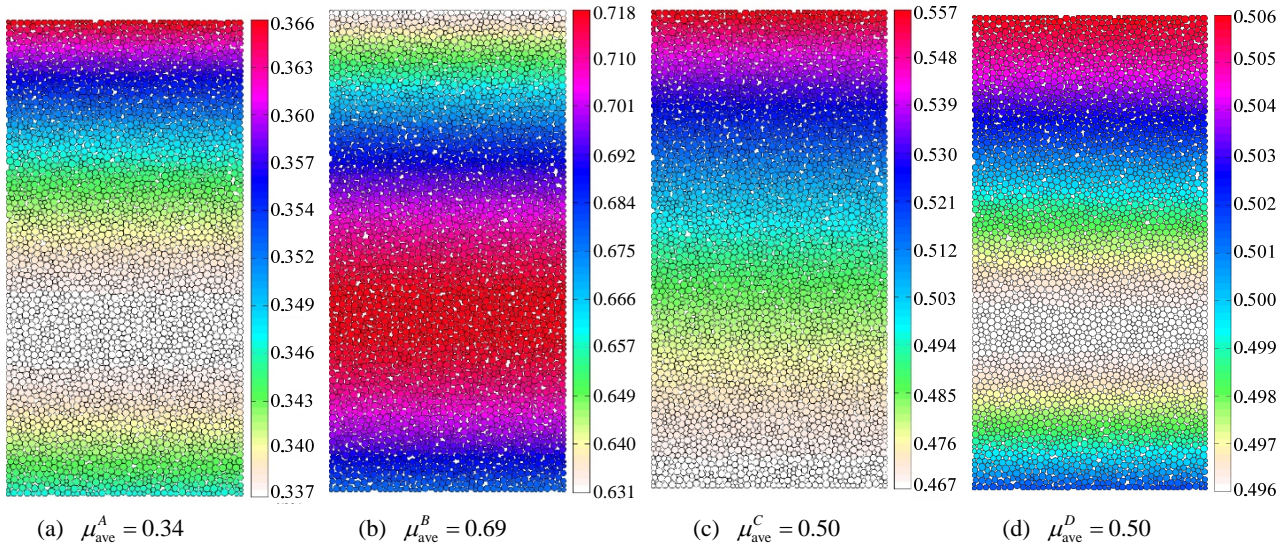


图 8 颗粒摩擦系数随机场的 4 次典型实现($l_h=100\text{ m}$, $l_v=0.08\text{ m}$)

Fig.8 Four typical realizations of the random field of inter-particle friction coefficient ($l_h=100\text{ m}$, $l_v=0.08\text{ m}$)

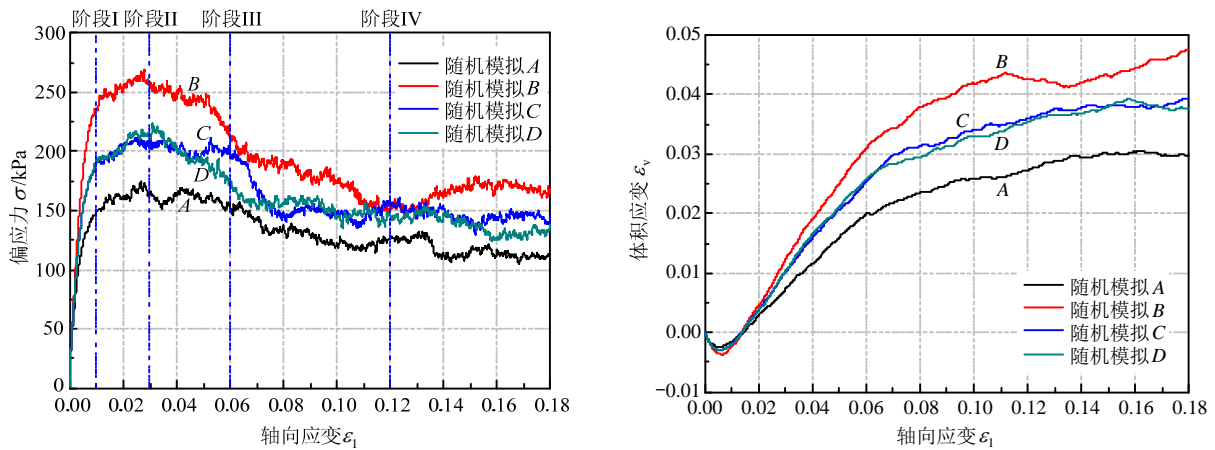


图 9 四次典型随机模拟的应力-应变曲线与体积-应变曲线

Fig.9 The curves of deviatoric stress vs axial strain and curves of volume strain vs axial strain of the four typical stochastic simulations

4.2 细观机理分析

图 10 给出了随机模拟 A、B、C、D 在 4 个加载阶段(图 9 所示:阶段 I、阶段 II、阶段 III、阶段 IV)的接触方位角分布图。空心标记代表接触力不为零的接触方位角分布,实心标记代表发生滑动的接触方位角分布。可以看出,对于随机模拟 A、B、C、

D 接触力不为零的接触方位角分布在四个加载阶段中基本保持一致,主要分布在垂直方向,随着加载进行,垂直方向分布略有增加,水平方向轻微降低。对于滑动接触方位角分布,在 4 个加载阶段,其主要发生在水平方向,随着加载进行,水平方向轻微降低,垂直方向加强。在 4 个加载阶段,随机模拟

C、D 的滑动接触方位角分布差异性明显大于接触力不为零的分布,表明摩擦系数的空间分布会影响颗粒滑动发生的位置,进而影响颗粒的空间排列结构。图 11 给出了四次随机模拟在加载过程中的摩擦能增量(即每一时步颗粒间切向位移增量与滑动摩擦力的乘积)变化情况,可以看出试样在塑性应变开始后,摩擦能增量发生剧烈震荡,四种随机模拟无明显差异。图 12 给出了加载过程中的发生滑动的接触个数随轴向应变的变化关系图。可以看出在加载过程中随机模拟 A 的滑动接触个数明显大于 B、C、D,随机模拟 B 的滑动接触个数最小,C 与 D 基本一致,表明颗粒堆积体的滑动接触个数依赖于颗粒体在空间上的摩擦系数均值,与摩擦系数的空间分布结构关系不大。摩擦系数均值可以影响颗粒在加载过程中的整体抗滑动能力,摩擦系数均值越高滑动接触个数越低,整体抗滑动能力越高,颗

粒材料峰值强度越大。图 13 给出了四次随机模拟在阶段 II 的颗粒旋转分布情况,实心圆代表逆时针旋转,空心圆代表顺时针旋转。随机模拟 A、B、C、D 的颗粒旋转数目分别为 909、1255、1081、937 个,可以看出随机模拟 B 内颗粒旋转最剧烈,随机模拟 A 最低,表明颗粒平均摩擦系数的增加会增加颗粒的旋转剧烈程度。Iwashita 等^[10,36]指出颗粒材料在剪切试验过程中,剪切带内颗粒旋转梯度明显大于其它区域,因此可以采用颗粒旋转剧烈程度分布图来近似代表试样的剪切带分布。图 13 用双黑线标出试样内颗粒旋转梯度较高区域,随机模拟 C、D 具有相同的摩擦系数均值,但其剪切带出现的位置不同,表明摩擦系数空间分布尽管不会对试样整体剪切强度产生明显影响,但会对剪切带的形成位置产生一定影响。

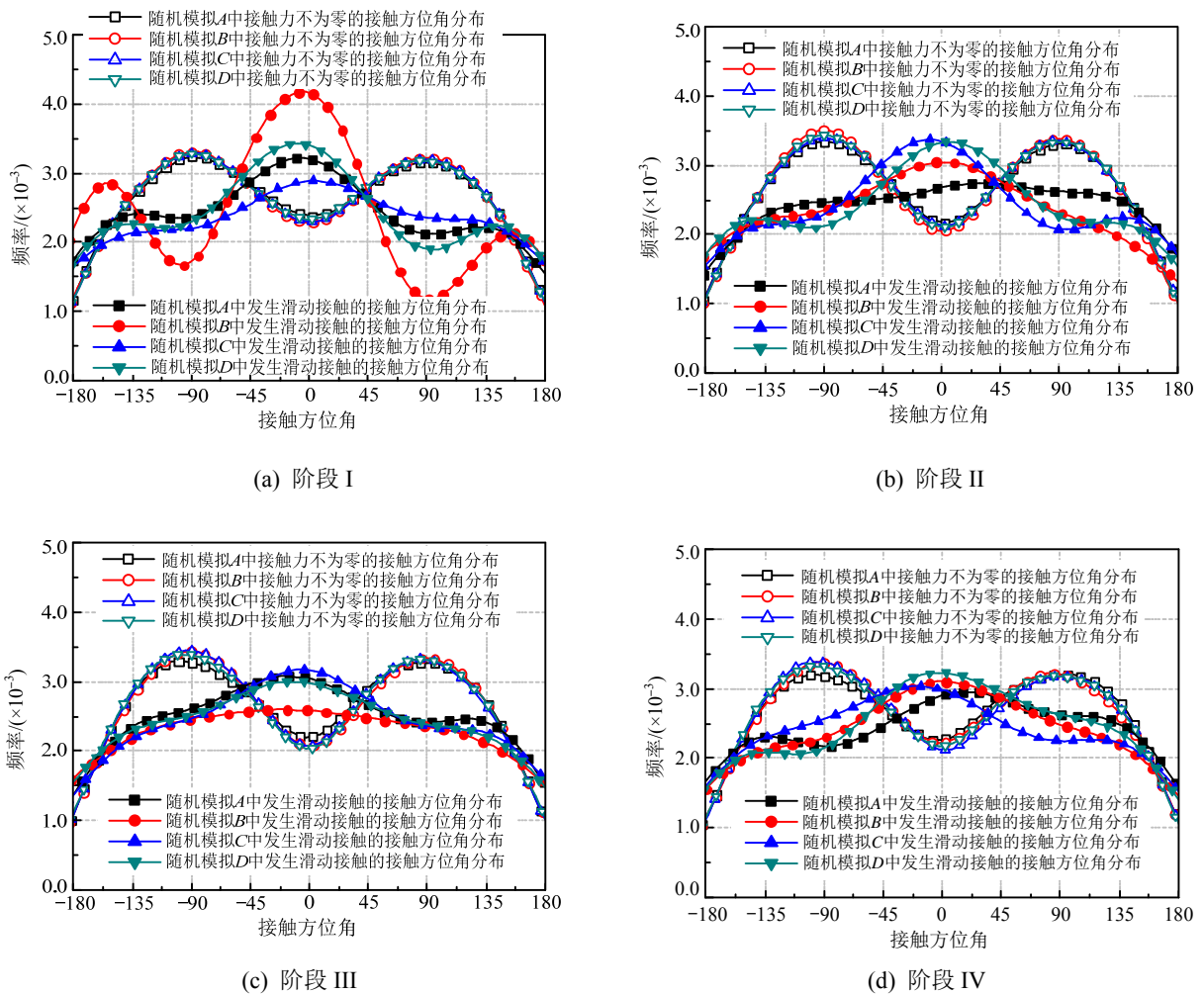


图 10 不同加载阶段的接触方位角分布图

Fig.10 Distribution of the angle of position of contacts in different loading stages

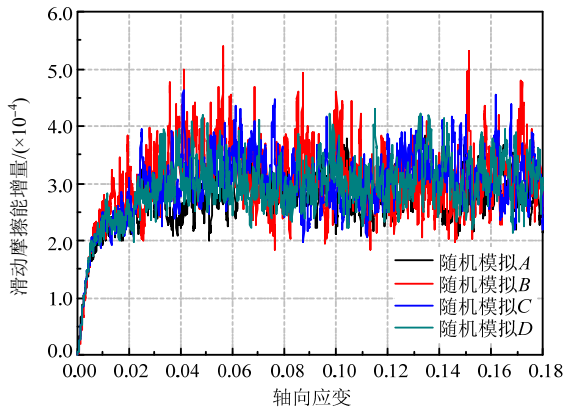


图 11 滑动摩擦能增量随轴向应变的变化曲线

Fig.11 Curves between increment of slipwork and axial strain

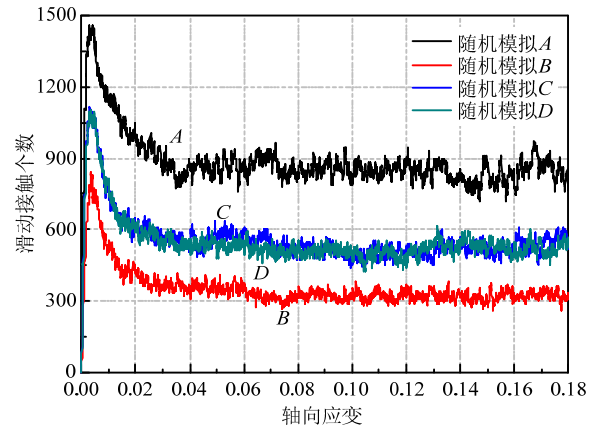


图 12 滑动接触个数随轴向应变的变化曲线

Fig.12 Curves between the number of slid contact and axial strain

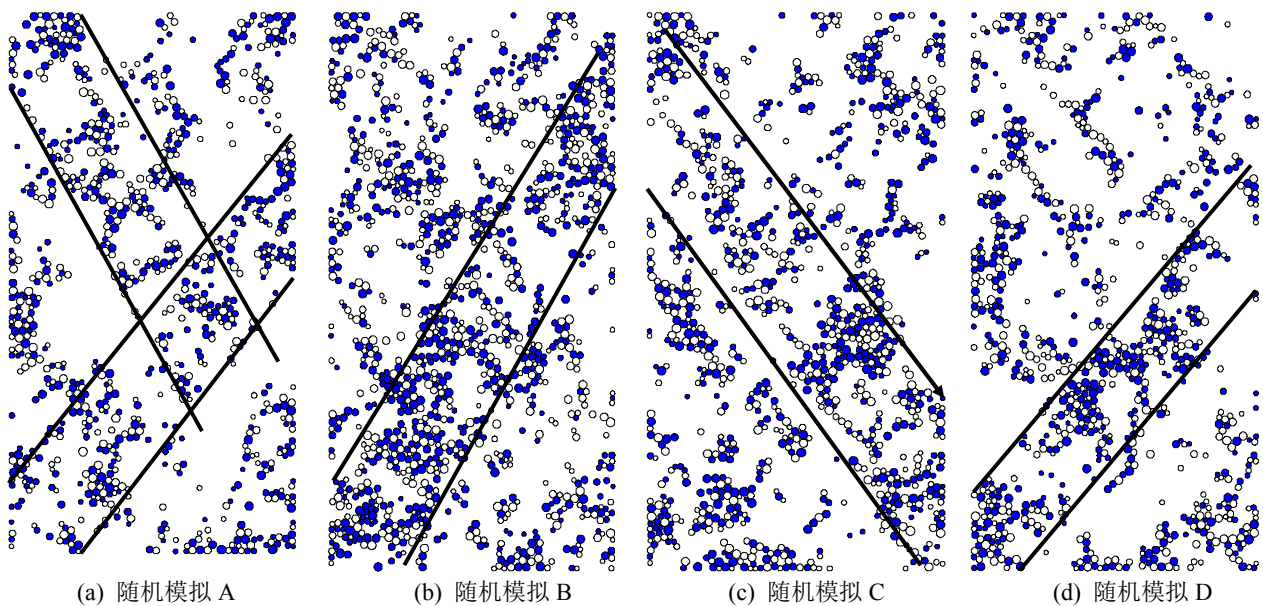


图 13 四次典型随机模拟在阶段 II 的颗粒旋转情况

Fig.13 Particle rotation in Stage II of the four typical stochastic simulation

5 结论

本文将采用随机场模型表征颗粒摩擦系数的空间变异性,采用离散单元法研究了砂性土粒间接触摩擦系数空间变异性对双轴剪切响应的影响。得出几点初步结论如下:

(1) 提出了考虑颗粒摩擦系数空间变异性的砂土双轴剪切响应分析方法,采用 MATLAB 语言编写了离散元和随机场耦合分析程序,为考虑颗粒接触参数空间变异性的数值试验模拟提供了一条有效的分析途径。

(2) 散粒体材料剪切过程中的应力-应变关系曲线、体积-应变关系曲线的变化规律与颗粒间接触摩擦系数不确定性密切相关。粒间摩擦系数空间变

异性对数值试验结果有明显的影 响, 密砂试样在初始加载阶段随机模拟的应力-应变曲线、体积-应变曲线基本重合,继续加载后曲线开始发散;

(3) 垂直相关距离对峰值偏应力均值与标准差影响明显大于水平相关距离,相关距离越小,峰值偏应力均值与标准差越小。颗粒间接触摩擦系数的变异系数 COV_{μ} 对峰值偏应力均值影响较小,随着变异系数 COV_{μ} 的增大,峰值偏应力标准差均增加。

(4) 颗粒接触摩擦系数的均值对颗粒宏观强度的影响大于其空间分布形式的影响,接触摩擦系数的空间分布形式会影响剪切带的形成位置。在实际工程中,边坡、挡土墙等的失稳破坏常为剪切破坏,研究剪切带的位置直接影响到边坡破坏后的后果

大小,为此有必要对颗粒微观参数的空间变异性对剪切带形成位置进行更系统的研究。

(5) 本文仅考虑了颗粒微观接触摩擦系数不确定性对双轴剪切试验的影响,实际土体颗粒间存在多个微观接触参数,其他微观接触参数不确定性对双轴数值试样的影响值得进一步研究。此外,实际土体颗粒为三维的,有必要在将来的研究中考虑颗粒的三维效应。同时,细观参数不确定性对其它宏观强度参数例如粘聚力 c 、摩擦角 ϕ 等的影响也值得进一步探讨。

参考文献:

- [1] 孙其诚. 颗粒物物理与力学[M]. 北京: 科学出版社, 2011: 201—205.
Sun Qicheng. Particulate physics and mechanics [M]. Beijing: Science Press Ltd., 2011: 201—205. (in Chinese)
- [2] Cundall P A, Strack O D L. A discrete numerical model for granular assemblies [J]. *Géotechnique*, 1979, 29(1): 47—65.
- [3] 周健, 池毓蔚, 池永, 等. 砂土双轴试验的颗粒流模拟[J]. *岩土工程学报*, 2000, 22(6): 701—704.
Zhou Jian, Chi Yuwei, Chi Yong, et al. Simulation of biaxial test on sand by particle flow code [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2000, 22(6): 701—704. (in Chinese)
- [4] 刘洋, 吴顺川, 周健. 单调荷载下砂土变形过程数值模拟及细观机制研究[J]. *岩土力学*, 2008, 29(12): 3199—3204.
Liu Yiang, Wu Shunchuan, Zhou Jian. Numerical simulation of sand deformation under monotonic loading and mesomechanical analysis [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2008, 29(12): 3199—3204. (in Chinese)
- [5] 井国庆, 王子杰, 施晓毅. 多围压下三轴压缩试验与不可破裂颗粒离散元法分析[J]. *工程力学*, 2015, 32(10): 82—88.
Jing Guoqing, Wang Zijie, Shi Xiaoyi. Ballast triaxial tests and non-breakable particle discrete element method analysis under different confining pressures [J]. *Engineering Mechanics*, 2015, 32(10): 82—88. (in Chinese)
- [6] 边学成, 李伟, 李公羽, 等. 基于颗粒真实几何形状的铁路道砟剪切过程三维离散元分析[J]. *工程力学*, 2015, 32(5): 64—75.
Bian Xuecheng, Li Wei, Li Gongyu, et al. Three-dimensional discrete element analysis of railway ballast's shear process based on particles' real geometry [J]. *Engineering and Mechanics*, 2015, 32(5): 64—75. (in Chinese)
- [7] 徐国建, 沈扬, 刘汉龙. 孔隙率、级配参数对粉土双轴压缩性状影响的颗粒流分析[J]. *岩土力学*, 2013, 34(11): 3321—3328.
- Xu Guojian, Shen Yang, Liu Hanlong. Analysis of particle flow for impacts of granular parameters and porosity on silt's properties under biaxial compression [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2013, 34(11): 3321—3328. (in Chinese)
- [8] Jiang M J, Yu H S, Harris D. A novel discrete model for granular material incorporating rolling resistance [J]. *Computers and Geotechnics*, 2005, 32(5): 340—357.
- [9] 孔亮, 彭仁. 颗粒形状对类砂土力学性质影响的颗粒流模拟[J]. *岩石力学与工程学报*, 2011, 30(10): 2112—2119.
Kong Liang, Peng Ren. Particle flow simulation of influence of particle shape on mechanical properties of quasi-sands [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2011, 30(10): 2112—2119. (in Chinese)
- [10] Iwashita K, Oda M. Micro-deformation mechanism of shear banding process based on modified distinct element method [J]. *Powder Technology*, 2000, 109(1/2/3): 192—205.
- [11] Ng T T. Input parameters of discrete element methods [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2006, 132(7): 723—729.
- [12] Itasca Consulting Group Inc. Particle flow code in 2 dimensions, PFC^{2D} version 3.0 [M]. Minneapolis: Itasca consulting Group Inc, 2002.
- [13] Kulhawy F H, Mayne P W. Manual on estimating soil properties for foundation design [R]. Palo Alto, Calif: Electric Power Research Institute, Report EI-6800, 1990: 1—10.
- [14] Dai B, Yang J, Zhou C. Observed effects of interparticle friction and particle size on shear behavior of granular materials [J]. *International Journal of Geomechanics*, 2015, 16(1): 4015011.
- [15] Skinner A E. A note on the influence of interparticle friction on the shearing strength of a random assembly of spherical particles [J]. *Géotechnique*, 1969, 19(1): 150—157.
- [16] Thornton C. Numerical simulations of deviatoric shear deformation of granular media [J]. *Géotechnique*, 2000, 50(1): 43—53.
- [17] Sazzad M, Suzuki K. Effect of interparticle friction on the cyclic behavior of granular materials using 2D DEM [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2011, 137(5): 545—549.
- [18] Yang Z X, Yang J, Wang L Z. On the influence of inter-particle friction and dilatancy in granular materials: a numerical analysis [J]. *Granular Matter*, 2012, 14(3): 433—447.
- [19] Huang X, Hanley K J, O'Sullivan C, Kwok C Y. Exploring the influence of interparticle friction on critical state behaviour using DEM [J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*,

- 2014, 38(12): 1276—1297.
- [20] Procter D C, Barton R R. Measurements of the angle of interparticle friction [J]. *Géotechnique*, 1974, 24(4): 581—604.
- [21] Härtl J, Ooi J Y. Experiments and simulations of direct shear tests: porosity, contact friction and bulk friction [J]. *Granular Matter*, 2008, 10(4): 263—271.
- [22] Wiącek J, Molenda M, Horabik J, Ooi J Y. Influence of grain shape and intergranular friction on material behavior in uniaxial compression: Experimental and DEM modeling [J]. *Powder Technology*, 2012, 217: 435—442.
- [23] Molenda M, Horabik J, Lukaszuk J, Wiacek J. Variability of intergranular friction and its role in DEM simulation of direct shear of an assembly of rapeseeds [J]. *International Agrophysics*, 2011, 25(4): 361—368.
- [24] Cho S E, Park H C. Effect of spatial variability of cross-correlated soil properties on bearing capacity of strip footing [J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2009, 34(1): 1—26.
- [25] Kim B S, Park S W, Kato S. DEM simulation of collapse behaviours of unsaturated granular materials under general stress states [J]. *Computers and Geotechnics*, 2012, 42: 52—61.
- [26] Salot C, Gotteland P, Villard P. Influence of relative density on granular materials behavior: DEM simulations of triaxial tests [J]. *Granular Matter*, 2009, 11(4): 221—236.
- [27] Sazzad M M, Suzuki K. Density dependent macro-micro behavior of granular materials in general triaxial loading for varying intermediate principal stress using DEM [J]. *Granular Matter*, 2013, 15(5): 583—593.
- [28] Jiang M J, Konrad J M, Leroueil S. An efficient technique for generating homogeneous specimens for DEM studies [J]. *Computers and Geotechnics*, 2003, 30(7): 579—597.
- [29] Phoon K, Kulhawey F H. Characterization of geotechnical variability [J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1999, 36(4): 612—624.
- [30] 张浪, 刘东升, 宋强辉, 等. 基于 Griffith 理论岩石裂纹扩展的可靠度分析[J]. *工程力学*, 2008, 25(9): 156—161.
Zhang Lang, Liu Dongsheng, Song Qianghui, et al. Reliability analysis for propagation of rock crack based on Griffith theory [J]. *Engineering Mechanics*, 2008, 25(9): 156—161. (in Chinese)
- [31] 严春风, 徐健, 何翠香. 节理岩体 Hoek-Brown 经验强度准则可靠度分析[J]. *岩土工程学报*, 1999, 21(5): 550—553.
Yan Chunfeng, Xu Jian, He Cuixiang. The reliability analysis of the Hoek Brown empirical strength criterion for rockmass [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1999, 21(5): 550—553. (in Chinese)
- [32] Phoon K K, Huang S P, Quek S T. Implementation of Karhunen-Loeve expansion for simulation using a wavelet-Galerkin scheme [J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2002, 17(3): 293—303.
- [33] Laloy E, Rogiers B, Vrugt J A, Mallants D, Jacques D. Efficient posterior exploration of a high-dimensional groundwater model from two-stage Markov chain Monte Carlo simulation and polynomial chaos expansion [J]. *Water Resources Research*, 2013, 49(5): 2664—2682.
- [34] Griffiths D V, Fenton G A. Probabilistic slope stability analysis by finite elements [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2004, 130(5): 507—518.
- [35] Fenton G A, Griffiths D V. *Risk assessment in geotechnical engineering* [M]. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2008: 91—100.
- [36] Iwashita K, Oda M. Rolling resistance at contacts in simulation of shear band development by DEM [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1998, 124(3): 285—292.