

文章编号: 1000-4750(2017)03-0211-08

联方型双撑杆索穹顶考虑自重的预应力计算方法

张爱林^{1,2}, 孙超¹, 姜子钦^{1,2}

(1. 北京工业大学建筑工程学院, 北京 100124;

2. 北京工业大学北京市高层和大跨度预应力钢结构工程技术研究中心, 北京 100124)

摘 要: 为了改善传统索穹顶结构的受力性能, 该文提出了一种联方型双撑杆索穹顶结构, 该索穹顶的上弦节点与两根斜撑杆相连, 稳定性好并且便于张拉施工。针对联方型双撑杆索穹顶的找力分析问题, 根据节点平衡方程, 推导出考虑结构自重时索穹顶的预应力计算公式; 给出了不同参数下联方型双撑杆索穹顶的预应力计算表, 分析了该结构的受力特性; 比较了考虑结构自重和不考虑结构自重时索穹顶初始预应力的差别, 并采用有限元迭代法对比验证了理论公式的准确性。分析结果表明: 随着矢跨比和撑杆高度的增大, 结构中所有构件的初始预应力将减小; 在自重荷载下, 内圈脊索内力降低, 最外圈斜索和环索内力显著增加; 采用该文提出的理论公式可快速准确的获得考虑结构自重时联方型双撑杆索穹顶的实际预应力分布, 为工程设计提供参考。

关键词: 预应力钢结构; 联方型双撑杆索穹顶; 找力分析; 自重; 受力特性

中图分类号: TU394 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2016.01.0056

CALCULATION METHOD OF PRESTRESS DISTRIBUTION FOR LEVY CABLE DOME WITH DOUBLE STRUTS CONSIDERING SELF-WEIGHT

ZHANG Ai-lin^{1,2}, SUN Chao¹, JIANG Zi-qin^{1,2}

(1. College of Architecture and Civil Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China;

2. Beijing Engineering Research Center of High-rise and Large-span Prestressed Steel Structure, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: A type of Levy cable dome with double struts is presented to improve the mechanical behavior of cable domes. This structure has a good stability and is convenient for construction due to the fact that each upper node is connected to two inclined struts. To solve its force finding problem, according to the balanced equations of connections, the calculation formulas of prestress distribution with self-weight considered are deduced. The calculation tables of cable dome under different parameters are given to investigate the mechanical behavior. The differences of prestress-state with and without self-weight are compared, and the proposed formulas are checked using finite element iteration method. The results show that with the increase of rise-span ratio and height of struts, the initial prestress decreases for all components. Under self-weight, the internal force of inner ridge cables decreases, while the internal force of the most outer diagonal cables and hoop cables increases significantly. Using the formulas deduced in this paper, the actual initial prestress distribution considering self-weight for Levy cable dome with double struts can be obtained rapidly and accurately, providing a reference for engineering design.

Key words: prestressed steel structure; Levy cable dome with double struts; force-finding analysis; self-weight; mechanical behavior

收稿日期: 2016-01-20; 修改日期: 2016-05-16

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(51038006)

通讯作者: 孙超(1987-), 男, 山东人, 博士生, 主要从事预应力钢结构研究(E-mail: sunchao1027@sina.com).

作者简介: 张爱林(1961-), 男, 山东人, 教授, 博士, 博导, 主要从事现代钢结构研究(E-mail: zhangal@bjut.edu.cn);

姜子钦(1988-), 男, 江西人, 讲师, 博士, 主要从事预应力钢结构研究(E-mail: jzqb2010@163.com).

索穹顶是一种由大量高强拉索和少量压杆组成的索杆体系,通过对拉索施加预应力提供结构整体刚度,此结构体系节省钢材、轻盈美观,为目前大跨度屋盖结构的先进高效的技术方案。目前,国内外已有的索穹顶实际工程大多为肋环型和联方型这两种形式^[1-3],而在理论研究领域则相继提出了其他结构方案,如通过改变屋面网格以改变传力途径^[4-5],或者采用刚性构件替代柔性索以提高结构的承载能力^[6-7]等。为了改善传统索穹顶的力学性能,还需要发展新的结构方案,以使其更适合实际工程应用。

索穹顶结构设计过程的第一步为“找力分析”,即根据结构几何形状和拓扑关系确定初始预应力分布的过程。目前关于找力分析方法的研究,主要有奇异值分解法^[8]、整体可行预应力方法^[9-10]、非线性有限元法^[11]、节点平衡法^[12-13]、启发式算法^[14-15]等。但上述方法大都依赖于复杂的矩阵运算和较强的编程能力,不能被一般的结构工程师所使用;而且为了简化计算,通常忽略了构件和节点自重,只计算理想状态下的预应力分布,这与实际情况并不相符。由于结构的张拉成形态是结构在预应力和自重共同作用下的平衡状态,故必须用考虑结构自重的实际预应力对索力进行精确控制,以确保结构在张拉成型后满足设计外观。

为了改善传统索穹顶结构的受力性能,本文提出了一种联方型双撑杆索穹顶,对其构造特点进行了介绍。针对联方型双撑杆索穹顶的找力分析问题,根据节点平衡方程,推导出考虑结构自重时索穹顶的预应力计算公式;给出了不同参数下联方型双撑杆索穹顶的预应力计算表,分析了该结构的受力特性;比较了考虑结构自重和不考虑结构自重时索穹顶初始预应力的差异,并采用有限元迭代法对比验证了理论公式的准确性。

1 联方型双撑杆索穹顶构造特点

传统的肋环型索穹顶和联方型索穹顶如图1所示。肋环型索穹顶由 Geiger 提出^[1],该结构构造简单,施工容易,但由于各榀构件在环向方向缺乏有效联系,导致结构侧向刚度较弱,对不均匀分布的外荷载十分敏感,还需要额外设置稳定索以提高刚度,同时满足铺设膜材的需要^[16]。而 Levy^[2]等提出了联方型索穹顶,屋面采用三角形网格,显著

改善了结构的刚度和稳定性,但此结构形式构件数量较多,较多的斜索增大了施工张拉的工作量和下弦节点的设计制造难度,削弱了索穹顶结构的经济优势^[17]。

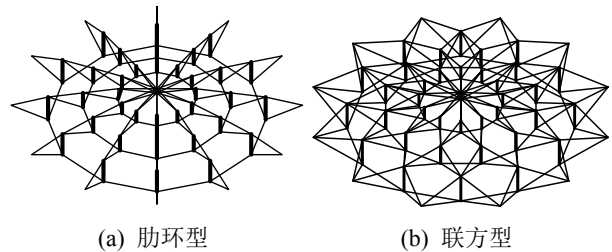


图1 两种典型索穹顶
Fig.1 Two typical cable dome

针对传统索穹顶结构的不足之处,提出了一种联方型双撑杆索穹顶,如图2所示,该结构由脊索、斜索、环索、斜撑杆和中心压杆组成。通过对比可以看出,传统索穹顶在上弦和下弦节点间仅设一根撑杆传递荷载,符合张拉整体结构的“间断压,连续拉”的理念^[18]。而在联方型双撑杆索穹顶中,除最内圈以外,每个节点都与两根斜撑杆相连,即撑杆在环向上连续布置,撑杆所在平面与地面垂直,水平投影与环索重合。该索穹顶在构造上和环形桁架相似,同圆心的多个桁架之间通过上层脊索和下层斜索相连。

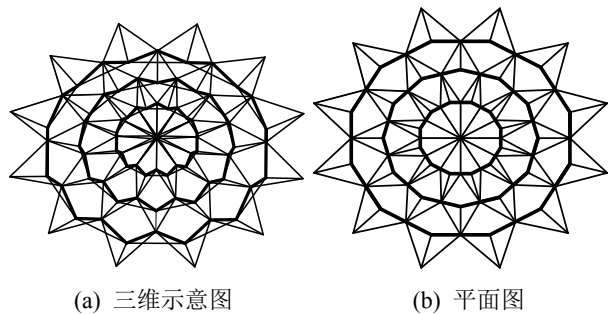


图2 联方型双撑杆索穹顶
Fig.2 Levy cable dome with double struts

这种联方型双撑杆索穹顶结构不仅继承了传统联方型索穹顶的侧向刚度大的优点,而且其斜索的数量为原结构的一半,通过张拉斜索对整个体系施加预应力时,仅需要较少的脚手架和张拉设备,能够明显减少张拉施工工作量。连续布置的斜撑杆与张拉整体结构中不连续的撑杆构造相比,具有更好的受力性能^[19];并且在施工过程中,撑杆和环索等环向构件之间采用三角形网格联系,几何稳定性更好,便于构件安装定位。

2 考虑结构自重时联方型双撑杆索穹顶的预应力计算公式

2.1 中心为压杆的索穹顶

联方型双撑杆索穹顶可根据建筑设计需要做中心为压杆(封闭式)或中心为内环(开口式)的构造。中心为压杆的联方型双撑杆索穹顶的基本构造如图 2 所示,其自应力模态数为 19,机构位移数为 0,为静定不定结构^[8]。根据索穹顶在极坐标下的对称性,将结构沿环向分为 n 等份,每个 $1/n$ 结构的构件分布、预应力和荷载均相同。利用对称性条件可得到结构的整体可行预应力模态数^[9]为 1,因此 $1/n$ 结构为一次超静定,其示意图如图 3 所示,其中撑杆用粗线表示,脊索用细线表示,斜索和环索用虚线表示。由内向外撑杆上节点编号为 $0, 1, \dots, i, \dots, m$,对应的撑杆下节点编号为 $0', 1', \dots, i', \dots, m'$,最大节点编号 m 也等于索穹顶的径向分段数。

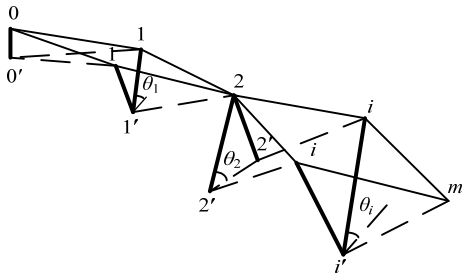
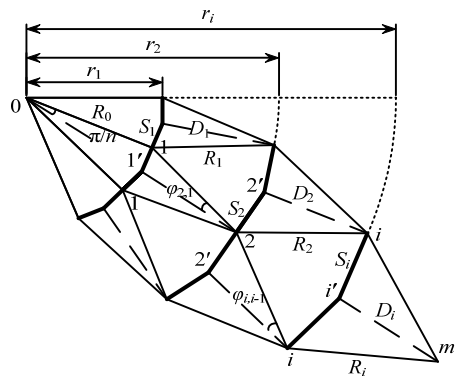


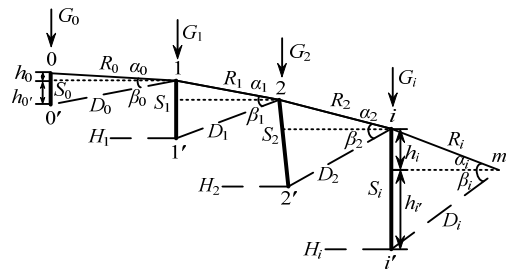
图 3 中心为压杆索穹顶 $1/n$ 结构示意图

Fig.3 1/n part of cable dome with center compression strut

计算各构件内力时所使用的结构平面图和剖面图如图 4 所示, r_i 为索穹顶在节点 i 处的半径, h_i 和 h'_i 为节点 i 和节点 i' 对于节点 $(i+1)$ 所在水平面的上下高度差。撑杆、脊索、斜索、环索的内力分别采用 S_i 、 R_i 、 D_i 、 H_i 表示。 G_i 和 G'_i 为作用在撑杆上、下节点的等效节点荷载,根据索杆和节点自重转化得到。引入变量 θ_i 、 α_i 、 β_i , 分别为撑



(a) 平面图



(b) 剖面图

图 4 中心为压杆索穹顶计算简图

Fig.4 Calculation graph of cable dome with center compression strut

杆、脊索、斜索与水平面的夹角, $\varphi_{i,i-1}$ 为斜索与脊索在水平面上投影线的夹角,由几何关系可得:

节点 0:

$$\begin{cases} \alpha_0 = \arctan\left(\frac{h_0}{r_1}\right) \\ \beta_0 = \arctan\left(\frac{h'_0}{r_1}\right) \end{cases} \quad (1)$$

当节点 $i \geq 1$ 时:

$$\begin{cases} \alpha_i = \arctan\left(\frac{h_i}{\sqrt{\left(r_{i+1} \sin \frac{\pi}{n}\right)^2 + \left(r_{i+1} \cos \frac{\pi}{n} - r_i\right)^2}}\right) \\ \beta_i = \arctan\left(\frac{h'_i}{r_{i+1} - \frac{r_i}{\cos \frac{\pi}{n}}}\right) \\ \theta_i = \arctan\left(\frac{h_i + h'_i}{r_i \tan \frac{\pi}{n}}\right) \\ \varphi_{i+1,i} = \arctan\left(\frac{r_i \sin \frac{\pi}{n}}{r_{i+1} - r_i \cos \frac{\pi}{n}}\right) \end{cases} \quad (2)$$

以索穹顶中心撑杆的内力 S_0 为初始条件,对各节点建立平衡方程,可推导得到各构件的内力计算公式如下:

节点 0:

$$R_0 = \frac{-S_0 - G_0}{n \sin \alpha_0} \quad (3)$$

节点 $0'$:

$$D_0 = \frac{-S_0 + G'_0}{n \sin \beta_0} \quad (4)$$

节点 1:

$$\begin{cases} R_1 = \frac{1}{2 \cos \alpha_1 \cos \left(\varphi_{2,1} + \frac{\pi}{n} \right)} (R_0 \cos \alpha_0 + D_0 \cos \beta_0) \\ S_1 = \frac{1}{2 \sin \theta_1} (R_0 \sin \alpha_0 - 2R_1 \sin \alpha_1 - D_0 \sin \beta_0 - G_1) \end{cases} \quad (5)$$

节点 1' :

$$\begin{cases} D_1 = \frac{-2S_1 \sin \theta_1 + G_1'}{\sin \beta_1} \\ H_1 = \frac{D_1 \cos \beta_1}{2 \sin \frac{\pi}{n}} - S_1 \cos \theta_1 \end{cases} \quad (6)$$

当节点 i (i') ≥ 2 时:

$$\begin{cases} R_i = \frac{1}{2 \cos \alpha_i \cos \left(\varphi_{i+1,i} + \frac{\pi}{n} \right)} \cdot (2R_{i-1} \cos \alpha_{i-1} \cos \varphi_{i,i-1} + D_{i-1} \cos \beta_{i-1}) \\ S_i = \frac{1}{2 \sin \theta_i} \cdot (2R_{i-1} \sin \alpha_{i-1} - 2R_i \sin \alpha_i - D_{i-1} \sin \beta_{i-1} - G_i) \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} D_i = \frac{-2S_i \sin \theta_i + G_i'}{\sin \beta_i} \\ H_i = \frac{D_i \cos \beta_i}{2 \sin \frac{\pi}{n}} - S_i \cos \theta_i \end{cases} \quad (8)$$

2.2 中心为内环的索穹顶

中心为内环的联方型双撑杆索穹顶如图 5 所示, 与中心为压杆的索穹顶相比, 此结构形式去掉了最内圈的索杆构件, 并在第二圈增设了一道上弦环索以保持结构稳定。同样可利用索穹顶在极坐标下的对称性, 将结构沿环向分为 n 等份, 其 $1/n$ 结构也是一次超静定, 图 6 为 $1/n$ 结构的三维示意图。

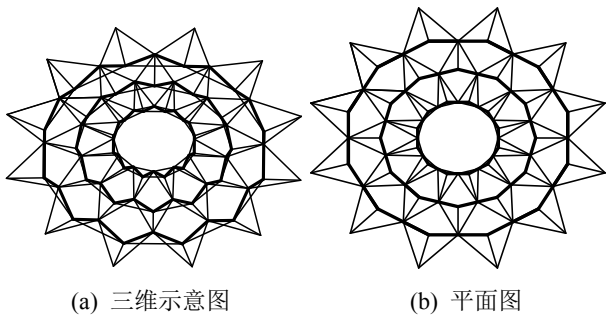


图 5 中心为内环的联方型双撑杆索穹顶

Fig.5 Double struts-Levy cable dome with center inner hoop

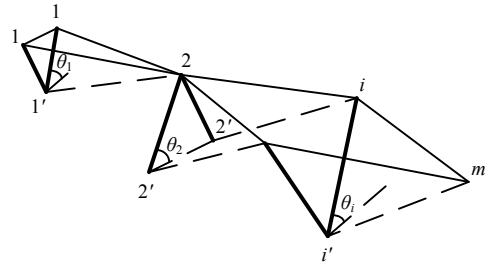
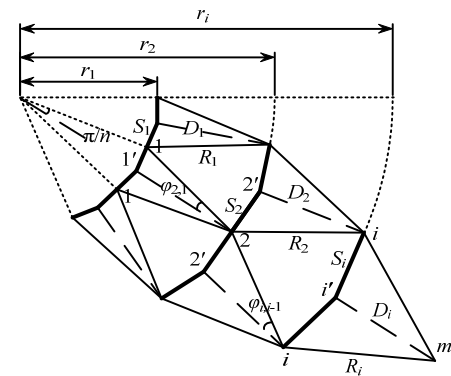


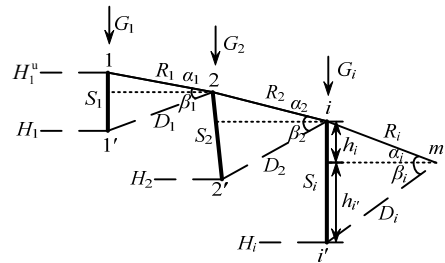
图 6 中心为压杆索穹顶 $1/n$ 结构示意图

Fig.6 $1/n$ part of cable dome with center inner hoop

图 7 为计算各构件内力时所使用的结构平面图和剖面图。图中 H_1^u 和 H_1 分别表示内环上部环索和下部环索内力, 其余几何参数和构件内力的表示方法均与中心为压杆的索穹顶结构相同。



(a) 平面图



(b) 剖面图

图 7 中心为压杆索穹顶计算平面图和剖面图

Fig.7 Calculation graph of cable dome with center inner hoop

以索穹顶内圈撑杆的内力 S_1 为初始条件, 对各节点建立平衡方程, 可推导得到各构件的内力计算公式如下:

节点 1:

$$\begin{cases} R_1 = \frac{-S_1 \sin \theta_1 - G_1}{\sin \alpha_1} \\ S_1 \cot \alpha_1 \sin \theta_1 \cos \left(\varphi_{2,1} + \frac{\pi}{n} \right) \\ H_1^u = - \frac{\sin \frac{\pi}{n}}{\sin \frac{\pi}{n}} \end{cases} \quad (9)$$

节点 1' :

$$\begin{cases} D_1 = \frac{-2S_1 \sin \theta_1 + G'_1}{\sin \beta_1} \\ H_1 = \frac{D_1 \cos \beta_1}{2 \sin \frac{\pi}{n}} - S_1 \cos \theta_1 \end{cases} \quad (10)$$

当节点 $i (i') \geq 2$ 时:

$$\begin{cases} R_i = \frac{1}{2 \cos \alpha_i \cos \left(\varphi_{i+1,i} + \frac{\pi}{n} \right)} \\ (2R_{i-1} \cos \alpha_{i-1} \cos \varphi_{i,i-1} + D_{i-1} \cos \beta_{i-1}) \\ S_i = \frac{1}{2 \sin \theta_i} \\ (2R_{i-1} \sin \alpha_{i-1} - 2i \sin \alpha_i - D_{i-1} \sin \beta_{i-1} - G_i) \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} D_i = \frac{-2S_i \sin \theta_i + G'_i}{\sin \beta_i} \\ H_i = \frac{D_i \cos \beta_i}{2 \sin \frac{\pi}{n}} - S_i \cos \theta_i \end{cases} \quad (12)$$

3 成形态下索穹顶的参数分析

按照是否考虑结构自重, 将索穹顶张拉成型后的初始状态分为理想预应力态(G_i 和 G'_i 为0)和实际预应力态(G_i 和 G'_i 按截面设计取值)。由于在这两种情况下, 不同参数对结构内力分布的影响规律基本一致, 出于简化分析计算的考虑, 仅在理想预应力态下, 利用本文理论公式得到不同参数联方型双撑杆索穹顶的预应力计算表, 从而考察该结构的受力特性。

当建筑屋面为球面, 并且各圈节点间的径向距

离相等, 即 $r_{i+1} - r_i = \Delta r$ 时, 可由跨度 L , 矢高 f 和中心内环直径 L_0 确定其他几何形状参数。穹顶球面半径 R_d 、节点 i 半径 r_i 、节点间径向距离 Δr 、节点 i 和 $(i+1)$ 的高度差 h_i 分别按照以下公式计算:

$$R_d = \frac{L^2}{8f} + \frac{f}{2} \quad (13)$$

$$r_i = \frac{L(i-1) + L_0(m-i)}{2(m-1)} \quad (14)$$

$$\Delta r = \frac{L - L_0}{2(m-1)} \quad (15)$$

$$h_i = \sqrt{R_d^2 - r_i^2} - \sqrt{R_d^2 - r_{i+1}^2} \quad (16)$$

以中心为压杆($L_0 = 0$)的联方型双撑杆索穹顶为算例, 令 $L=100$ m, 矢跨比 f/L 取值为 1/16、1/12.5、1/10, 研究矢跨比对理想预应力态构件内力的影响。为了简化外观设计, 令撑杆上下节点与外圈上节点的高度差相等, 即 $h_i = h'_i$ 。将式(13)~式(16)的计算结果代入式(1)~式(8), 可得到各构件的内力计算结果如表 1 所示。表中 S_0 采用相对单位内力, 其值为-12.0(分配到每一榀对称结构的单位内力值 $S_0/n = -1.0$); 环向分段数 $n=12$, 径向分段数 m 取值为 3、4、5, 可为不同构造的联方型双撑杆索穹顶提供设计参考。

固定矢跨比, 研究撑杆高度对构件内力的影响。对于屋面形状确定的穹顶, h_i 通过式(17)求得, 撑杆高度仅取决于 h'_i , 因此令 h'_i 取值分别为 $\Delta r \cdot \tan 15^\circ$ 、 $\Delta r \cdot \tan 20^\circ$ 、 $\Delta r \cdot \tan 25^\circ$ 。 f/L 取值为 1/10, 其他几何形状参数同上, S_0 仍采用相对单位内力-12.0, 由式(1)~式(8)可得各构件的内力计算结果如表 2 所示。

表 1 不同矢跨比的联方型双撑杆索穹顶预应力分布计算表 ($h_i = h'_i, n=12$)

Table 1 Calculation table of prestress distribution of double struts-Levy dome with different rise-span-ratio ($h_i = h'_i, n=12$)

m	i	$f/L=1/16$				$f/L=1/12.5$				$f/L=1/10$			
		S_i	R_i	D_i	H_i	S_i	R_i	D_i	H_i	S_i	R_i	D_i	H_i
3	0	-12.0	24.4	24.4	0.0	-12.0	19.2	19.2	0.0	-12.0	15.6	15.6	0.0
	1	-4.8	28.0	50.8	100.8	-4.3	22.2	40.2	79.5	-4.0	18.1	32.8	64.4
	2	-19.8	70.1	110.8	224.4	-17.4	55.8	88.7	176.8	-16.0	45.8	73.5	143.2
4	0	-12.0	32.5	32.5	0.0	-12.0	25.6	25.6	0.0	-12.0	20.8	20.8	0.0
	1	-5.7	37.3	67.5	134.5	-4.9	29.5	53.4	106.1	-4.4	24.0	43.5	86.0
	2	-24.0	92.9	146.2	299.4	-20.4	73.6	116.3	236.0	-18.1	60.1	95.4	191.3
	3	-82.3	245.1	330.5	692.0	-69.6	194.9	265.4	545.6	-61.7	160.0	220.9	442.3
5	0	-12.0	40.6	40.6	0.0	-12.0	32.0	32.0	0.0	-12.0	26.0	26.0	0.0
	1	-6.7	46.6	84.3	168.2	-5.6	36.8	66.6	132.7	-4.9	29.9	54.1	107.6
	2	-28.6	115.8	181.9	374.3	-23.8	91.6	144.2	295.2	-20.6	74.6	117.8	239.4
	3	-98.3	305.0	408.8	865.3	-81.4	241.8	326.2	682.4	-70.3	197.5	268.8	553.3
	4	-314.3	838.9	959.3	2080.9	-260.0	666.2	772.7	1641.1	-224.7	545.8	645.5	1330.6

表 2 不同撑杆高度的联方型双撑杆索穹顶预应力分布计算表($n=12$)Table 2 Calculation table of prestress distribution of double struts-Levy dome with different strut height ($n=12$)

m	i	$h'_i = \Delta r \cdot \tan 15^\circ$				$h'_i = \Delta r \cdot \tan 20^\circ$				$h'_i = \Delta r \cdot \tan 25^\circ$			
		S_i	R_i	D_i	H_i	S_i	R_i	D_i	H_i	S_i	R_i	D_i	H_i
3	0	-12.0	10.9	3.9	0.0	-12.0	10.9	2.9	0.0	-12.0	10.9	2.4	0.0
	1	-2.5	8.6	16.8	32.3	-2.3	8.0	11.9	22.3	-2.1	7.7	9.2	16.7
	2	-11.3	23.3	67.5	131.7	-8.8	18.9	41.5	79.2	-7.5	16.3	29.2	54.0
4	0	-12.0	20.8	3.9	0.0	-12.0	20.8	2.9	0.0	-12.0	20.8	2.4	0.0
	1	-2.3	14.1	14.3	27.9	-2.1	13.6	10.4	19.8	-2.0	13.2	8.2	15.1
	2	-8.2	27.7	40.9	81.7	-6.6	24.2	27.1	53.2	-5.7	22.2	20.2	38.3
	3	-29.7	71.1	127.0	258.5	-21.1	54.8	74.6	149.2	-16.5	46.1	51.2	99.2
5	0	-12.0	26.0	3.9	0.0	-12.0	26.0	2.9	0.0	-12.0	26.0	2.4	0.0
	1	-2.3	17.1	13.8	27.1	-2.1	16.5	10.1	19.3	-1.9	16.2	8.1	14.8
	2	-7.7	31.0	36.5	73.6	-6.3	27.7	24.8	48.9	-5.4	25.8	18.7	35.7
	3	-25.9	71.9	101.7	209.7	-18.7	57.6	62.1	125.7	-14.9	49.8	43.8	85.9
	4	-92.5	202.5	317.6	665.3	-59.0	142.7	170.8	352.6	-42.9	112.9	110.6	221.6

从本节的参数分析可总结出联方型双撑杆索穹顶结构具有以下受力特性：索穹顶的内力分布由内向外逐圈递增；增大矢跨比或增大撑杆高度，都会降低索穹顶构件内力。其中，增大矢跨比对撑杆内力影响较小，但会显著降低拉索内力；增大撑杆高度对脊索内力影响较小，但会显著降低外圈斜索和外圈环索的内力。

对比表 1 和表 2 可以看出，由于表 1 中采用 $h_i = h'_i$ 的设计方案，导致撑杆高度较小，斜索与水平面的夹角 β 也较小，在其他条件相同时，表 1 中所有构件内力都远大于表 2 的结果。考虑到索穹顶在施工中往往通过张拉斜索施加预应力，较大的斜索内力会增加对张拉设备的要求，因此应综合建筑外观和施工条件选择较大的撑杆高度，增大斜索角度。

4 结构自重对索穹顶成形态的影响

对中心为压杆的联方型双撑杆索穹顶进行分析，研究自重对其成形态的影响。索穹顶结构自重包括索杆构件自重和节点自重，其中节点重量大约占整个结构体系重量的 20%~30% 左右^[20]。当跨度 $L=100$ m，矢跨比 $f/L=1/10$ ， $h'_i = \Delta r \cdot \tan 20^\circ$ ， $m=4$ 时，表 2 中第 7 列~第 10 列已给出该结构不考虑自重时的理想预应力；索杆截面参考传统联方型索穹顶的算例^[20]，保持中心压杆 S_0 的预应力水平不变，采用本文提出计算公式得到了考虑结构自重后的实际预应力，两者的对比结果见表 3。等效节点荷载 G_i 和 G'_i 为与节点 i 相连的所有构件自重的一半，再乘以放大系数 1.2(节点重量取构件重量的 20%)。

表 3 理想预应力和实际预应力的对比

Table 3 Comparison of ideal prestress and actual prestress

构件分组	构件截面	理想预应力	实际预应力	误差/(%)	
撑杆	S_0	$\Phi 108 \times 4$	-120.0	-120.0	0.0
	S_1	$\Phi 108 \times 4$	-20.8	-22.6	8.8
	S_2	$\Phi 180 \times 5$	-65.8	-76.2	15.9
	S_3	$\Phi 290 \times 10$	-210.6	-269.9	28.2
脊索	R_0	31 $\Phi 7$	207.8	192.9	-7.2
	R_1	31 $\Phi 7$	135.7	128.3	-5.4
	R_2	55 $\Phi 7$	242.0	242.6	0.3
	R_3	241 $\Phi 7$	548.3	598.4	9.1
斜索	D_0	31 $\Phi 7$	29.2	31.5	7.5
	D_1	31 $\Phi 7$	104.3	120.4	15.5
	D_2	55 $\Phi 7$	271.4	336.7	24.1
	D_3	241 $\Phi 7$	746.4	1047.4	40.3
环索	H_1	37 $\Phi 7$	198.1	228.2	15.2
	H_2	91 $\Phi 7$	531.6	656.0	23.4
	H_3	253 $\Phi 7$	1492.1	2074.9	39.1

由表 3 可以看出，在环向对称的自重荷载下，脊索 R_0 和 R_1 的预应力降低， R_2 不变，其余撑杆、脊索、斜索和环索的预应力均增大，其中最外圈斜索和环索的预应力增加明显，最大达到 40.3%，与不考虑自重的理想预应力有明显差别。因此实际工程中有必要采用本文公式得到结构的实际预应力，通过对成形态下的各构件内力进行精确控制，确保结构满足设计要求。

为了进一步说明本文理论公式的准确性，将公式结果和 ANSYS 迭代求解的结果进行了对比。该迭代求解过程如下：把理想预应力作为初始预应力加到有限元模型中，计算结构在自重下的内力和节点位移。根据中心压杆的预应力设定值为 -120 kN，将求得的内力结果乘以调整系数，调整后结果作为

新的初始预应力值进行下一次计算。如此反复迭代构件内力,直到结构在自重荷载下的位移很小才终止计算,经过四次迭代求解,得到节点 0 的竖向位

移分别为 37.3 mm、11.7 mm、2.8 mm 和 0.8 mm,内力变化过程如表 4 所示。

表 4 有限元迭代求解结构考虑自重后的初始预应力

Table 4 FEM iteration process for initial prestress calculation with self-weight considered

构件分组	有限元迭代法结果/kN					简化公式结果/kN	误差/(%)
	初始值	第 1 次	第 2 次	第 3 次	最终		
撑杆	S_0	-120.0	-120.0	-120.0	-120.0	-120.0	0.00
	S_1	-20.8	-23.4	-22.5	-22.8	-22.6	0.07
	S_2	-65.8	-80.1	-75.9	-77.4	-76.1	0.09
	S_3	-210.6	-290.9	-268.3	-276.8	-269.5	0.14
脊索	R_0	207.8	190.1	192.4	191.5	192.9	-0.01
	R_1	135.7	127.0	128.0	127.6	128.3	-0.01
	R_2	242.0	244.7	241.9	242.9	242.6	0.02
	R_3	548.3	618.7	596.1	604.5	598.0	0.07
斜索	D_0	29.2	126.4	31.4	31.7	31.4	0.04
	D_1	104.3	32.2	119.9	122.3	120.3	0.09
	D_2	271.4	359.8	335.0	344.3	336.3	0.12
	D_3	746.4	1149.7	1040.9	1081.9	1045.6	0.17
环索	H_1	198.1	239.2	227.2	231.7	228.0	0.09
	H_2	531.6	700.0	652.7	670.4	655.2	0.12
	H_3	1492.1	2273.3	2062.2	2141.6	2071.4	0.17

由表 4 可以看出,理论公式和有限元结果差别很小,这说明本文提出的理论公式准确可靠,避免了有限元法的复杂迭代过程,设计者仅通过手算即可获得考虑结构自重时联方型双撑杆索穹顶的实际预应力。

5 结论

本文提出了一种联方型双撑杆索穹顶结构,推导了考虑自重时该结构的初始预应力计算公式,得到了不同参数下索穹顶的预应力计算表,比较了考虑自重和不考虑自重时结构内力和位形的差异,得到了以下几点主要结论:

(1) 联方型双撑杆索穹顶结构的上弦节点与两根斜撑杆相连,斜撑杆在环向上连续布置,不同于传统的张拉整体索穹顶;该结构侧向刚度大,稳定性好,斜索数量少便于张拉施工,适合实际工程应用。

(2) 增大矢跨比或增大撑杆高度,都会降低联方型双撑杆索穹顶结构中所有构件的初始预应力。实际工程中为了满足张拉设备的要求,建议采用较大的撑杆高度。

(3) 在环向对称的自重荷载下,联方型双撑杆索穹顶结构中内圈脊索内力降低,其余索杆构件内

力均增加,最外圈斜索和环索内力增加较大。

(4) 本文提出的理论公式避免了有限元法的繁琐迭代过程,可简便准确地求解出考虑结构自重时联方型双撑杆索穹顶的实际内力分布,为该结构的荷载分析和工程设计提供参考依据。

参考文献:

- [1] Geiger D H, Stefaniuk A, Chen D. The design and construction of two cable domes for the Korean Olympics [C]// Shells, Membranes and Space Frame, Proceedings IASS Symposium. Madrid, Spain: IASS, 1986: 265—272.
- [2] Levy M P. The Georgia dome and beyond achieving lightweight-long span structures [C]// Proceedings of IASS-ASCE International Symposium. Madrid, Spain: IASS, 1994: 560—562.
- [3] 张国军,葛家琪,王树,等.内蒙古伊旗全民健身体育中心索穹顶结构体系设计研究[J].建筑结构学报,2012,33(4):12—22.
Zhang Guojun, Ge Jiaqi, Wang Shu, et al. Design and research on cable dome structural system of the National Fitness Center in Ejin Horo Banner, Inner Mongolia [J]. Journal of Building Structures, 2012, 33(4): 12—22. (in Chinese)
- [4] Yuan X, Chen L, Dong S. Prestress design of cable domes with new forms [J]. International Journal of Solids and Structures, 2007, 44(9): 2773—2782.

- [5] 陆金钰, 武啸龙, 赵曦蕾, 等. 基于环形张拉整体的索杆全张力穹顶结构形态分析[J]. 工程力学, 2015, 32(增刊): 66—71.
Lu Jinyu, Wu Xiaolong, Zhao Xilei, et al. Form finding analysis of cable-strut tensile dome based on tensegrity torus [J]. Engineering Mechanics, 2015, 32(Suppl): 66—71. (in Chinese)
- [6] 张爱林, 刘学春, 张庆亮, 等. 索杆弦支穹顶[P]. 中国: CN200720104045.9, 2007-03-30.
Zhang Ailin, Liu Xuechun, Zhang Qingliang, et al. Cable-strut suspendome [P]. China: CN200720104045.9, 2007-03-30. (in Chinese)
- [7] 薛素铎, 高占远, 李雄彦, 等. 一种新型预应力空间结构——刚性支撑穹顶[J]. 空间结构, 2013, 19(1): 3—9.
Xue Suduo, Gao Zhanyuan, Li Xiongyan, et al. A new prestressed spatial structure——Rigid bracing dome [J]. Spatial Structures, 2013, 19(1): 3—9. (in Chinese)
- [8] Pellegrino S. Structural computations with the singular value decomposition of the equilibrium matrix [J]. International Journal of Solids and Structures, 1993, 30(21): 3025—3035.
- [9] 袁行飞, 董石麟. 索穹顶结构整体可行预应力概念及其应用[J]. 土木工程学报, 2001, 34(2): 33—37.
Yuan Xingfei, Dong Shilin. Application of integrity feasible prestressing to tensegrity cable domes [J]. China Civil Engineering Journal, 2001, 34(2): 33—37. (in Chinese)
- [10] Tran H C, Park H S, Lee J. A unique feasible mode of prestress design for cable domes [J]. Finite Elements in Analysis & Design, 2012, 59(5): 44—54.
- [11] 董智力, 何广乾, 林春哲. 张拉整体结构平衡状态的寻找[J]. 建筑结构学报, 1995, 20(5): 24—28.
Dong Zhili, He Guangqian, Lin Chunzhe. Finding of equilibrium states of tensegrity systems [J]. Journal of Building Structures, 1995, 20(5): 24—28. (in Chinese)
- [12] Wang Z, Yuan X, Dong S. Simple approach for force finding analysis of circular Geiger domes with consideration of self-weight [J]. Steel Construction, 2010, 66(2): 317—322.
- [13] 姚云龙, 董石麟, 马广英. 一种新型内外双重张弦网壳结构形状确定问题的研究[J]. 工程力学, 2014, 31(4): 102—111.
Yao Yunlong, Dong Shilin, Ma Guangying. Discussion on shape determination of a new double inner and outer latticed shell string-structure [J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(4): 102—111. (in Chinese)
- [14] Koohestani K, Guest S D. A new approach to the analytical and numerical form-finding of tensegrity structures [J]. International Journal of Solids & Structures, 2013, 50(19): 2995—3007.
- [15] Lee S, Woo B H, Lee J. Self-stress design of tensegrity grid structures using genetic algorithm [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2014, 79(1): 38—46.
- [16] 葛家琪, 张爱林, 刘鑫刚, 等. 索穹顶结构张拉找形与承载全过程仿真分析[J]. 建筑结构学报, 2012, 33(4): 1—11.
Ge Jiaqi, Zhang Ailin, Liu Xingang, et al. Analysis of tension form-finding and whole loading process simulation of cable dome structure [J]. Journal of Building Structures, 2012, 33(4): 1—11. (in Chinese)
- [17] Fu F. Structural behavior and design methods of tensegrity domes [J]. Journal of Constructional Steel Research, 2005, 61(1): 23—35.
- [18] Pugh A. An introduction to tensegrity [M]. Oakland, California: University of California Press, 1976: 10—11.
- [19] Wang B B, Yan-Yun L. From tensegrity grids to cable-strut grids [J]. International Journal of Space Structures, 2001, 16(4): 279—314.
- [20] 董石麟, 王振华, 袁行飞. Levy 型索穹顶考虑自重的初始预应力简捷计算法[J]. 工程力学, 2009, 26(4): 1—6.
Dong Shilin, Wang Zhenhua, Yuan Xingfei. A simplified calculation method for initial prestress of Levy cable domes with the consideration of self-weight [J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(4): 1—6. (in Chinese)