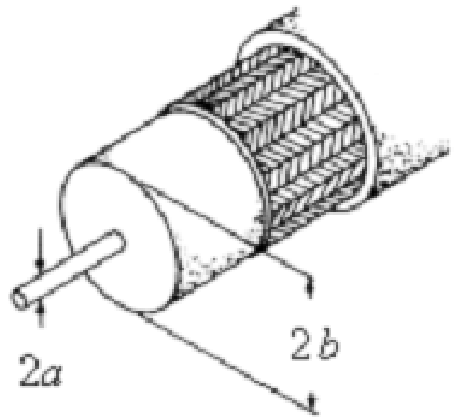
1.7 同轴线的特性阻抗

- 同轴线**(coaxial lines)**是常用的**TEM**传输线，是典型的双导体传输系统双导体传输系统，其外形结构



- 本节要点
  - 同轴线的分类
  - 同轴线的特性阻抗及应用

1. 同轴线的分类

- 硬同轴线是由圆柱形铜棒作内导体，同心的铜管作外导体，内外导体间用介质支撑，这种同轴线也称为同轴波导。
- 软同轴线的内导体一般采用多股铜丝，外导体是铜丝网，在内外导体间用介质填充，外导体网外有一层橡胶保护壳，这种同轴线又称为同轴电缆。

2. 同轴线的传输功率

- 设同轴线的外导体接地，内导体上传输电压为$U(z)$，取传播方向为+z，传播常数为β，则线上电压为：

$$U(z) = U_0 e^{-j\beta z}$$

线上电流为 $$I(z) = \frac{U(z)}{Z_0} = \frac{2\pi U_0}{\sqrt{\mu/\varepsilon}\ln(b/a)} e^{-j\beta z}$$

传输功率为 $$P = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(UI^*\right) = \frac{\pi U_0^2}{\sqrt{\mu/\varepsilon}\ln(b/a)}$$

- 上式中的U_0为击穿电压时，计算所得功率即为功率容量。

同轴线外半径b不变时，改变内半径a，分别达到耐压最高、传输功率最大及衰减最小三种状态。

3. 同轴线的特性阻抗

- 同轴线的内外导体的半径分别为**a**和**b**，在内外导体间用介电常数为ε介质填充，其单位长分布电容和单位长分布电感分别为：

$$C=\frac{2\pi\varepsilon}{\ln(b/a)}$$

$$L=\frac{\mu}{2\pi}\ln(b/a)$$

其特性阻抗为 $$\boxed{Z_0=\sqrt{\frac{L}{C}}=\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{\ln(b/a)}{2\pi}}$$

(1) 耐压最高时的阻抗特性

- 设外导体接地，内导体接上电压为U_m ，则内导体表面的电场为

$$E_a = \frac{U_m}{a\ln x} \qquad (x = b/a)$$

- 为达到耐压最大，设取介质的极限击穿电场，即，

$$U_{\max} = aE_{\max}\ln(b/a) = bE_{\max}\frac{\ln x}{x}$$

令 $\frac{\mathrm{d}U_{\max}}{\mathrm{d}x} = 0$ 可得 x=2.72

此时同轴线的特性阻抗为： $\boxed{Z_0 = \sqrt{\mu/\varepsilon}/(2\pi)}$

当同轴线中填充空气时，相应于耐压最大时的特性阻抗为60Ω

(2) 传输功率最大时的特性阻抗

- 限制传输功率的因素也是内导体的表面电场，因此

$$P = P_{\max} = \frac{\pi a^2 E_{\max}^2}{\sqrt{\mu/\varepsilon}} \ln\frac{b}{a} = \frac{\pi b^2 E_{\max}^2}{\sqrt{\mu/\varepsilon}} \frac{\ln x}{x^2}$$

令 $\frac{\mathrm{d}P_{\max}}{\mathrm{d}x} = 0$ 可得 x=**1.65**

此时同轴线的特性阻抗为： $\boxed{Z_0 = \sqrt{\mu/\varepsilon}/(4\pi)}$

当同轴线中填充空气时，相应于传输功率最大时的特性阻抗为**30Ω**

(3) 衰减最小时的特性阻抗

- 我们只考虑导体损耗的情形。

设R为同轴线单位长电阻，而导体的表面电阻为R_s，两者之间的关系为：

$$R = R_s\left(\frac{1}{2\pi a}+\frac{1}{2\pi b}\right)$$

导体衰减常数为

$$\alpha_c=\frac{R}{2Z_0}=\frac{R_s}{2\sqrt{\mu/\varepsilon}\ln(b/a)}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=\frac{R_s}{2b\sqrt{\mu/\varepsilon}\ln x}(1+x)$$

由 $\dfrac{d\alpha_c}{dx}=0$ 可得x=3.59

此时同轴线的特性阻抗为： $\boxed{Z_0=1.278\sqrt{\mu/\varepsilon}/(2\pi)}$

当同轴线中填充空气时，相应于衰减最小时的特性阻抗为76.7Ω

讨论

- 不同使用要求下，同轴线有不同的特性阻抗，范围是**10–225Ω**
- 实际使用的同轴线特性阻抗一般有**50Ω 和 75Ω**两种。
- **50Ω**的同轴线兼顾了耐压、功率容量和衰减的要求，是一种通用型同轴传输线；
- **75Ω**的同轴线是衰减最小的同轴线，它主要用于远距离传输。

4. 同轴线的应用

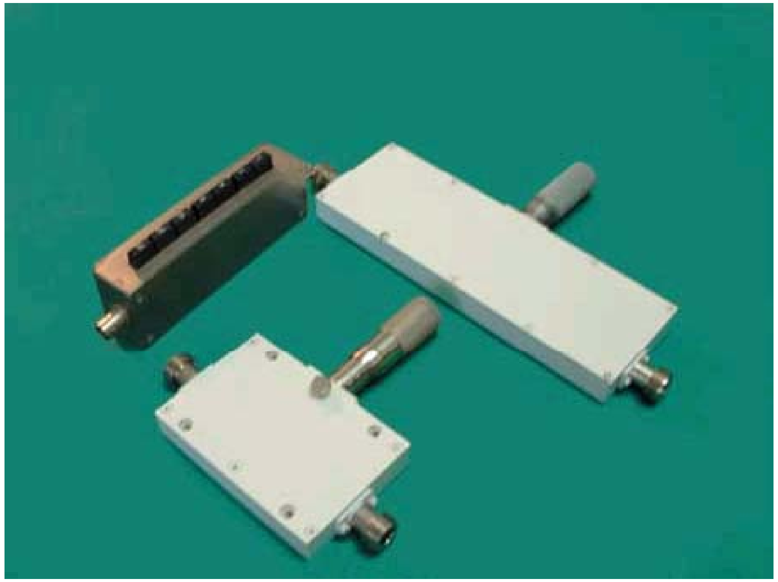
- 同轴线是一类广泛应用于电视、移动通信、雷达等系统中传输线，根据其用途不同制成各种各样的同轴线。

- **以上分析是假设同轴线工作在TEM模式。**实际上，当同轴线的截面尺寸与工作波长相比拟时，同轴线内将出现高次模式，为此要使同轴线工作于**TEM**模式，则同轴线的内外半径应满足以下条件：$\lambda_{\min} > \pi(b+a)$

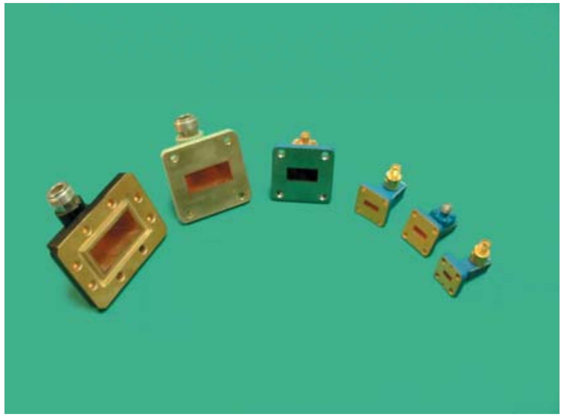
  其中，$\lambda_{\min}$为最短工作波长。

- **在实际中，广泛使用不同型号的电缆连接接头(cable connector)以实现电缆的连接。**

同轴负载



同轴可变衰减器



波导同轴转换接头

各种同轴线

各种同轴接头

第二章 规则金属波导

- 规则金属波导—截面尺寸、形状、材料及边界条件不变的均匀填充介质的金属波导管称为规则金属波导。
- 根据其结构波导可分为矩形波导(**rectangle waveguide**)、圆波导(**circular waveguide**)和脊形波导(**ridge waveguide**)等。

本章主要内容

- **2.1** 导波原理
- **2.2** 矩形波导
- **2.3** 圆波导
- **2.4** 激励与耦合

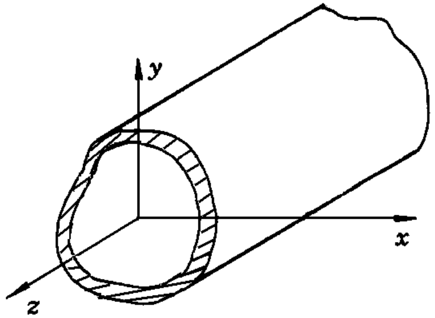
2.1 导波原理

- 本节要点

1. 波导管内的电磁波
2. 波的传输特性
3. 导行波的分类

1. 规则金属管内的电磁波

对由均匀填充介质的金属波导管如图所示坐标系



设z轴与波导的轴线相重合，并假设：

(1) 波导管内填充的介质是均匀、线性、各向同性的；

(2) 波导管内无自由电荷和传导电流的存在；

(3) 波导管内的场是时谐场。

金属波导内部的电、磁场满足矢量齐次亥姆霍兹方程，即

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} + k^2 \boldsymbol{E} = 0$$
$$\nabla^2 \boldsymbol{H} + k^2 \boldsymbol{H} = 0 \qquad (2\text{-}1)$$

其中，$k^2 = \omega^2 \mu\varepsilon$。

(1) 将电场和磁场分解为横向分量和纵向分量即：

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_t + \boldsymbol{a}_z E_z$$
$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_t + \boldsymbol{a}_z H_z \qquad (2\text{-}2)$$

$\boldsymbol{a}_z$代表z方向单位矢量，*t*表示横向坐标。

*t*在直角坐标系中代表(*x*,*y*)，在柱坐标系中代表(*ρ*,*φ*)。

将式（2-2）代入齐次亥姆霍兹方程（2-1）得

$$\nabla^2 E_z + k^2 E_z = 0$$
$$\nabla^2 \boldsymbol{E}_t + k^2 \boldsymbol{E}_t = 0$$
$$\nabla^2 H_z + k^2 H_z = 0 \qquad (2\text{-}3)$$
$$\nabla^2 \boldsymbol{H}_t + k^2 \boldsymbol{H}_t = 0$$

（2）将算子分解为 $\nabla^2=\nabla_t^2+\dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$ （2-4）

（3）设在直角坐标系中，利用分离变量法，令：

$$E_z(x,y,z)=E_z(x,y)Z(z) \tag{2-5}$$

将式（2-4）和式（2-5）代入式（2-3）得

$$-\frac{(\nabla_t^2+k^2)E_z(x,y)}{E_z(x,y)}=\frac{\mathrm{d}^2Z(z)}{\mathrm{d}z^2}\frac{1}{Z(z)} \tag{2-6}$$

式（2-6）中左边是横向坐标(x,y)的函数，与z无关；而右边是z的函数，与(x,y)无关。只有二者均为一常数上式才能成立。

设该常数为γ^2，则有：

$$\nabla_t^2 E_z(x,y)+(k^2+\gamma^2)E_z(x,y)=0$$

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}z^2}Z(z)-\gamma^2 Z(z)=0 \qquad (2\text{-}7)$$

式（2-7）中的第二式的形式与传输线方程相同，其通解为：

$$Z(z)=A_+\mathrm{e}^{-rz}+A_-\mathrm{e}^{rz}$$

若规则金属波导为无限长，没有反射波，故A_-=0，即纵向电场的纵向分量应满足的解的形式为：

$$Z(z)=A_+\mathrm{e}^{-rz} \qquad (2\text{-}8)$$

A_+为待定常数，对无耗波导γ =jβ ，而为相移常数。

(4) 设$E_{oz}(x,y)=A_+E_z(x,y)$，则纵向电场可表达为：

$$E_z(x,y,z)=E_{oz}(x,y)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta z} \quad (2\text{-}9a)$$

同样纵向磁场也可表达为

$$H_z(x,y,z)=H_{oz}(x,y)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta z} \quad (2\text{-}9b)$$

而$E_{oz}(x,y)$和$H_{oz}(x,y)$ ，满足以下方程：

$$\begin{aligned}\nabla_t^2 E_{oz}(x,y)+k_c^2 E_{oz}(x,y)=0\\ \nabla_t^2 H_{oz}(x,y)+k_c^2 H_{oz}(x,y)=0\end{aligned} \quad (2\text{-}10)$$

其中$k_c^2=k^2-\beta^2$，为传输系统的本征值。

(5)由麦克斯韦方程，无源区电场和磁场应满足的方程为：

$$\nabla\times\boldsymbol{H}=\mathrm{j}\omega\varepsilon\boldsymbol{E}$$
$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\mathrm{j}\omega\mu\boldsymbol{H}$$
（2-11）

将(2-11)用直角坐标展开，并利用式（2-9）可得：

$$E_x=-\frac{\mathrm{j}}{k_c^2}(\omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial y}+\beta\frac{\partial E_z}{\partial x})$$
$$E_y=\frac{\mathrm{j}}{k_\mathrm{c}^2}(\omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial x}-\beta\frac{\partial E_z}{\partial y})$$
$$H_x=\frac{\mathrm{j}}{k_\mathrm{c}^2}(-\beta\frac{\partial H_z}{\partial x}+\omega\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial y})$$
$$H_y=-\frac{\mathrm{j}}{k_c^2}(\beta\frac{\partial H_z}{\partial y}+\omega\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial x})$$
（2-12）

结论

- 在规则波导中场的纵向分量满足标量齐次波动方程，结合相应边界条件即可求得纵向分量E_z和H_z，而场的横向分量即可由纵向分量求得；
- 既满足上述方程又满足边界条件的解有许多，每一个解对应一个波型也称之为模式，不同的模式具有不同的传输特性；
- k_c是微分方程（2-10）在特定边界条件下的特征值，它是一个与导波系统横截面形状、尺寸及传输模式有关的参量。由于当相移常数$\beta=0$时，意味着波导系统不再传播，亦称为截止，此时$k_c=k$，故将称k_c为截止波数**(cutoff wavenumber)**。

2. 波的传输特性

- 描述波导传输特性的主要参数有：相移常数、截止波数、相速、波导波长、群速、波阻抗及传输功率。下面分别叙述如下：

（1）相移(phase shift)常数和截止(cutoff)波数

在确定的均匀媒质中，波数**k**与电磁波的频率成正比，相移常数β和**k**的关系式为：

$$\boxed{\beta=\sqrt{k^2-k_c^2}=k\sqrt{1-k_c^2/k^2}} \qquad (2\text{-}13)$$

(2)相速(phase velocity)与波导波长

电磁波在波导中传播，其等相位面移动速率称为相速，于是有：

$$\boxed{v_{\mathrm{p}}=\frac{\omega}{\beta}=\frac{\omega}{k}\frac{1}{\sqrt{1-k_{\mathrm{c}}^{2}/k^{2}}}=\frac{c/\sqrt{\mu_{\mathrm{r}}\varepsilon_{\mathrm{r}}}}{\sqrt{1-k_{\mathrm{c}}^{2}/k^{2}}}} \qquad （2-14）$$

其中，c为真空中光速。

对导行波来说$k>k_{c}$，故 $v_{\mathrm{p}}>c/\sqrt{\mu_{\mathrm{r}}\varepsilon_{\mathrm{r}}}$

即在规则波导中波的传播的速度要比在无界空间媒质中传播的速度要快。

导行波的波长称为波导波长，它与波数的关系式为：

$$\boxed{\lambda_{g}=\frac{2\pi}{\beta}=\frac{2\pi}{k}\frac{1}{\sqrt{1-k_{c}^{2}/k^{2}}}} \qquad （2-15）$$

(3)群速(group velocity)

我们将相移常数β及相速v_p随频率ω的变化关系称为色散关系，它描述了波导系统的频率特性。当存在色散特性时，相速已不再能很好地描述波的传播速度，一般引入“群速”的概念，它表征了波能量的传播速度，当k_c为常数时，导行波的群速为：

$$\boxed{v_g=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\beta}=\frac{1}{\mathrm{d}\beta/\mathrm{d}\omega}=\frac{c}{\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}}\sqrt{1-k_c^2/k^2}} \quad (2\text{-}16)$$

(4) 波阻抗(wave impedance)

某个波型的横向电场和横向磁场之比为波阻抗，即：

$$Z=\frac{E_t}{H_t} \tag{2-17}$$

(5)传输功率 (transmission power)

由坡印廷定理，波导中某个波型的传输功率为：

$$\begin{aligned}P&=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\int_S(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^*)\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\int_S(\boldsymbol{E}_t\times\boldsymbol{H}_t^*)\cdot\boldsymbol{a}_z\mathrm{d}S\\&=\frac{1}{2Z}\int_S|E_t|^2\mathrm{d}S=\frac{Z}{2}\int_S|H_t|^2\mathrm{d}S\end{aligned} \tag{2-18}$$

式中，Z为该波型的波阻抗。

3. 导行波的分类

根据截止波数k_c的不同可将导行波分为以下三种情况：

(1) $k_c^2=0$即$k_c=0$

这时必有$E_z=0$和$H_z=0$，否则由式（2-12）知E_x、E_y、H_x、H_y、将出现无穷大，这在物理上不可能。这意味着该导行波既无纵向电场又无纵向磁场，只有横向电场和磁场，故称为横电磁波简称TEM波。

对于TEM波，$\beta=k$，故相速、波长及波阻抗和无界空间均匀媒质中相同。而且由于截止波数$k_c=0$，因此理论上任意频率均能在此类传输线上传输。此时不能用纵向场分析法，而可用二维静态场分析法或前述传输线方程法进行分析。

(2) $k_c^2 > 0$

这时$\beta^2>0$，而E_z和H_z不能同时为零，否则所有场必然全为零。一般情况下，只要E_z和H_z中有一个不为零即可满足边界条件，这时又可分为二种情形：

(a)TM (transverse magnetic)波

将$E_z \neq 0$而$H_z=0$的波称为磁场纯横向波，简称TM波，由于只有纵向电场故又称为E波。此时满足的边界条件应为：

$$E_z|_S = 0 \qquad (2\text{-}19)$$

其中，S表示波导周界。

TM波的波阻抗为

$$Z_{\mathrm{TM}} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{\beta}{\omega\varepsilon} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\sqrt{1-k_c^2/k^2} \qquad (2\text{-}20)$$

(b) TE (transverse electric)波

将E_z=0而H_z≠0的波称为电场纯横向波，简称TE波，由于只有纵向电场故又称为H波。此时满足的边界条件应为：

$$\frac{\partial H_z}{\partial n}\Big|_S = 0 \qquad (2\text{-}21)$$

其中，*S*表示波导周界。 $\boldsymbol{n}$ 为边界法向单位矢量

TE波的波阻抗为

$$Z_{\mathrm{TE}} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{\omega\mu}{\beta} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{1}{\sqrt{1-k_c^2/k^2}} \qquad (2\text{-}22)$$

无论是TE波还是TM波，其相速均比无界媒质空间中的速度要快，故称之为快波。

(3) $k_c^2 < 0$

这时 $\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} > k$，而相速

$$v_p = \omega / \beta < c / \sqrt{\mu_r \varepsilon_r}$$

即相速比无界媒质空间中的速度要慢，故又称之为慢波。在由光滑导体壁构成的导波系统不可能存在的情形，只有当某种阻抗壁存在才有这种可能。