

文章编号: 1000-4750(2017)05-0226-09

# 失效模式约束下层级褶皱结构的多目标优化

李兆凯<sup>1,2</sup>, 方耀楚<sup>3</sup>, 郝鹏<sup>1</sup>, 李刚<sup>1</sup>

(1. 大连理工大学工程力学系, 工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116024; 2. 北京机械设备研究所, 北京 100854;

3. 南华大学城市建设学院, 衡阳 421001)

**摘 要:** 基于欧拉梁和弹性薄板理论, 该文分析了二级层级褶皱结构的板模型在剪切或压缩载荷下对应的六种失效模式及对应的名义应力。通过比较名义应力值, 控制发生的失效模式类型, 并结合多目标优化算法, 同时进行最小重量和最小挠度的性能优化。该文建立了两种优化模型: 一是控制首次发生的失效模式类型; 二是根据损失大小将失效模式分级, 并按照等级序列发生。在此基础上, 讨论了两种优化模型的 Pareto 前沿图中典型设计点的性能指标, 最后采用有限元分析验证失效模式类型。结果表明: 两种优化模型得到的结构设计, 分别与控制发生的类型一致, 综合性能得到极大提升; 第二种模型考虑了应力值的差异, 防止结构突然发生整体失效, 更加安全。

**关键词:** 层级褶皱结构; 失效模式; 多目标优化; 轻量化; 最小挠度

中图分类号: O342 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2015.11.0909

## MULTI-OBJECTIVE OPTIMIZATION OF HIERARCHICAL CORRUGATED STRUCTURE UNDER FAILURE MODES CONSTRAINTS

LI Zhao-kai<sup>1,2</sup>, FANG Yao-chu<sup>3</sup>, HAO Peng<sup>1</sup>, LI Gang<sup>1</sup>

(1. Department of Engineering Mechanics, State Key Laboratory of Structural Analyses for Industrial Equipment,

Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. Beijing Mechanical Equipment Institut, Beijing 100854, China; 3. School of Urban Construction, University of South China, Hengyang 421001, China)

**Abstract:** Six failure modes may occur for hierarchical corrugated structures under compressive or shear loads, and the corresponding nominal stress of plate model were analyzed based on the theories of Euler beams and elastic plates in this study. The failure modes were designed by comparing the nominal stress, and then the multi-objective optimization was performed to minimize both weight and deflection. Two optimization formulations were established, with one controlling a special failure mode occurs first and another classifying the failure modes into two grades considering the loss degree, and then the failure mode occurs as a specific sequence. On this basis, the performance index of several typical design points from the Pareto front of two models was discussed. Finally, the failure modes were verified by FEM. The results show significant improvement of the performance for both models, and the failure modes occur as expected. The second model is safer, in which the difference of nominal stress for each failure mode is considered, in order to avoid sudden occurrence of global failure.

**Key words:** hierarchical corrugated structure; failure mode; multi-objective optimization; minimum weight; minimum deflection

收稿日期: 2015-11-12; 修改日期: 2016-05-15

基金项目: 973 项目(2014CB046506); 国家自然科学基金项目(11372061, 11402049); 中国博士后科学基金项目(2015T80246)

通讯作者: 郝鹏(1986—), 男, 山西人, 副教授, 博士, 硕导, 主要从事结构可靠性分析与优化研究(E-mail: haopeng@dlut.edu.cn).

作者简介: 李兆凯(1990—), 男, 山东人, 硕士生, 主要从事结构优化设计和强度分析研究(E-mail: lizhaokai2014@163.com);

方耀楚(1983—), 男, 湖南人, 博士生, 主要从事结构分析与优化研究(E-mail: daojiankefang@163.com);

李刚(1966—), 男, 山西人, 教授, 博士, 博导, 主要从事结构与多学科优化研究(E-mail: ligang@dlut.edu.cn).

自然界中存在许多由自相似结构单元组成的结构,称之为层级结构。尽管受到制造技术的限制,一些早期的大型建筑物中也已经采用了层级结构,如埃菲尔铁塔(Eiffel tower)和加拉比高架桥(Garabit viaduct)。Lakes<sup>[1]</sup>定义层级结构为:在不同尺度上都有力学特性的结构。层级结构可以显著提高结构的强度、刚度,自提出以来,就受到广泛关注。Murphey 等<sup>[2]</sup>研究了层级级数对桁架类层级结构性能的影响,指出从减重和刚度角度而言,最佳层级数为二级。Fan 等<sup>[3]</sup>研究了多孔材料组成的层级结构的性能,推导了其刚度、屈曲强度、塑性及脆性失效强度的表达式。Zhao 等<sup>[4]</sup>针对蜂窝材料组成的层级结构,基于试验获得的失效模式图提出一种分析塑性变形的模型。为了降低缺陷敏感度,Wang 等<sup>[5]</sup>提出多级加筋壳的概念,并采用基于代理模型的优化框架对结构进行设计,减重效果显著。

三明治褶皱夹芯板相比实心板,在刚度大小一致的情况下,材料用量更小<sup>[6-8]</sup>。因此,使用这种夹芯板制作的二级层级褶皱结构具有比强度、比刚度高等优点。相比一级结构,在相对密度低 5% 的情况下仍具有更好的压缩和剪切强度<sup>[9]</sup>。二级层级褶皱结构如图 1,夹芯称为小支撑,一级层级褶皱夹层称为大支撑。整个结构的高度、宽度分别为  $H$ 、 $b$ ,面板厚度为  $t_f$ ,大支撑面板倾角、厚度、长度和高度分别为  $\theta$ 、 $t$ 、 $l$  和  $h$ ,小支撑的倾角、厚度和长度分别为  $\theta_1$ 、 $t_1$ 、 $l_1$ 。需要指出的是,基于有限元分析确定失效模式较为困难,通常需要人为判断失效类型,并且一般需采用效率较低的显式动力学算法。近年来,一些学者已经对该结构开展了相关工作。Kooistra 等<sup>[9]</sup>使用梁模型分析了该结构的失效模式,在工程应用中具有一定的指导意义,但是仅适用于厚度较小的结构。方耀楚等<sup>[10]</sup>推广到板模型及无限宽板模型,并总结了两种模型的适用范围。上述理论分析为控制结构的失效模式提供了可能。

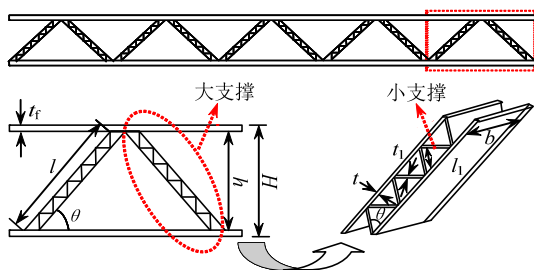


图1 二级层级褶皱结构单元示意图

Fig.1 The unit cell of the hierarchical corrugated structure

优化方法在结构性能设计中发挥越来越重要的作用<sup>[11-17]</sup>。徐龙河等<sup>[13]</sup>提出基于性能的钢框架结构失效模式识别方法,并以性能指标为目标函数、构件截面尺寸为变量,建立钢框架结构失效模式多目标优化方法。郝鹏等<sup>[14]</sup>针对 T 型截面多级加筋柱壳,构造了面向低缺陷敏感性的优化模型,可以高效的得到可靠性更强的优化解。易桂莲等<sup>[15]</sup>类比独立连续映射方法来改进 SIMP 方法的惩罚函数并用其求解应力约束下板壳结构的拓扑优化设计问题。仇嵩辰等<sup>[16]</sup>基于区间不确定性优化对平流层飞艇充气膜结构进行区间可靠性优化设计,降低了结构的失效概率。王峰等<sup>[17]</sup>对船用人字齿轮面进行了以齿根动应力疲劳寿命为目标的优化设计。对于二级层级褶皱结构,轻量化和刚度是工程应用中需要考虑的两个重要指标。在以往的研究中,已有较多学者针对三明治夹芯板开展了基于减重、吸能或挠度指标的优化设计工作<sup>[7,18-20]</sup>。Hou 等<sup>[7]</sup>以变形和承载力为多目标,分别优化了三角形和四边形夹芯的三明治板,取得了较好的结果。郑华勇、吴林志等<sup>[18]</sup>研究了 3D-Kagome 夹芯板的最大挠度随芯子相对密度、芯子的厚度参数和冲击载荷大小的变化规律,得出了抗冲击的最优化方案。Khalkhali 等<sup>[19-20]</sup>针对 2 层和 4 层夹芯的三明治板进行了多目标优化,并从 Pareto 前沿中寻找折衷最优设计点。Han 等<sup>[21]</sup>基于解析解和数值解对三点弯曲作用下的泡沫填充波纹夹芯梁进行了轻量化设计,得到了比同等质量的空心波纹夹芯梁性能更优的结构设计。不难发现,目前仍鲜有针对二级层级褶皱结构控制失效模式类型的优化设计工作。

本文重点分析了二级层级褶皱结构单胞基于板模型对应的六种失效模式,并给出了每种失效模式下对应的名义应力公式。利用上述名义应力公式,建立了两种优化模型:一是满足特定失效模式(大支撑弹性褶皱)优先发生;二是满足特定失效模式等级序列发生。以大支撑面板的厚度和角度,小支撑面板的长度、厚度、数目和角度为设计变量,采用第二代非劣排序遗传算法(NSGA-II)以最小重量和最小挠度为多目标进行了优化。

## 1 失效模式分析

Kooistra 等<sup>[9]</sup>假设结构宽度足够小,满足平面应力条件,从而基于弹性梁理论将二级层级褶皱结构简化为梁模型,并分析了可能发生的六种失效模

式。方耀楚和李刚<sup>[10]</sup>基于夹层板理论,提出了板模型和无限宽板模型的简化方法,并给出了三种模型的选取依据。上述分析均基于连续化假设<sup>[22]</sup>,并且忽略了短波失效模式,假设只有宏观弹性屈曲和塑性屈服才是有效的失效模式<sup>[9]</sup>。当构件某一方向载荷分量达到其屈服极限或屈曲极限载荷时,则认为结构发生对应的失效模式。单独作用压缩或剪切载荷对应的名义应力称为名义正应力或名义切应力。

当板宽与板长的比值在1~4时,可简化为板模型<sup>[10]</sup>。当面板内载荷达到屈服极限载荷或稳定临界载荷时,发生塑性屈服或弹性屈曲。对于二级层级褶皱结构单个构件面板的屈曲失效,简化为对边简支对边自由的弹性薄板失稳;对于大支撑结构的屈曲失效,简化为对边简支对边自由的夹层板失稳。在前期工作<sup>[10]</sup>中,我们已经推导了各失效模式对应的名义应力公式,如下所示。

大支撑塑性屈服:当大支撑表面板应力达到材料屈服应力时,该失效模式发生,对应的名义正应力和名义切应力分别为:

$$\sigma_{\text{nom}} = 2\sigma_Y \frac{t \sin \theta}{l \cos \theta} \quad (1)$$

$$\tau_{\text{nom}} = 2\sigma_Y \frac{t}{l} \quad (2)$$

小支撑塑性屈服:当小支撑构件的应力达到材料的屈服应力时,该失效模式发生,对应的名义正应力和名义切应力分别为:

$$\sigma_{\text{nom}} = 2\sigma_Y \left( \frac{t_1}{l} \right) \frac{\sin \theta_1}{\cos \theta} \left[ \frac{1}{3 \cos \theta} \left( \frac{l}{l_1} \right)^2 + \cos \theta \right] \quad (3)$$

$$\tau_{\text{nom}} = 2\sigma_Y \left( \frac{t_1}{l} \right) \frac{\sin \theta_1}{\cos \theta} \left[ \frac{\cos^2 \theta}{3 \sin^3 \theta} \left( \frac{l}{l_1} \right)^2 + \sin \theta \right] \quad (4)$$

大支撑剪切屈曲:当大支撑整体的剪切刚度达到极限值时,该失效模式发生,对应的名义正应力和名义切应力分别为:

$$\sigma_{\text{nom}} = \frac{t_1}{l} E \sin^2 \theta_1 \cos \theta_1 \tan \theta \quad (5)$$

$$\tau_{\text{nom}} = \frac{t_1}{l} E \sin^2 \theta_1 \cos \theta_1 \quad (6)$$

其中,  $E$  为大支撑的弹性模量。

大支撑面板弹性褶皱:当两个小支撑之间的大支撑面板发生短波弹性屈曲时,该失效模式发生,对应的名义正应力和名义切应力分别为:

$$\sigma_{\text{nom}} = \frac{E\pi^2}{24(1-\nu^2)} \frac{\tan \theta}{\cos^2 \theta_1} \left( \frac{t}{l} \right)^3 \left( \frac{l}{l_1} \right)^2 \left[ 1 + \left( \frac{l_1}{b} \right) \cos \theta_1 \right] \quad (7)$$

$$\tau_{\text{nom}} = \frac{\pi^2 E t^3}{24 l l_1^2 \cos^2 \theta_1} \left[ \frac{1}{1-\nu^2} - \frac{\nu^2}{1-\nu^2} \frac{l_1 \cos \theta_1}{b} \right] \quad (8)$$

其中,  $\nu$  为大支撑的泊松比。

大支撑弹性屈曲:当大支撑轴力达到其临界载荷值,发生欧拉失稳,对应的名义正应力和名义切应力分别为:

$$\sigma_{\text{nom}} = \left( \frac{P_x}{l} \right) \tan \theta \quad (9)$$

$$\tau_{\text{nom}} = \left( \frac{P_x}{l} \right) \quad (10)$$

其中,  $P_x$  为屈曲临界载荷,由超越方程式(11)得到:

$$\frac{\sin b\beta \cosh b\alpha}{\sinh b\alpha \cos b\beta} = \frac{-2\alpha\beta A_1 A_2 B_1 B_2}{\alpha^2 A_2^2 B_1^2 + \beta^2 A_1^2 B_2^2} \quad (11)$$

式中:

$$A_1 = \alpha^2 - \nu\delta^2, \quad A_2 = \beta^2 + \nu\delta^2,$$

$$B_1 = \alpha^2 - (2-\nu)\delta^2, \quad B_2 = \beta^2 + (2-\nu)\delta^2,$$

$$\alpha = \sqrt{(-A + \sqrt{A^2 - 4Q})/2},$$

$$\beta = \sqrt{(-A - \sqrt{A^2 - 4Q})/2},$$

$$B = \nu\delta^2 + 2C/[D(1-\nu)],$$

$$Q = (1 - p_x/C)\delta^4 - \delta^2 P_x/D,$$

$$A = -(2 - p_x/C)\delta^2, \quad \delta = m\pi/a,$$

$$D = Et(t + l_1 \sin \theta_1)^2/[2(1-\nu^2)],$$

$$C = G_c(t + l_1 \sin \theta_1), \quad G_c = Et(\sin 2\theta_1)/2l_1.$$

小支撑弹性屈曲:当小支撑轴力达到临界载荷值,发生欧拉失稳,该失效模式发生,对应的名义正应力和名义切应力分别为:

$$\sigma_{\text{nom}} = \frac{\pi^2 E t_1^3 \sin \theta_1}{6 l l_1^2 \cos \theta (1-\nu^2)} \left[ \cos \theta + \frac{1}{3 \cos \theta} \left( \frac{l}{l_1} \right)^2 \right] \left( 1 + \frac{l_1}{2b} \right) \quad (12)$$

$$\tau_{\text{nom}} = \pi^2 E \frac{\sin \theta_1}{\cos \theta} \frac{t_1^3}{6 l l_1^2} \left[ \frac{1}{1-\nu^2} - \frac{\nu^2}{2(1-\nu^2)} \frac{l_1}{b} \right] \left[ \left( \frac{l}{l_1} \right)^2 \frac{\sin \theta}{3 \sin^2 \theta_1} + \sin \theta \right] \quad (13)$$

## 2 多目标优化

多目标优化问题有两种求解思路：归一化方法和非归一化方法。前者采用加权法转化为单目标优化问题进行求解，权值系数的选取在很大程度上受到优化者主观的影响。后者采用 Pareto 机制直接处理多个目标，常用的算法包括粒子群算法(PSO)<sup>[23]</sup>、邻域培植多目标遗传算法(NCGA)<sup>[24]</sup>和第二代非劣排序遗传算法(NSGA-II)。本文采用的第二代非劣排序遗传算法，该算法是由 Deb 等<sup>[25-26]</sup>提出的一种非常有效的求解多目标问题的算法，核心思想是求解 Pareto 前沿，即由 Pareto 最优解集在目标函数空间中的像。设计人员可以根据该解集和问题条件、要求，选取工程中可用的折衷解。

二级层级褶皱结构单胞采用铝合金 6061-T6，弹性模量  $E = 69 \text{ GPa}$ ，屈服应力  $\sigma_y = 250 \text{ MPa}$ ，泊松比  $\nu = 0.3$ ，屈服应变  $\varepsilon_y = 0.002$ ，板宽  $b = 152 \text{ mm}$ <sup>[9]</sup>。基于 ABAQUS 软件建立参数化模型：有限元模型采用 S4 壳单元，大支撑面板与小支撑的连接边使用相同的节点，大支撑面板分别与顶端、底端面板进行自由度耦合。在顶端、底端面板的中心建立上、下两个参考点，并分别与顶端、底端面板耦合。将底端参考点固支，有限元模型不考虑失效，采用效率较高的隐式算法分析，在顶端参考点处施加 5 kN 的轴压载荷，如图 2。为了验证单元尺寸对有限元结果的影响，分别计算单元尺寸为 1 mm、3 mm、5 mm、7 mm 和 9 mm 的五组模型的挠度图 3。从图 3 可知：模型挠度随着单元尺寸的增大而减小，并且随着单元尺寸的减小，挠度增大的幅值有下降的趋势。单元尺寸为 1 mm 和 3 mm 的有限元结果相差仅为 0.03%，但是前者的计算时间大大增加。因此，优化过程中单元尺寸取为 3 mm。计算机的配置如下：Xeon E5-2687W 3.1GHz CPU，64GB 内存，基于 ABAQUS 软件单次有限元分析时间约 3 min。

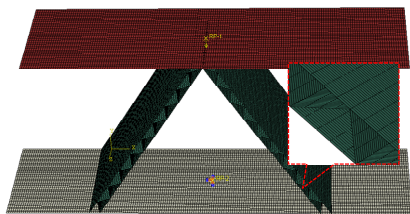


图 2 二级层级褶皱结构单胞有限元模型

Fig.2 The FE model of unit cell of the hierarchical corrugated truss structure

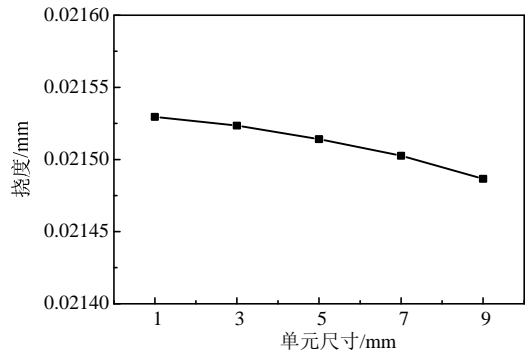


图 3 不同单元尺寸的有限元结果

Fig.3 The FE results of different element sizes

### 2.1 特定失效模式优先发生的多目标优化

二级层级褶皱结构具有丰富多样的失效模式，如果能控制首次发生的失效模式类型，则可以更好地掌握该结构的特性，有利于在工程设计中采用。本文首先控制对结构性能影响较小的失效模式(大支撑弹性褶皱)优先发生，利用式(1)~式(13)，针对二级层级褶皱结构单胞进行最小重量和最小挠度的多目标优化，优化列式可写为：

变量:  $t, \theta, t_1, l_1, \theta_1, n$

最小化  $\rho_{rel}, f$  (14)

约束条件  $\sigma_4 < \sigma_i$

$t/l \in (0, 0.2), t_1/l_1 \in (0, 0.2), l_1/l \in (0, 0.2)$

式中：变量  $t$ 、 $\theta$ 、 $t_1$ 、 $l_1$ 、 $\theta_1$  和  $n$  分别为大支撑面板厚度、角度，小支撑厚度、长度、角度及小支撑数量(当  $\theta > \theta_1$ ，共有  $2n$  个小支撑；当  $\theta < \theta_1$ ，共有  $2n-1$  个小支撑)； $\rho_{rel}$  为无量纲相对密度<sup>[9]</sup>； $f$  表示顶端面板中心的挠度； $\sigma_4$  表示发生大支撑弹性褶皱失效时的名义应力； $\sigma_i$  表示发生其他 5 种失效模式对应的名义应力； $t/l$  和  $t_1/l_1$  的取值是为了保证构件可视为弹性薄板； $l_1/l$  的取值是为了保证构件能够发生屈曲失效。

$$\rho_{rel} = \frac{4t}{l \sin 2\theta} + \frac{4t_1 \sin \theta_1}{l \sin 2\theta_1 \sin 2\theta} \quad (15)$$

设计变量的上下限及初始值列于表 1，优化结束后以挠度为  $x$  轴，重量为  $y$  轴作 Pareto 前沿图，如图 4 中的特定失效模式优先发生的优化。从中选取四个典型设计点， $A_1$ 、 $D_1$  是图中的两个端点，中间的两个设计点  $B_1$ 、 $C_1$  大致是曲线斜率突变的点。重量下降最快(挠度增大最慢)的是曲线  $A_1B_1$ ，其次是曲线  $B_1C_1$ ，最后是曲线  $C_1D_1$ 。四个典型设计点对应的设计变量及目标函数值列于表 1 中，四种设计中大支撑角度  $\theta$  均为  $56.6^\circ$ ；大支撑厚度  $t$  的取值

在 1.5 mm ~ 2.3 mm; 小支撑厚度  $t_1$  均为 0.7 mm; 小支撑长度  $l_1$  的取值接近上边界, 在 16 mm ~ 20 mm;  $A_1$  中有 7 对小支撑,  $B_1$ 、 $C_1$  与  $D_1$  中  $n$  取 9。  $A_1$  与  $B_1$ 、 $C_1$ 、 $D_1$  中  $\theta_1$  差别较大。观察表 1 和图 4 可以发现:  $A_1$  重量最大, 而挠度最小, 相比初始设计, 重量增大了 36%, 挠度减小了 43%, 是以挠度最小为单目标的最优解。  $D_1$  与  $A_1$  相反, 重量最小, 挠度最大, 相比初始设计, 重量减小了 40%, 挠度增大了 44%, 即为以轻量化为单目标的最优解。  $B_1$ 、 $C_1$  两个设计点相比  $A_1$ 、 $D_1$ , 是综合考虑了挠度和重量两个目标后给出的折衷解。  $B_1$  相比初始设计, 在减重 4% 的情形下, 挠度减小了 20%。  $C_1$  相比初始设计, 在挠度增大了 18% 的情况下, 减重 30%。 位于  $B_1$ 、 $C_1$  两设计点之间的设计同时

考虑了轻量化和刚度的需求, 显然更符合该多目标优化问题, 工程应用中更易于采纳。

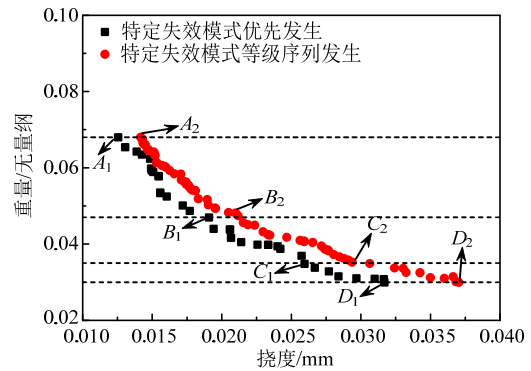


图 4 两种多目标优化模型的 Pareto 前沿图及设计点  
Fig.4 Pareto fronts and design points for two multi-objective optimization models

表 1 设计变量初始值、上下限及 Pareto 前沿图中四个设计点的值

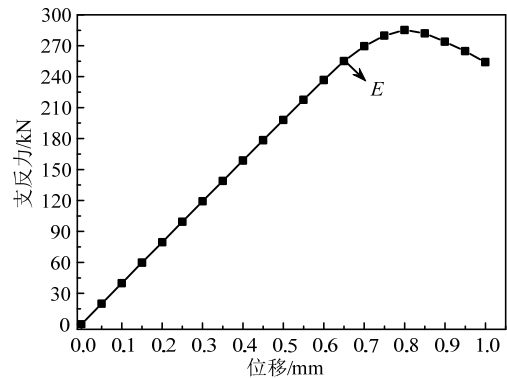
Table 1 Initial values and bounds of Design variables and four points' information from Pareto front curve

设计点	$t/mm$	$\theta/(^\circ)$	$t_1/mm$	$l_1/mm$	$\theta_1/(^\circ)$	$n$	挠度/mm	挠度相比初始设计的增幅/(%)	$\rho_{rel}$	重量相比初始设计的增幅/(%)
初始值	1.0	45.0	1.0	15.0	45.0	7	0.022	—	0.050	—
下限值	0.5	30.0	0.5	10.0	30.0	5	—	—	—	—
上限值	3.0	60.0	3.0	20.0	60.0	10	—	—	—	—
$A_1$	2.3	56.6	0.7	16.1	38.4	7	0.013	-43	0.068	36
$B_1$	2.3	56.6	0.7	17.1	37.8	9	0.018	-20	0.048	-4
$C_1$	1.7	56.6	0.7	19.4	38.4	9	0.026	18	0.035	-30
$D_1$	1.5	56.6	0.7	20.0	38.4	9	0.032	44	0.030	-40
$A_2$	1.5	48.4	0.6	14.1	37.1	5	0.014	-36	0.068	36
$B_2$	1.4	48.3	0.5	14.7	37.1	6	0.020	-9	0.048	-4
$C_2$	1.1	48.6	0.5	16.8	37.1	6	0.029	32	0.035	-30
$D_2$	0.8	48.4	0.5	16.1	37.1	6	0.037	68	0.030	-40

为了验证基于公式得到的 Pareto 前沿上的设计是否满足约束条件, 即大支撑弹性褶皱是首次发生的失效模式, 分别建立  $A_1$ 、 $B_1$ 、 $C_1$ 、 $D_1$  四个设计点对应的有限元模型。采用显式动力学方法进行分析, 采用位移线性加载方式, 其中位移载荷大小为 1 mm、1.2 mm、1.1 mm 和 0.9 mm, 加载时间为 0.2 s。基于 ABAQUS 软件有限元分析时间约 3.5 h。

支撑面板与顶端面板连接处由于应力集中出现少量屈服, 整体并未进入塑性。可以判断, 大支撑面板局部(非连接处)从  $E$  点开始出现失效, 首先发生的失效模式为大支撑弹性褶皱, 满足上述优化设计的约束条件。其他三个设计点与  $C_1$  点类似, 仅应力值大小不同, 四个点的应力值分别为 260.2 MPa、248.7 MPa、189.5 MPa 和 136.7 MPa, 且逐渐减小。

计算完成后分别绘制四种模型的位移-载荷曲线, 如图 5。可以发现, 拐点  $E$  后, 结构位移仍线性增大, 而图 5(a)、图 5(b)中支反力增大幅度减小, 图 5(c)、图 5(d)中支反力急剧减小。并且四种设计的极限承载能力逐渐减弱。下面以  $C_1$  为例, 验证结构的失效模式类型。从  $E$  点前后的应力云图(图 5(c))可知: 除去大支撑面板与顶端面板连接处的应力由于应力集中较大外,  $E$  点前大支撑面板整体的应力水平(大于 112 MPa)仍远大于小支撑(小于 89.9 MPa);  $E$  点后大支撑面板局部的应力增大显著。结合  $E$  点后的等效塑性应变分布图 6, 仅有大



(a)  $A_1$  设计点



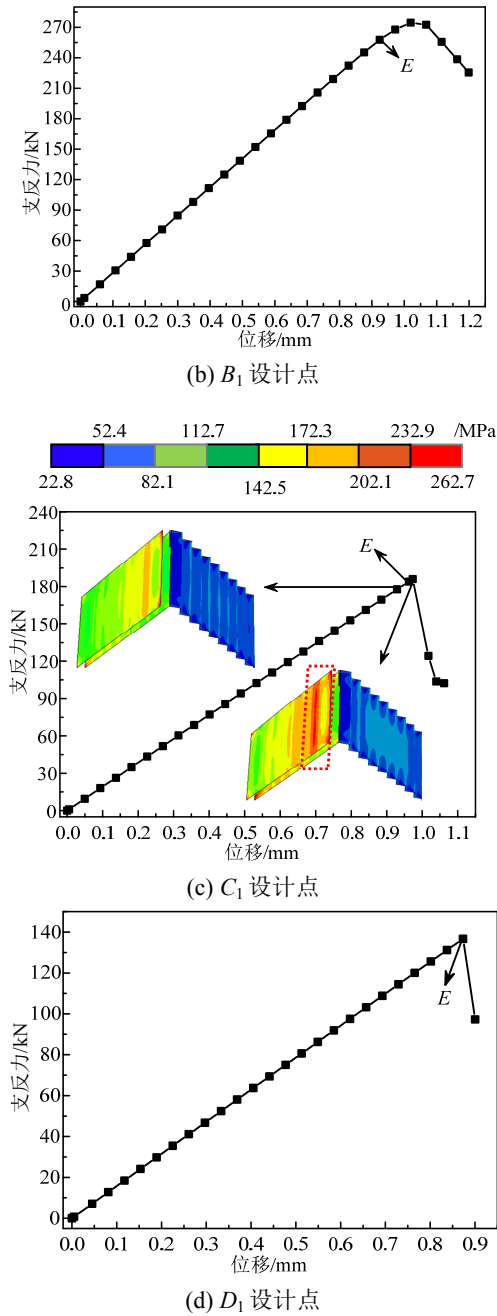


图5 优化模型一中  $A_1$ 、 $B_1$ 、 $C_1$ 、 $D_1$  四点对应有限元模型的位移-支反力曲线

Fig.5 The displacement-RF curves of four design points  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ ,  $D_1$  in the first multi-objective optimization

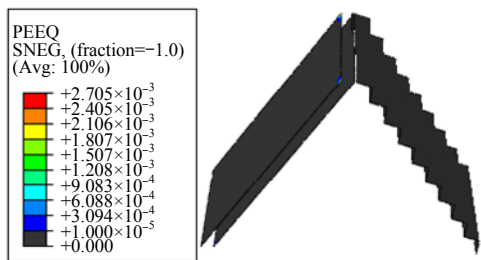


图6  $E$  点后  $C_1$  设计中夹芯的等效塑性应变图

Fig.6 The equivalent plastic strain of strut of the design point  $C_1$  after inflection point  $E$

## 2.2 特定失效模式等级序列发生的多目标优化

虽然二级层级褶皱结构单胞可以发生多种类型的失效模式，但是发生不同的失效模式对结构的承载能力影响程度是不同的。对于实际工程结构来说，发生局部失效带来的损失较低，而发生整体失效带来的后果较为严重。因此，本文对上述六种失效模式进行评估分级，并据此设计按照失效模式等级序列发生的结构形式。大支撑面板弹性褶皱、大支撑塑性屈服、小支撑塑性屈服和小支撑弹性屈曲属于局部失效，将其定义为第一级；大支撑弹性屈曲和大支撑剪切屈曲则属于整体失效，将其定义为第二级。另外，对比优化模型一中四种设计的位移-支反力曲线(图5)可以发现，图5(a)发生大支撑弹性褶皱失效后支反力未立即减小，维持一段时间后结构才丧失承载能力。而图5(b)~图5(d)支反力直线下降，失效后突然丧失承载能力。这是由于图5(b)~图5(d)的设计中整体失效对应的名义应力值与大支撑弹性褶皱比较接近，结构发生首次失效后，立即发生了其他失效模式。显然，图5(a)对应的设计更为安全。基于以上分析，本文针对二级层级褶皱结构单胞开展特定失效模式等级序列发生的最小重量和最小挠度多目标优化，即以第一级的失效模式优先发生为约束条件，同时第二级失效模式的名义应力大于第一级的名义应力加上初始设计的名义应力的  $\delta$  倍，经过试算，在本文中将 0.05 作为名义应力值的差异值  $\delta$ 。优化列式为：

$$\text{变量: } t, \theta, t_1, l_1, \theta_1, n$$

$$\text{最小化 } \rho_{\text{rel}}, f \tag{16}$$

$$\text{约束条件 } \sigma_j < \sigma_i + \delta \sigma_0$$

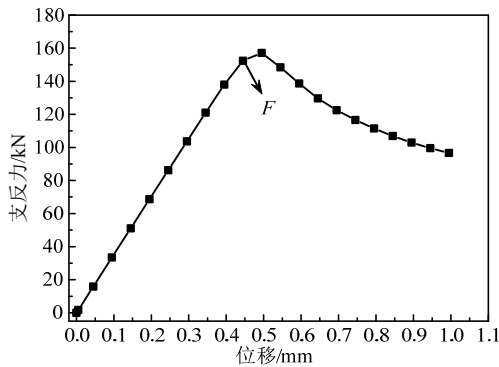
$$t/l \in (0, 0.2) \quad t_1/l_1 \in (0, 0.2) \quad l_1/l \in (0, 0.2)$$

式中： $\sigma_j$  和  $\sigma_i$  分别表示第一级和第二级的失效模式对应的名义应力； $\sigma_0$  表示初始设计的名义应力。

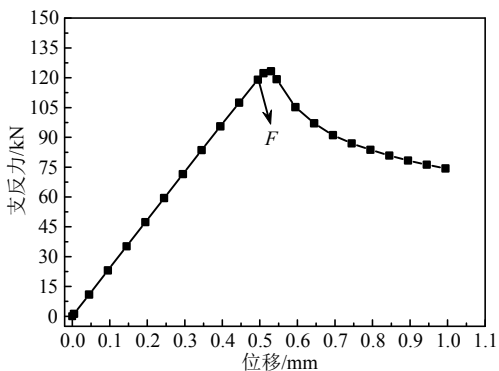
仍从 Pareto 前沿图(图4，特定失效模式等级序列发生的优化)中取出四个典型设计点  $A_2$ 、 $B_2$ 、 $C_2$  与  $D_2$ ，四点的重量分别与优化模型一中的设计对应相等。变量与目标值如表 1，所有的变量与第一种优化对应的设计相比，均有不同程度的减小。四种设计中  $\theta$  大小接近，稳定在  $48^\circ$  左右； $t$  的取值在  $0.8 \text{ mm} \sim 1.5 \text{ mm}$ ； $t_1$  接近下边界，取  $0.5 \text{ mm}$  或  $0.6 \text{ mm}$ ； $l_1$  接近初始值  $15 \text{ mm}$ ； $A_2$  中  $n$  取 5， $B_2$ 、 $C_2$  与  $D_2$  中  $n$  取 6； $\theta_1$  均取  $37.1^\circ$ 。 $A_2$  重量最大，而挠度最小，相比初始设计，重量增大了 36%，挠度减小了 34%，是以挠度最小为单目标的最优解。

$D_2$  重量最小, 挠度最大, 相比初始设计, 重量减小了 40%, 挠度增大了 72%, 是以轻量化为单目标的最优解。 $B_2$ 、 $C_2$  两个设计点相比  $A_2$ 、 $D_2$ , 是综合考虑了挠度和重量两个目标后给出的折衷解。相比初始设计,  $B_2$  在重量减小 3.3% 的情形下, 挠度减小 4.8%。 $C_2$  在挠度增大 36% 的情况下, 减重 29%。位于  $B_2$ 、 $C_2$  两个设计点之间的设计综合考虑了轻量化和刚度两种需求, 更接近实际结构。

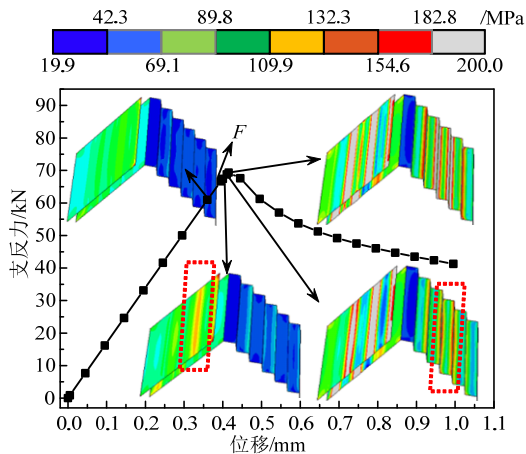
四个设计点对应的位移-载荷曲线分别如图 7(a)~图 7(d)。过转折点  $F$  后, 与优化模型一的位移-载荷曲线图 5 的区别是支反力没有迅速下降,



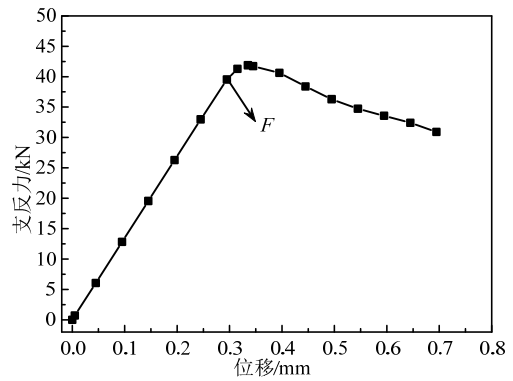
(a)  $A_2$  设计点



(b)  $B_2$  设计点



(c)  $C_2$  设计点



(d)  $D_2$  设计点

图 7 优化模型二中  $A_2$ 、 $B_2$ 、 $C_2$ 、 $D_2$  四个设计点对应的位移-载荷曲线

Fig.7 The Displacement-Force curves of four design points  $A_2$ ,  $B_2$ ,  $C_2$ ,  $D_2$ , in the second multi-objective optimization

仍然具有一定的承载能力。说明定义的约束条件: 二级失效模式名义应力大于一级的名义应力加上初始设计的名义应力的 5% 发挥了作用。但是结构的承载能力均有所下降。

下面以  $C_2$  为例, 观察拐点  $F$  前一时刻及向后连续三个时间点的应力分布及对应的等效塑性应变分布, 进而判断结构发生的失效模式类型。对比图 7(c)  $F$  点前后两幅应力云图, 大支撑面板局部的应力急剧增大; 结合图 8 中  $F$  点前后两幅图中的等效塑性应变分布, 大支撑面板仅有与顶端面板连接处由于应力集中出现少量屈服, 且等效塑性应变仅为 0.096%, 所以此时结构发生的失效模式为大支撑弹性褶皱。对比图 7(c) 中过  $F$  点的两幅应力云图, 小支撑面板的应力局部出现急剧增大现象, 同样结合图 8 中过  $F$  点后第二幅图中的等效塑性应变分

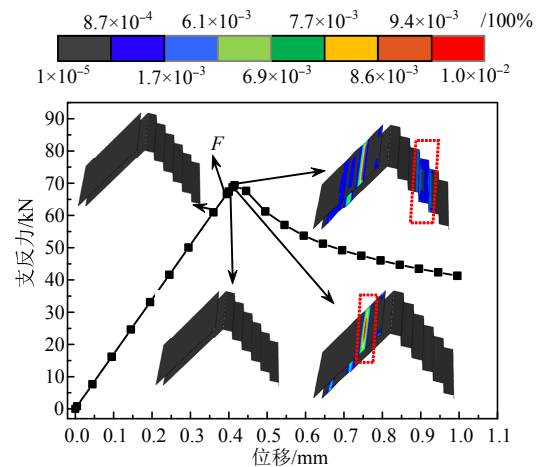


图 8 优化模型二中  $C_2$  设计中夹芯的等效塑性应变云图  
Fig.8 The equivalent plastic strain of strut of the design point  $C_2$  in the second multi-objective optimization

布, 大支撑面板进入塑性而小支撑面板并未进入屈服, 说明此时结构已发生大支撑塑性屈服与小支撑弹性屈服。最后, 对比图 7(c)中过  $F$  点后最后两幅应力云图, 小支撑面板的应力继续增大; 而且图 8 中最后一幅等效塑性应变图中小支撑面板已进入塑性, 可以判断此时结构已发生了小支撑塑性屈服。其他三个设计点发生的失效模式类型类似, 只是第一级的四种失效类型出现的先后顺序不同。综上所述, Pareto 前沿图上的设计满足特定失效模式等级序列发生。

### 3 结论

(1) 采用薄板模型分析在剪切或压缩载荷作用下的二级层级褶皱结构, 并给出对应的六种失效模式及名义应力表达式。

(2) 采用 NSGA-II 优化算法进行最小重量和最小挠度的多目标优化设计, 比较了两种优化模型: 一是特定失效模式(大支撑弹性褶皱)优先发生; 二是特定失效模式等级(先局部失效后整体失效)序列发生。分别讨论了两种优化的 Pareto 前沿图中的四个设计点的性能。

(3) 采用有限元分析验证了两种优化模型的 Pareto 前沿图中的设计均满足约束条件: 第一种优化中 Pareto 前沿图上的结构失效时优先发生大支撑弹性褶皱; 第二种优化中 Pareto 前沿图上的结构失效时优先发生第一级的失效模式。两种优化模型均可得到性能优异的结构设计, 但是第二种优化模型在第一种优化模型的基础上, 考虑了名义应力值的差异对结构承载力的影响, 能够防止结构突然发生整体失效, 结构更加安全, 更利于在工程中使用。

#### 参考文献:

[1] Lakes R. Materials with structural hierarchy [J]. *Nature*, 1993, 361(6412): 511—515.

[2] Murphey T W, Hinkle J D. Some performance trends in hierarchical truss structures [C]. 44th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Conference, Norfolk, VA, 2003: 1903.

[3] Fan H L, Jin F N, Fang D N. Mechanical properties of hierarchical cellular materials. Part I: Analysis [J]. *Composites Science and Technology*, 2008, 68(15): 3380—3387.

[4] Zhao L, Zheng Q, Fan H, et al. Hierarchical composite honeycombs [J]. *Materials & Design*, 2012, 40(9): 124—129.

[5] Wang B, Hao P, Li G, et al. Optimum design of hierarchical stiffened shells for low imperfection

sensitivity [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2014, 30(3): 391—402.

[6] Wadley H N G, Borvik T, Olovsson L, et al. Deformation and fracture of impulsively loaded sandwich panels [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2013, 61(2): 674—699.

[7] Hou Shujuan, Zhao Shuyun, Ren Lili, et al. Crashworthiness optimization of corrugated sandwich panels [J]. *Materials & Design*, 2013, 51(10): 1071—1084.

[8] Tilbrook M T, Radford D D, Deshpande V S, et al. Dynamic crushing of sandwich panels with prismatic lattice cores [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2007, 44(18): 6101—6123.

[9] Kooistra G W, Deshpande V, Wadley H N G. Hierarchical corrugated core sandwich panel concepts [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2007, 74(2): 259—268.

[10] 方耀楚, 李刚. 基于板理论的层级褶皱结构失效模式分析[J]. *固体力学学报*, 2014, 35(3): 241—248.  
Fang Yaochu, Li Gang. Failure mode analysis of the structure with hierarchical corrugated truss core by using the theory of plate [J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2014, 35(3): 241—248. (in Chinese)

[11] 谭申刚, 万志强. 基于现代优化方法的气动弹性建模与设计技术[J]. *工程力学*, 2008, 25(8): 235—240.  
Tan Shengang, Wan Zhiqiang. Aeroelastic modeling and design technology based on modern optimization methods [J]. *Engineering Mechanics*, 2008, 25(8): 235—240. (in Chinese)

[12] 王存福, 赵敏, 葛彤. 水下耐压结构拓扑优化设计方法探究[J]. *工程力学*, 2015, 32(1): 247—256.  
Wang Cunfu, Zhao Min, Ge Tong. Study on the topology optimization design of underwater pressure structure [J]. *Engineering Mechanics*, 2015, 32(1): 247—256. (in Chinese)

[13] 徐龙河, 吴耀伟, 李忠献, 滕军. 基于性能的钢框架结构失效模式识别及优化[J]. *工程力学*, 2015, 32(10): 44—51.  
Xu Longhe, Wu Yaowei, Li Zhongxian, Teng Jun. Performance-based seismic failure mode identification and optimization for steel frame structures [J]. *Engineering Mechanics*, 2015, 32(10): 44—51. (in Chinese)

[14] 郝鹏, 王博, 李刚, 唐霄汉, 曾杜娟, 莫怡华. T型截面多级加筋柱壳的缺陷敏感性分析及优化研究[J]. *工程力学*, 2015, 32(8): 223—228, 256.  
Hao Peng, Wang Bo, Li Gang, Tang Xiaohan, Zeng Dujuan, Mo Yihua. Imperfection sensitivity analysis and optimization of hierarchical stiffened shells with T-section stiffeners [J]. *Engineering Mechanics*, 2015, 32(8): 223—228, 256. (in Chinese)

[15] 易桂莲, 隋允康. 基于应力约束全局化策略的板壳结



- 构强度拓扑优化[J]. 工程力学, 2015, 32(8): 211—216.
- Yi Guilian, Sui Yunkang. Topology optimization for plate and shell structures based on stress constraint globalization [J]. *Engineering Mechanics*, 2015, 32(8): 211—216. (in Chinese)
- [16] 仇嵩辰, 邱志平. 平流层飞艇充气柔性膜结构的区间不确定优化[J]. 工程力学, 2015, 32(4): 234—243.
- Qiu Hechen, Qiu Zhiping. Interval uncertainty optimization of airship's air-supported flexible membrane structure [J]. *Engineering Mechanics*, 2015, 32(4): 234—243. (in Chinese)
- [17] 王峰, 方宗德, 李声晋, 蒋进科. 基于齿根动应力的船用入字齿轮疲劳分析与优化[J]. 工程力学, 2015, 32(7): 184—189.
- Wang Feng, Fang Zongde, Li Shengjin, Jiang Jinke. Fatigue analysis and optimization of marine herringbone gear based on tooth root dynamic stress [J]. *Engineering Mechanics*, 2015, 32(7): 184—189. (in Chinese)
- [18] 郑华勇, 吴林志, 马力, 王新筑. Kagome 点阵夹芯板的抗冲击性能研究[J]. 工程力学, 2007, 24(8): 86—92.
- Zheng Huayong, Wu Linzhi, Ma Li, Wang Xinzhu. Research on impulse-resistant performance of sandwich panels with Kagome truss core [J]. *Engineering Mechanics*, 2007, 24(8): 86—92. (in Chinese)
- [19] Khalkhali A, Narimanzadeh N, Khakshournia S, et al. Optimal design of sandwich panels using multi-objective genetic algorithm and finite element method [J]. *International Journal of Engineering*, 2013, 27(3): 395—402.
- [20] Khalkhali A, Khakshournia S, Nariman-Zadeh N. A hybrid method of FEM, modified NSGAI and TOPSIS for structural optimization of sandwich panels with corrugated core [J]. *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 2014, doi: 1099636214531516.
- [21] Han B, Qin K K, Yu B, et al. Design optimization of foam-reinforced corrugated sandwich beams [J]. *Composite Structures*, 2015, 130: 51—62.
- [22] Deshpande V S, Ashby M F, Fleck N A. Foam topology: bending versus stretching dominated architectures [J]. *Acta Materialia*, 2001, 49(6): 1035—1040.
- [23] Zhang W, Ma D, Wei J, et al. A parameter selection strategy for particle swarm optimization based on particle positions [J]. *Expert Systems with Applications*, 2014, 41(7): 3576—3584.
- [24] Paulinas M, Ušinskas A. A survey of genetic algorithms applications for image enhancement and segmentation [J]. *Information Technology and Control*, 2015, 36(3): 278—284.
- [25] Deb K. Multi-objective optimization using evolutionary algorithms [M]// Chichester: John Wiley and Sons Ltd, 2001: 292—301.
- [26] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II [J]. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2): 182—197.