

# 竞争量子进化算法的巡航导弹航路规划与重规划方法

乔冬冬, 方洋旺, 张 磊, 彭维仕

(空军工程大学航空航天工程学院, 西安, 710038)

**摘要** 针对巡航导弹航路规划问题,提出了一种竞争量子进化算法(CQEA),算法通过双方向进化及自适应变异避免其陷入局部最优解。同时,鉴于航路重规划对实时性的高度要求,借助最小威胁曲面及搜索竖线将三维搜索空间降到一维,并引入功能区域簇初始化思想来保证初始种群皆为非劣个体,从问题的几何本质上提升航路重规划效率。最后利用 CQEA 算法进行了航路规划与重规划仿真实验,结果表明,与 PAQEA 相比,CQEA 搜索效率更高,稳定性更好;与原三维搜索空间相比,通过削减搜索空间及引入功能区域簇初始化思想后算法搜索速率更快,符合航路重规划对实时性的高度要求。

**关键词** 巡航导弹;航路重规划;竞争量子进化算法;搜索竖线;最小威胁曲面;功能区域簇

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2016.06.006

**中图分类号** V249.1 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2016)06-0028-07

## A Quantum Evolutionary Algorithm on Cruise Missile Path Planning and Replanning

QIAO Dongdong, FANG Yangwang, ZHANG Lei, PENG Weishi

(Aeronautic and Astronautic Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

**Abstract:** Aimed at the problem of cruise missile path planning, a Competition Quantum Evolutionary Algorithm (CQEA) is proposed in this paper. The algorithm is a kind of optimum solution through two direction evolution and self-adapting variation to avoid to land itself into the local. Meanwhile, for the real-time request of path re-planning, surface of minimum risk and search vertical bar are reduced to decline the dimension of the primary 3-dimensional space. The initial population is obtained through an idea of operational area cluster to guarantee its non-inferiority. The simulation results show that compared to PAQEA, CQEA is good in searching efficiency. And compared to 3-dimensional space, CQEA is good in performance in the new searching space.

**Key words:** cruise missile; path re-planning; competition quantum evolutionary algorithm; search vertical bar; surface of minimum risk; operational area cluster

航路规划是巡航导弹实现精确打击、有效规避 威胁的关键技术<sup>[1]</sup>。航路规划按功能可以分为离线

收稿日期:2015-11-23

基金项目:国家自然科学基金(2014JQ8339)

作者简介:乔冬冬(1991-),男,甘肃兰州人,硕士生,主要从事智能算法与航路规划研究,E-mail:915188778@qq.com

**引用格式:** 乔冬冬,方洋旺,张磊,等.竞争量子进化算法的巡航导弹航路规划与重规划方法[J].空军工程大学学报:自然科学版,2016,17(6):28-34. QIAO Dongdong, FANG Yangwang, ZHANG Lei, et al. A Quantum Evolutionary Algorithm on Cruise Missile Path Planning and Replanning[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2016, 17(6): 28-34.

航路规划和在线航路重规划2种<sup>[2]</sup>。目前,在线航路重规划方法主要也有2种<sup>[3]</sup>:局部修正法和完全重规划法。前者一定程度上牺牲了最优性,但计算量小,后者保持了最优性,但计算量比较大。因弹载计算机性能的限制,巡航导弹一般不具有完全重规划的能力,同时鉴于重规划对实时性的高度要求,本文采用局部修正法来实现巡航导弹航路的重规划。

量子进化算法广泛应用于函数优化、参数估计及路径规划中<sup>[4-5]</sup>。基本量子进化算法(QEA)采用二进制量子比特编码,这种编码方式对于求解组合优化问题具有良好性能,但对于连续搜索空间的数值优化问题,其频繁的编、解码严重影响算法效率和解的精度<sup>[6-7]</sup>。由于实数编码更加接近问题解的原始形式,许多学者将实数编码应用到了量子进化算法中。文献[8]采用一种比较新颖的双参数实数编码方式,通过正态分布概率密度函数表示优化问题变量取值的概率幅,有效增加了解的多样性,但是该方式每次编解码都需要计算波函数,计算量比较大。文献[9]通过混沌初始化的思想来保证初始种群的均匀分布,但是,该方法缺少问题解的概率表达机制,每一条染色体只能表示极少的确定状态,多样性仍显得不足。文献[10]提出了一种基于随机观测和概率表达的量子进化算法(PAQEA),一条染色体可以以一定概率表达多个状态,解的多样性显著提高。然而,同基本量子进化算法一样,该算法中染色体进化方向仍然仅由全局最优决定,对于某些复杂优化函数,算法仍不可避免的陷入局部最优。

基于上述问题,本文提出了一种竞争量子进化算法(CQEA)。

## 1 竞争量子进化算法(CQEA)

### 1.1 航路编码及解空间

航路规划问题中,一条航路可描述为一系列航路点的集合 $(S, P_1, P_2, \dots, P_n, T)$ ,其中 $S$ 为起点, $T$ 为终点, $P_i (i=1, \dots, n)$ 为中间航路点,因所有备选航路起点和终点都相同,故航路编码只针对中间航路点。航路编码的本质是在染色体和备选航路之间建立映射关系,为方便和文献[10]提出的量子进化算法PAQEA进行比较,本文也采用类似的实数相位角编码方式。编码方式具体如下式所示:

$$\begin{bmatrix} x_1 \cdots x_n, & y_1 \cdots y_n, & h_1 \cdots h_n \\ \theta_1 \cdots \theta_n, & \theta_{n+1} \cdots \theta_{2n}, & \theta_{2n+1} \cdots \theta_{3n} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $x_i, y_i$ 分别为航路点的横纵坐标; $h_i$ 为航路

点的相对高度; $\theta_i \in [-\pi/2, \pi/2], i=1, 2, \dots, n$ 为对应的相位角。参数和相位角间通过一个映射函数来建立关系,搜索算法通过更新相位角间接实现航路的搜索,本文选取的映射函数如下:

$$f(\theta) = \frac{1}{2}[(f_{\max} - f_{\min})\sin\theta + f_{\max} + f_{\min}] \quad (2)$$

类似于函数优化问题,参数确定后,还需进一步设定参数范围。本文问题中,3个参数的范围如下:

$$\begin{cases} 0 \leq x_i \leq x_{\max} \\ 0 \leq y_i \leq y_{\max} \\ h_{\min} \leq h_i \leq h_{\max} \end{cases} \quad (3)$$

式中: $x_{\max}$ 和 $y_{\max}$ 为导弹最大有效射程在水平和垂直方向的投影; $h_{\min}$ 和 $h_{\max}$ 分别为安全飞行离地高度的最小值和最大值。从而解空间被定义在一个长宽高分别为 $x_{\max}, y_{\max}$ 和 $(h_{\text{sur}} + h_{\min}, h_{\text{sur}} + h_{\max})$ 的曲顶曲底长方体中, $h_{\text{sur}}$ 表示地形高度。

### 1.2 航路代价、约束条件及适应度

航路代价是评价航路优劣的标准,简单而又合理的代价指标往往对规划效率和成功率有很大影响。本文考虑的代价主要有航程代价、高度代价、威胁代价及约束代价<sup>[2]</sup>:

航程代价此处定义为所有航路段的长度之和,它由燃料总量决定。即:

$$J_1 = \sum_{i=0}^n \|P_i P_{i+1}\| \quad (4)$$

式中:记起点 $S$ 为 $P_0$ ;终点 $T$ 为 $P_{n+1}$ 。

为实现地形跟随回避,应保证不撞地情况下充分降低导弹绝对飞行高度。故高度代价定义为:

$$J_2 = \sum_{i=1}^n z_i \quad (5)$$

导弹飞行过程中,将会面临敌方威胁。本文威胁区皆设定为圆形区域,并由3个参数决定:威胁半径 $R_k$ ,威胁强度 $s_k$ 和威胁中心坐标 $(x_k, y_k)$ 。具体威胁代价定义如下:

$$J_3 = \sum_{i=1}^k s_k \frac{R_k l_k}{d_k} \quad (6)$$

式中: $k$ 为威胁源的个数; $l_k$ 为航迹段位于威胁圆内长度; $d_k$ 为威胁圆圆心到航迹段距离。

巡航导弹航路规划考虑的约束条件主要包括最小直飞距离,最大水平拐弯角,最大爬升/下滑角,最大航迹长度及飞行高度。其中,后2项在航程和高度代价中均已体现出,故此处只考虑前3项。本文基于外点罚函数法<sup>[11]</sup>对约束进行了处理。

首先定义函数 $g_i$ 如下式:

$$g_i = \begin{cases} l_i - l_{\min}, i = 1, \dots, n+1 \\ \alpha_{\max} - \alpha_i, i = n+2, \dots, 2n+1 \\ \beta_{\max} - \beta_i, i = 2n+2, \dots, 3n+1 \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $l_i$  为第  $i$  段航迹长度;  $l_{\min}$  为最小直飞距离;  $\alpha_i$  为航迹水平转弯角;  $\alpha_{\max}$  为最大水平转弯角;  $\beta_i$  为航迹垂直爬升/下滑角;  $\beta_{\max}$  为最大垂直爬升/下滑角。

根据外点罚函数法,定义约束代价  $J_4$  如下:

$$J_4 = \sigma \sum_{i=1}^{3n+1} [\max\{0, -g_i\}]^2 \quad (8)$$

式中:  $n$  为航路点个数;  $\sigma$  为一个非常大的正数。若  $g_i \geq 0$  恒成立,则  $J_4 = 0$ ,表明当所规划航路满足所有约束条件时,约束代价为 0,符合规划要求。

由以上分析,总的代价函数可表示如下:

$$J = \sum_{i=1}^3 \omega_i J_i + J_4 \quad (9)$$

式中:  $\omega_i$  表示前 3 种代价的权系数,  $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 1$ 。

适应度反映染色体对问题的适应程度,用以判别航路的优劣。基于此,本文适应度函数定义为航路代价的倒数:

$$F(p) = 1/J(p) \quad (10)$$

### 1.3 量子门旋转策略

量子门旋转是量子进化算法的核心,文献[10]提出的算法 PAQEA 中粒子一直在全局最优的引导下进行进化。但算法很容易陷入局部最优解。

基于其不足,本文提出了双进化方向的量子门旋转策略。第 1 个方向仍然由全局最优引导,这样可以保证算法的收敛性;第 2 个方向由种群均值引导,种群均值反映整个群体的信息,搜索过程中可能搜索到比当前最优更好的个体,从而一定程度上预防算法陷入局部最优解,提高算法稳定性。然后,通过适应度大小比较,选择适应度较高的子粒子作为下一代个体。粒子的具体更新公式如下:

$$\begin{aligned} \theta_{ij}^1(t+1) &= \theta_{ij}(t) + \text{sgn}(\theta_{kj}(t) - \theta_{ij}(t))\Delta\theta \\ \theta_{ij}^2(t+1) &= \theta_{ij}(t) + \text{sgn}(\Psi_j(t) - \theta_{ij}(t))\Delta\theta \end{aligned} \quad (11)$$

$$\Psi_j(t) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \theta_{ij}(t)$$

式中:  $\theta_{ij}(t)$  和  $\theta_{ij}^k(t+1)$  ( $k=1,2$ ) 分别为  $t$  代和  $t+1$  代个体第  $j$  个基因位对应相位角;  $\theta_{kj}(t)$  为  $t$  代全局最优个体第  $j$  个基因位对应相位角;  $m$  为种群规模;  $\Psi_j(t)$  为种群均值;  $\Delta\theta$  为旋转步长。

旋转步长  $\Delta\theta$  对算法的收敛时间和精度有很大的影响。现有研究中,采用最多的便是自适应步长,例如文献[10]中旋转步长根据粒子适应度大小而自

适应变化。本文中,CQEA 采取旋转角根据进化代数自适应调整的方法。算法初期,当前解与最优解差距较大,旋转步长应较大,以提高收敛速度;算法后期,需要进行精细搜索,则旋转步长应相对较小。本文采用的旋转步长如下:

$$\Delta\theta = \Delta\theta_0 \exp\{-k(C/C_{\max})^2\} \quad (12)$$

式中:  $\Delta\theta_0$  为初始步长;  $k$  为系数;  $C$  为当前代数;  $C_{\max}$  为最大进化代数。

### 1.4 量子变异

为进一步提高算法的性能,CQEA 中引入了一种自适应变异操作。文献[12]在混合蛙跳算法中引入了对粒子的扰动,使得算法较容易跳出局部最优解,本文借鉴其扰动公式来设计变异操作。具体变异公式如下:

$$P(i) = P_0 + \frac{F(i) - F_{\min}}{F_{\text{avg}} - F_{\min}} \quad (13)$$

$$\tilde{\theta}_{ij} = \begin{cases} \theta_{ij} & \text{rand} > P(i) \\ \theta_{ij} + (\text{rand} - 0.5)q\theta_{ij} & \text{rand} \leq P(i) \end{cases} \quad (14)$$

式中:称  $P_0 = 0.1$  为初始变异概率;  $F(i)$  为粒子  $i$  的代价函数值;  $F_{\text{avg}}$  为种群代价函数值均值。  $P(i)$  称为变异概率,它随粒子的代价函数值发生变化,当  $F(i) > F_{\text{avg}}$  时,  $P(i) > 1$ ,即对于代价函数值大于种群代价函数值均值的粒子,以概率 1 进行变异;当  $F(i) < F_{\text{avg}}$ ,  $F(i) \neq F_{\min}$  时,  $P(i)$  随着代价函数值的增大而增大,即对代价函数值较高粒子以较大概率进行变异;当  $F(i) = F_{\min}$ ,  $P(i) = P_0 = 0.1$ ,即对全局最优粒子,也以小概率对其进行变异,从而降低算法陷入局部最优的概率。

$q$  称作粒子变异系数,取值为正。假定原相位角  $\theta_{ij} > 0$ ,根据式(6),更新后的  $\tilde{\theta}_{ij}$  取值范围为  $(1 - 0.5q)\theta_{ij} < \tilde{\theta}_{ij} < (1 + 0.5q)\theta_{ij}$ 。由上式可知,当  $q \leq 2$  时,  $1 - 0.5q \geq 0$ ,此时,变异后相位角  $\tilde{\theta}_{ij}$  仍为正,即变异前后相位角符号不会发生改变,变异带来的多样性体现不出来,故  $q = 2$  应为变异参数最小值;同时,当  $q \geq 4$  时,  $1 - 0.5q \leq -1$ ,变异范围左端点  $(1 - 0.5q)\theta_{ij} \leq -\theta_{ij}$ ,此时,变异可能导致相位角不仅成为负值,而且绝对值大于原相位角,这种情况下变异显然过大,从而导致算法失真,故  $q = 4$  应为变异参数的最大值,  $\theta_{ij} < 0$  时分析同上。因此,本文变异参数  $q$  的最佳取值应在  $[2, 4]$  之间,具体取值根据优化问题进行调整。同时,变异后染色体的每个量子位相位角  $\theta_{ij}$  不再是一个确定值,而是在上述区间取值,由于量子叠加态特性,染色体映射到解

空间后就可以以一定概率表达多个可能状态,大大增加了算法的多样性。

## 2 航路重规划描述

### 2.1 重规划起点与终点的确定

重规划起点和终点的确定,既要考虑机动性能约束下导弹规避突发威胁的能力,更要满足实时性要求。因此,在保证导弹能够规避突发威胁的前提下应尽可能缩短重规划起点与终点的距离。因过载的限制,导弹存在最小转弯半径的约束,故此处考虑一种临界情况,见图 1。图中实线圆为突发威胁圆,  $R_T$  为其半径,假设导弹以最小转弯半径  $R_{min}$  从  $P_i$  点开始转弯且恰好能绕过威胁圆,即转弯弧线与威胁圆相切。此时称  $P_i$  为临界转弯点,以  $P_i O_T$  为半径作大圆如图中虚线所示,则选择离线规划得到的初始航路上未被虚线圆覆盖的距离最短的 2 个点分别作为重规划的起点和终点。

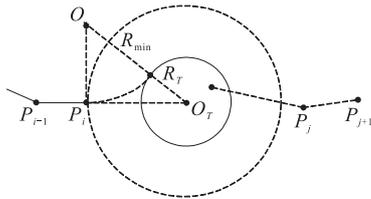


图 1 重规划起点与终点

Fig.1 Start and end points of replanning

### 2.2 重规划搜索空间的削减及编码方式

1) 借鉴文献[13]最小威胁曲面的思想,将真实地形抬高一定安全距离得到伪地形曲面作为航路搜索曲面,导弹沿该曲面搜索时高度方向虽达不到最优,但可以将航路规划问题的搜索空间降到二维,提高算法搜索效率,符合重规划对实时性的要求。

2) 椭圆区域搜索空间及搜索竖线与离线航路规划一样,重规划后得到的新航路也必须满足导弹最大有效射程的约束,故此处引入重规划最大有效射程的概念。设导弹最大有效射程为  $L_{max}$ , 离线阶段规划的初始航路长为  $L_1$ , 重规划起点与终点沿初始航路的距离为  $L_2$ , 则重规划部分航路长度  $L$  应满足  $L_1 - L_2 + L \leq L_{max}$ , 所以,重规划的最大有效射程  $L_{max}^*$  为:

$$L_{max}^* = L_{max} - L_1 + L_2 \quad (15)$$

图 2 以重规划起点  $S$  和终点  $T$  为焦点,以重规划最大有效射程  $L_{max}^*$  为长轴作椭圆,记为  $O_{n+1}$ 。根据椭圆性质,若航路点  $P_i$  在椭圆区域外,则  $SP_i + P_i T > L_{max}^*$ , 不满足最大有效射程约束,故航路

点必在椭圆区域内,借鉴文献[14]中叫法,称此椭圆为重规划功能区域。

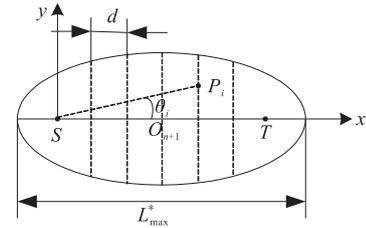


图 2 航路编码及搜索竖线示意图

Fig.2 Path code and search vertical bar

椭圆区域虽然有效减小了搜索空间,但它只是给定了航路点搜索的边界范围,算法搜索过程中盲目性仍较大,根据航路不迂回原则,此处引入搜索竖线的概念,即在  $S$  和  $T$  之间以等间隔  $d$  作  $n$  条竖线,如上图虚线所示。每个航路点都在竖线上搜索,此时航路点位置只需其纵坐标就可以确定,相当于将重规划问题进一步降到了一维。鉴于 1.1 节中 CQEA 采用相位角编码方式,并针对椭圆区域的特点,此处宜采用极角编码方式,见图 2,在搜索竖线上,极角  $\theta_i$  可以完全确定航路点  $P_i$  的位置,极角编码与解空间转换关系如下:

$$\begin{cases} x_i = id \\ y_i = x_i \tan \theta \end{cases} \quad (16)$$

### 2.3 重规划初始化时功能区域簇的引入

文献[14]在详细研究航路规划问题几何本质的基础上,提出了功能区域簇的概念(见图 3),充分利用最大有效射程约束下航路点之间的关联性,通过逆推法对航路点逐个进行更新,显著提高了规划效率。基于航路重规划对实时性的高度要求,本文借鉴其思想,将功能区域簇的思想融入到重规划算法初始化过程中,使得初始个体即为非劣个体,提高算法搜索速度。

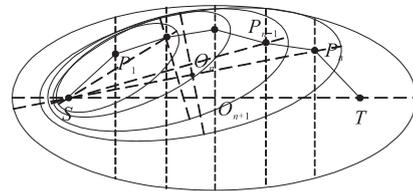


图 3 功能区域簇

Fig.3 Operational area cluster

图 3 设航路点个数为  $n$ , 从前到后下标依次递增,为方便描述,记  $S$  为  $P_0$ ,  $T$  为  $P_{n+1}$ , 则航路点  $P_i$  与  $P_{i+1}$  之间距离记为  $L_{i+1}$ 。本文采用逆序法逐个初始化航路点,即先初始化航路点  $P_n$  对应极角,最后初始化航路点  $P_1$  对应极角。采用逆序法逐个初始化航路点过程中,当已确定航路点  $P_i$  ( $i = 2,$

...,  $n$ ) 时, 将  $L_{\max}^*$  与  $\sum_{j=i+1}^{n+1} L_j$  之差称为重规划剩余最大有效射程, 记为  $L_{\max}^i$ , 即:

$$L_{\max}^i = L_{\max}^* - \sum_{j=i+1}^{n+1} L_j \quad (17)$$

此时, 以  $P_i$  和  $S$  为焦点,  $L_{\max}^i$  为长轴作椭圆  $O_i$ , 称此椭圆为重规划剩余功能区域, 同理, 由于受  $L_{\max}^i$  的约束, 航路点  $P_j (j \leq i-1)$  必在椭圆  $O_i$  之内。文献[14]已证明, 功能区域簇中相邻椭圆必内切于一点, 椭圆由大到小最终收敛到起始点  $S$ 。

功能区域簇初始化思想充分利用最大有效射程约束下航路点之间的关联作用, 使得下一个航路点初始化时总是被上一个航路点约束到一个更小的椭圆内, 最终使得产生的初始个体皆为非劣个体, 从而提高算法搜索效率。

结合 2.2 节中搜索竖线和极角编码方式, 具体初始化流程如下:

**Step1** 令  $i = n$  ;

**Step2** 判断所有航路点是否都初始化完毕, 即  $i < 1$ , 若是, 转 **Step8**, 否则转 **Step3**;

**Step3** 求第  $i$  条搜索竖线与椭圆  $O_{i+1}$  的 2 个交点, 并得到 2 个点对应的极角  $\theta_{i1}$ 、 $\theta_{i2}$  ;

**Step4** 在  $[\theta_{i1}, \theta_{i2}]$  范围内随机初始化航路点  $P_i$  对应极角  $\theta_i$  ;

**Step5** 利用式(16)将极角  $\theta_i$  转换到解空间, 并根据式(17)求得  $L_{\max}^i$  ;

**Step6** 以  $P_i$ 、 $S$  为焦点,  $L_{\max}^i$  为长轴确定椭圆  $O_i$  ;

**Step7**  $i--$ , 并转 **Step2**;

**Step8** 初始化结束。

### 2.4 重规划算法步骤

**Step1** 选择合理的种群规模, 粒子维数及最大有效射程等算法参数;

**Step2** 运用 2.3 节中初始化流程逐个初始化航路点对应极角;

**Step3** 利用式(16)将极角编码转换到解空间中, 并利用式(10)计算各个粒子适应度;

**Step4** 更新全局最优  $\theta_{gj}(t)$  及种群均值  $\Psi_j(t)$  ;

**Step5** 判断所有粒子是否都经过量子门旋转进行进化, 若是, 转 **Step7**, 否则, 转 **Step6**;

**Step6** 根据式(11)对每个粒子每个基因位对应极角  $\theta_i$  进行更新;

**Step7** 判断所有粒子是否都经过量子变异操作, 若是, 转 **Step9**, 否则, 转 **Step8**;

**Step8** 根据式(14)对每个粒子每个基因位对应极角  $\theta_i$  进行变异操作;

**Step9** 判断是否达到最大进化代数, 若是, 终止算法, 否则, 转 **Step3**。

## 3 仿真实验

本文在 2 G 内存的 PC 上进行了基于 CQEA 的航路规划与重规划仿真实验, 地形为计算机模拟产生的  $500 \times 500$  区域。

离线规划参数设置如下:

1) 导弹最大有效射程 800 km, 最小直飞距离 20 km;

2) 最大水平拐弯角  $60^\circ$ , 最大爬升/下滑角  $30^\circ$ ;

3) 安全飞行离地高度范围为  $[50, 300]$  m;

4) 导弹发射点坐标为  $(20, 20, 100)$ , 目标点坐标为  $(455, 435, 150)$ ;

5) CQEA 算法中  $\Delta\theta_0 = 15^\circ$ ; 系数  $k = 6$ ;  $q = 3$ 。

离线规划得到的导弹初始航路见图 4。假设导弹飞行过程中, 我方战场侦察系统探测到在坐标  $[335, 420]$  处出现一新威胁, 威胁半径为 60 km, 威胁等级为 2, 见图 4 中虚线圆, 此时可以通过 2.1 节方法, 导弹迅速确定重规划起点为  $[249.5, 394.7, 288.5]$ , 终点为  $[432.3, 432.4, 160.6]$ , 进而由式(15)计算得重规划最大有效射程  $L_{\max}^*$  为 335 km。

本文重规划航路点个数  $n$  取为 5, 此时, 导弹利用 CQEA 算法进行航路重规划, 以规避突发威胁。

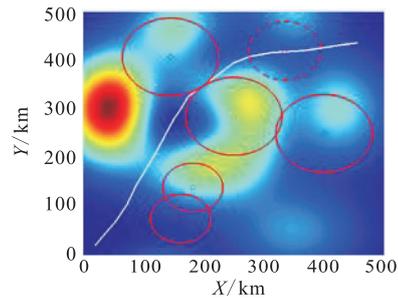


图 4 离线规划初始航路

Fig.4 Initial path of offline planning

为方便描述, 本文将引入最小威胁曲面、搜索竖线及功能区域簇初始化思想后得到的搜索空间统称为新空间, 为验证新空间中航路重规划的效率, 基于 CQEA 算法分别在原三维空间和新空间进行重规划仿真实验并进行对比; 同时, 为验证 CQEA 算法较 PAQEA<sup>[10]</sup> 的优越性, 在新空间中对 2 种算法分别进行重规划实验。算法均进行 20 次仿真实验, 每次实验均迭代 100 次后统计结果, 仿真结果见表 1。

- jective 0/1 Knapsack Problems[C]//IEEE Congress on Evolutionary Computation. Vancouver, Canada: IEEE, 2006: 2601-2606.
- [6] 覃朝勇, 郑建国, 朱佳俊. 一种实数编码量子进化算法及其收敛性[J]. 控制与决策, 2009, 24(6): 854-858.  
QIN Chaoyong, ZHENG Jianguo, ZHU Jiajun. Real-Coded Quantum-Inspired Evolutionary Algorithm and Its Convergence[J]. Control and Decision, 2009, 24(6): 854-858. (in Chinese)
- [7] 李盼池, 施光尧, 王海英. 一种量子行为进化算法及应用[J]. 控制与决策, 2013, 28(3): 402-406.  
LI Panchi, SHI Guangyao, WANG Haiying. A Quantum-Behaved Evolutionary Algorithm with Applications[J]. Control and Decision, 2013, 28(3): 402-406. (in Chinese)
- [8] 雷霖, 罗小勇. 一种新的量子进化算法实数编码方式及应用[J]. 广西师范大学学报, 2013, 31(4): 23-26.  
LEI Lin, LUO Xiaoyong. A Novel Real-Coded Quantum-Inspired Evolutionary Algorithm and Its Application[J]. Journal of Guangxi Normal University, 2013, 31(4): 23-26. (in Chinese)
- [9] 蔡延光, 张敏捷, 章云. 混合混沌量子进化算法[J]. 系统工程理论与实践, 2012, 32(10): 418-422.  
CAI Yanguang, ZHANG Minjie, ZHANG Yun. Hybrid Quantum Evolutionary Algorithm[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2012, 32(10): 418-422. (in Chinese)
- [10] 张磊, 方洋旺, 毛东辉, 等. 一种新的相位角编码量子进化算法[J]. 控制与决策, 2015, 30(4): 739-744.  
ZHANG Lei, FANGYanguang, MAO Donghui, et al. A New Phase Angle Encoded Quantum Evolutionary Algorithm[J]. Control and Decision, 2015, 30(4): 739-744. (in Chinese)
- [11] 陈宝林. 最优化理论与算法[M]. 北京:清华大学出版社, 2005.  
CHENG Baolin. Optimization Theory and Algorithm [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005. (in Chinese)
- [12] 姜建国, 张丽媛, 苏仟, 等. 一种利用动态搜索策略的混合蛙跳算法[J]. 西安电子科技大学学报, 2014, 41(4): 51-56.  
JIANG Jianguo, ZHANG Liyuan, SU Qian, et al. Shuffled Frog Leaping Algorithm Using Dynamic Searching Strategy[J]. Journal of Xidian University, 2014, 41(4): 51-56. (in Chinese)
- [13] 唐必伟, 朱战霞, 方群, 等. 基于改进蚁群算法的无人驾驶飞行器三维航迹规划与重规划[J]. 西北工业大学学报, 2013, 31(6): 901-907.  
TANG Biwei, ZHU Zhanxia, FANG Qun, et al. 3D Route Planning and Replanning of UAV Based on Improved Ant Colony Algorithm[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2013, 31(6): 901-907. (in Chinese)
- [14] 刘钢, 老松杨, 袁灿, 等. 反舰导弹航路规划的OACRR-PSO算法[J]. 自动化学报, 2012, 38(9): 1528-1537.  
LIU Gang, LAO Songyang, YUAN Can, et al. OACRR-PSO Algorithm for Anti-Ship Missile Path Planning[J]. Acta Automatica Sinica, 2012, 38(9): 1528-1537. (in Chinese)

(编辑:姚树峰)

- jective 0/1 Knapsack Problems[C]//IEEE Congress on Evolutionary Computation. Vancouver, Canada: IEEE, 2006: 2601-2606.
- [6] 覃朝勇, 郑建国, 朱佳俊. 一种实数编码量子进化算法及其收敛性[J]. 控制与决策, 2009, 24(6): 854-858.  
QIN Chaoyong, ZHENG Jianguo, ZHU Jiajun. Real-Coded Quantum-Inspired Evolutionary Algorithm and Its Convergence[J]. Control and Decision, 2009, 24(6): 854-858. (in Chinese)
- [7] 李盼池, 施光尧, 王海英. 一种量子行为进化算法及应用[J]. 控制与决策, 2013, 28(3): 402-406.  
LI Panchi, SHI Guangyao, WANG Haiying. A Quantum-Behaved Evolutionary Algorithm with Applications[J]. Control and Decision, 2013, 28(3): 402-406. (in Chinese)
- [8] 雷霖, 罗小勇. 一种新的量子进化算法实数编码方式及应用[J]. 广西师范大学学报, 2013, 31(4): 23-26.  
LEI Lin, LUO Xiaoyong. A Novel Real-Coded Quantum-Inspired Evolutionary Algorithm and Its Application[J]. Journal of Guangxi Normal University, 2013, 31(4): 23-26. (in Chinese)
- [9] 蔡延光, 张敏捷, 章云. 混合混沌量子进化算法[J]. 系统工程理论与实践, 2012, 32(10): 418-422.  
CAI Yanguang, ZHANG Minjie, ZHANG Yun. Hybrid Quantum Evolutionary Algorithm[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2012, 32(10): 418-422. (in Chinese)
- [10] 张磊, 方洋旺, 毛东辉, 等. 一种新的相位角编码量子进化算法[J]. 控制与决策, 2015, 30(4): 739-744.  
ZHANG Lei, FANGYanguang, MAO Donghui, et al. A New Phase Angle Encoded Quantum Evolutionary Algorithm[J]. Control and Decision, 2015, 30(4): 739-744. (in Chinese)
- [11] 陈宝林. 最优化理论与算法[M]. 北京:清华大学出版社, 2005.  
CHENG Baolin. Optimization Theory and Algorithm [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005. (in Chinese)
- [12] 姜建国, 张丽媛, 苏仟, 等. 一种利用动态搜索策略的混合蛙跳算法[J]. 西安电子科技大学学报, 2014, 41(4): 51-56.  
JIANG Jianguo, ZHANG Liyuan, SU Qian, et al. Shuffled Frog Leaping Algorithm Using Dynamic Searching Strategy[J]. Journal of Xidian University, 2014, 41(4): 51-56. (in Chinese)
- [13] 唐必伟, 朱战霞, 方群, 等. 基于改进蚁群算法的无人驾驶飞行器三维航迹规划与重规划[J]. 西北工业大学学报, 2013, 31(6): 901-907.  
TANG Biwei, ZHU Zhanxia, FANG Qun, et al. 3D Route Planning and Replanning of UAV Based on Improved Ant Colony Algorithm[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2013, 31(6): 901-907. (in Chinese)
- [14] 刘钢, 老松杨, 袁灿, 等. 反舰导弹航路规划的OACRR-PSO算法[J]. 自动化学报, 2012, 38(9): 1528-1537.  
LIU Gang, LAO Songyang, YUAN Can, et al. OACRR-PSO Algorithm for Anti-Ship Missile Path Planning[J]. Acta Automatica Sinica, 2012, 38(9): 1528-1537. (in Chinese)

(编辑:姚树峰)