

文章编号: 1000-4750(2018)01-0136-12

考虑土体参数空间变异性边坡失稳风险定量评估

蒋水华, 杨建华, 姚池, 黄劲松

(南昌大学建筑工程学院, 江西, 南昌 330031)

摘 要: 边坡失稳风险定量评估是制定滑坡风险防治措施和建立滑坡风险预警体系的重要前提, 然而目前方法不能有效地解决考虑土体参数二维空间变异性的边坡失稳风险定量评估问题, 该文在蒙特卡洛模拟(MCS)和极限平衡分析框架下提出了一种有效的考虑参数二维空间变异性的边坡失稳风险定量评估方法, 依次从土体参数二维空间变异性模拟、空间变异边坡稳定性分析、边坡代表性滑动面识别和边坡失稳风险定量分析这四个对提出方法进行了详细介绍。最后通过对3种工况下两层不排水饱和黏土边坡的失稳风险定量分析验证了提出方法的有效性。结果表明: 该文提出方法具有以下优势: 1) 可以有效地识别空间变异边坡代表性滑动面, 即边坡关键破坏模式; 2) 具有较高的边坡失稳风险评估计算效率, 可为解决考虑参数二维空间变异性的低概率水平边坡失稳风险定量评估问题提供一个有效的工具; 3) 可以定量地计算每个关键破坏模式对边坡失效概率和失稳风险的贡献权重, 从而可为制定有效的滑坡风险控制措施提供重要的参考依据。

关键词: 边坡失稳; 风险评估; 空间变异性; 代表性滑动面; 蒙特卡洛模拟

中图分类号: P642.3 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2016.08.0657

QUANTITATIVE RISK ASSESSMENT OF SLOPE FAILURE CONSIDERING SPATIAL VARIABILITY OF SOIL PROPERTIES

JIANG Shui-hua, YANG Jian-hua, YAO Chi, HUANG Jin-song

(School of Civil Engineering and Architecture, Nanchang University, Nanchang, Jiangxi 330031, China)

Abstract: Quantitative risk assessment of slope failure is an important prerequisite for formulating rational strategies for landslide risk mitigation and developing landslide risk-based warning system. However, the risk of slope failure in two-dimensional (2-D) spatially variable soils cannot be effectively evaluated. This paper aims to propose an efficient approach for quantitative risk assessment of slope failure considering 2-D spatial variability of soil properties in the framework of Monte-Carlo simulation (MCS) and limit-equilibrium analysis of slope stability. The proposed approach comprising of 2-D spatial variation modeling of soil properties, stability analyses of spatially variable soil slopes, identification of representative slip surfaces and quantitative risk assessment of slope failure is described. The failure risks of a two-layered soil slope example under three cases are investigated to demonstrate the effectiveness of the proposed approach. The results indicate that the proposed approach has the following advantages: 1) it can effectively identify the representative slip surfaces (i.e., key failure modes) of spatially variable slopes; 2) it can produce accurate risk of slope failure with much less computational efforts and provide an effective means for quantitative risk assessment of slope failure at low-probability levels in 2-D spatially variable soils; 3) it can quantify the contributions of each key failure mode to the probability and risk of

收稿日期: 2016-08-29; 修改日期: 2017-01-16

基金项目: 国家自然科学基金项目(51509125, 51679117); 江西省自然科学基金项目(20161BAB216117, 20171BAB206058); 水工岩石力学教育部重点实验室开放基金项目(RMHSE1505); 长江科学院开发研究基金项目(CKWV2015222/KY)

通讯作者: 蒋水华(1987-), 男, 江西人, 讲师, 博士, 主要从事岩土工程可靠度分析与风险控制研究(E-mail: sjiaangaa@ncu.edu.cn).

作者简介: 杨建华(1986-), 男, 湖北荆州人, 讲师, 博士, 主要从事岩石动力学与工程爆破方面研究(E-mail: yangjianhua86@ncu.edu.cn);

姚池(1986-), 男, 湖北汉川人, 副教授, 博士, 主要从事裂隙岩体水力耦合数值模型研究(E-mail: chi.yao@ncu.edu.cn);

黄劲松(1967-), 男, 湖北武汉人, 教授, 博士, 博导, 主要从事岩土工程可靠度分析与风险控制研究(E-mail: jinsonghuang@ncu.edu.cn).

slope failure, and hence provide an important reference for landslide risk mitigation measures.

Key words: slope failure; risk assessment; spatial variability; representative slip surfaces; Monte-Carlo simulation

边坡失稳引起的滑坡一般会导致灾难性的后果:轻则影响正常的生产作业、建筑房屋破坏、造成财产损失,重则造成生命伤亡、城镇生活区淹没。因此,对边坡失稳风险进行定量评估、管理与控制一直是岩土工程中十分重要的问题,其中边坡失稳风险定量评估是制定滑坡风险防治措施和建立滑坡风险预警体系的重要前提^[1-3]。众所周知天然岩土体由于受到沉积、后沉积及荷载历史的影响,其特性参数呈现一定的空间变异性和层状分布特征^[4-8],考虑岩土体参数空间变异性边坡通常存在多条潜在滑动面,并且这些滑动面不仅存在一定的空间变异性,而且相互之间具有相关性^[4-5,9-18]。目前边坡失稳风险的计算大多是通过边坡失效概率与破坏后果相乘得到^[1-3],不能有效考虑潜在滑动面空间变异性的影响,会造成对滑坡风险的低估^[4-5];没有较好地考虑滑动面间相关性的影响,又会造成对边坡失稳风险的高估。此外,边坡破坏后果和特定滑动面直接相关,如果单根据滑坡体的体积大小来评判滑坡危害性大小,边坡沿深层滑动面一般要比沿浅层滑动面失稳造成的危害性大的多^[4-5,19]。因此,为了更加合理地评估含有多条空间变异滑动面的边坡失稳风险,需要对边坡沿每条滑动面可能造成的破坏后果进行逐一评估,再由此定量计算边坡失稳导致的滑坡风险。

目前国内外学者针对含多条潜在滑动面的边坡失稳风险定量评估问题开展了一些有价值的研究工作,如 Huang 等^[4]和 Ali 等^[5]分别对边坡每条滑动面的对应失稳风险进行逐一评价,但他们在边坡失稳风险计算中没有有效地考虑滑动面间相关性的影响,在一定程度上造成了对边坡失稳风险的高估。为解决考虑滑动面间相关性的边坡失稳风险定量评估难题,Zhang 和 Huang^[13]、Li 和 Chu^[14]提出了基于代表性滑动面的边坡失稳风险定量评估方法,但是 Zhang 和 Huang^[13]忽略了土体参数固有空间变异性的影响,Li 和 Chu^[14]与 Ali 等^[5]一样只研究了考虑土体参数垂直方向一维空间变异性的边坡失稳风险问题。岩土体参数不仅垂直方向存在空间变异性而且水平方向同样具有一定的空间变异性^[7,12],当考虑参数二维空间变异性,土体参数

所需离散的随机变量数目会成倍增加,从而不仅导致计算量急剧增大,而且导致边坡代表性滑动面的筛选变得更为复杂。虽然目前在边坡代表性滑动面识别方面也进行了一些有益的研究^[10,12-14,16-17],但是大多方法计算过程总体较为繁琐,并且难以有效地识别考虑参数二维空间变异性的边坡代表性滑动面,因此考虑参数二维空间变异性的边坡代表性滑动面识别问题仍需深入探讨。

与此同时,Li 等^[20]基于随机有限元法研究了考虑参数空间变异性的滑坡风险评估问题,随机有限元法与 Huang 等^[4]基于极限分析的蒙特卡洛模拟(MCS)方法有较大类似,能自动搜索边坡的最危险失效路径,但其最大的缺陷是计算量十分可观,难以有效地评估土体参数空间变异性程度较大(即相关长度较小)的低概率水平边坡失稳风险问题,如文献[4]为减少计算量,在参数敏感性研究中将土体参数相关长度取得相对较大。此外在有限元方法识别边坡最危险滑动面的基础上,对相应的边坡失稳破坏后果的评价也相对较为繁琐^[4,20]。故亟需发展可以考虑参数二维空间变异性的边坡失稳风险定量评估方法。

为此,本文在蒙特卡洛模拟和极限平衡分析框架下提出了考虑土体参数二维空间变异性的边坡失稳风险定量评估方法,首先依次从土体参数二维空间变异性模拟、空间变异边坡稳定性分析、边坡代表性滑动面识别和边坡失稳风险定量分析这四个方面对提出方法进行了详细介绍,然后通过通过对三种工况下两层不排水饱和黏土边坡的失稳风险定量分析验证了提出方法的有效性。

1 边坡失稳风险定量评估方法

1.1 土体参数二维空间变异性模拟

土体参数空间变异性通常采用随机场模型来表征^[4-5,9-12],然后采用随机场离散方法将土体参数随机场离散为随机变量。目前发展了多种随机场离散方法如 Karhunen-Loève(KL)展开方法^[4]、局部平均方法^[19]和中点法^[20-22]等,其中中点法因其计算过程简便且容易编程实现,故本文采用基于乔列斯基分解技术的中点法^[22]离散土体参数随机场,其计算

流程如下:

1) 估计并输入土体参数的均值、变异系数、分布类型、自相关函数和波动范围等统计特征;

2) 对二维边坡区域 Ω 剖分随机场单元网格, 提取每个单元网格的中心点坐标 (x_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, n_e$, n_e 为随机场单元网格数目;

3) 根据自相关函数和随机场单元网格中心点坐标, 计算边坡区域不同点处随机场特性值之间自相关系数, 并构成自相关矩阵 C ;

4) 对自相关矩阵 C 进行乔列斯基分解, $LL^T = C$, 得到维度为 $n_e \times n_e$ 的下三角矩阵 L , 然而随机产生一组独立标准正态随机样本向量 ξ , $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n_e})^T$, 将 L 与 ξ 相乘, 便可得维度为 $n_e \times 1$ 的标准高斯参数随机场,

$$X^G(x, y) = L\xi, (x, y) \in \Omega \quad (1)$$

5) 根据参数随机场的统计特征(如均值、变异系数和边缘概率分布类型), 通过等概率变换方法^[21-22]可将标准高斯参数随机场转换为原始空间非高斯参数随机场,

$$X^{NG}(x, y) = F_i^{-1}\{\Phi[X^G(x, y)]\}, (x, y) \in \Omega \quad (2)$$

式中: $F_i^{-1}(\cdot)$ 为输入参数随机场边缘累积分布的逆函数; $\Phi(\cdot)$ 为标准正态变量的累积分布函数。

1.2 空间变异边坡稳定性分析

获得土体参数随机场实现值后, 接下来关键一步是对空间变异边坡进行稳定性分析。相比于有限元分析和极限分析方法, 极限平衡方法计算过程更为简便、计算效率更高, 并且基本能够满足计算精度要求。将所模拟的土体参数二维随机场实现值分别赋给边坡稳定性模型, 进而采用极限平衡方法如常用的圆弧滑动面的简化毕肖普法^[13,23-24]计算边坡安全系数。考虑土体参数空间变异性边坡区域内不同位置处的材料参数特性值明显不同, 每条滑动面将穿越含不同材料参数的土体, 从而导致空间变异边坡安全系数计算比均质边坡安全系数计算复杂的多, 主要难点体现在土条划分上。为有效对空间变异边坡进行稳定性分析, 首先采用文献^[13,15]中的剪入剪出(Entry and Exit)方法随机产生覆盖整个边坡可能失稳区域的 N_p 条潜在圆弧滑动面, 然后基于某一次参数随机场实现, 对每条潜在滑动面对应的滑体进行土条划分, 再计算这条滑动面对应的安全系数, 具体计算流程如下:

1) 确定每条滑动面与边坡外边界相交的两个

端点, 将这两个端点间的水平距离进行 N_l 等分, 然后对等分点进行垂直投影, 相应地将该条滑动面也划分为 N_l 段, 一般来说等分数目越多计算精度越高, 但为保证计算效率, 研究发现 N_l 取 100 可满足计算精度要求;

2) 找出每条滑动面与其所穿越的随机场单元网格边界的交点, 以及每条滑动面与边坡土层分界线的交点, 同样对这些交点进行垂直投影, 进一步划分该条滑动面;

3) 基于每条滑动面所有的分段点, 将与其对应的滑体剖分成若干个垂直土条, 然后找到每个土条底面中心点所在的随机场单元, 将这个随机场单元的抗剪强度参数(黏聚力和内摩擦角)值作为对应的土条底面的抗剪强度参数值, 同时根据土体重度和土条面积计算每个土条的重量;

4) 将每个土条底部抗剪强度参数值和重量代入简化毕肖普法计算公式^[23]迭代计算每条潜在滑动面对应的安全系数, 对于 N_p 条潜在滑动面, 将以上步骤重复计算 N_p 次, 便可得到 N_p 个安全系数, 从中可获得最小安全系数 FS_{\min} 及其对应的潜在滑动面, 即边坡临界安全系数及最危险滑动面。

1.3 边坡代表性滑动面识别

受土体参数空间变异性的影响, 边坡潜在滑动面分布也是空间变异性, 而且不同滑动面之间还存在相关性^[4-5,9-18], 尽管边坡沿每条潜在滑动面均有发生失稳破坏的可能性, 但是不同滑动面引起边坡失稳的可能性大小不同, 边坡沿一些滑动面的失稳的可能性可以被与其相关性较强的滑动面所代替^[12-18], 通常将这些可以代表其他滑动面作用的滑动面称为边坡代表性滑动面即边坡关键破坏模式。将这些代表性滑动面有效筛选出来, 可以极大地提高边坡失稳风险计算效率。为此, 本文提出了一种有效的考虑参数二维空间变异性的边坡代表性滑动面识别方法。该方法首先将较容易获得的边坡临界确定性滑动面取作其中一条代表性滑动面^[10,12], 然后再根据临界确定性滑动面与其余潜在滑动面间的相关性来筛选剩余的代表性滑动面。之所以选择临界确定性滑动面作为其中一条代表性滑动面, 是因为它通常是空间变异边坡的一个重要破坏模式^[9-15], 容易通过传统确定性边坡稳定性分析获得, 并为广大岩土工程师所熟悉。

边坡代表性滑动面的识别过程需要以获得不同滑动面之间的相关系数为前提, 目前计算滑动面

间相关系数的常用方法有近似方法、FORM方法、Pearson相关系数方法和解析方法等。Li等^[10]和Zheng等^[15]指出近似方法不能有效考虑土体参数空间相关性的影响,由近似公式获得的相关系数与真实相关系数相差较大。虽然FORM方法可以计算不同滑动面间的相关系数^[13,16],但是考虑土体参数空间变异性时所涉及的随机变量数目较多,导致FORM方法的计算量非常大。此外,Zheng等^[15]和郑栋等^[25]分别对Pearson相关系数方法计算的相关系数与解析方法和近似方法的计算结果进行了系统的对比论证,表明Pearson相关系数方法计算的相关系数是边坡失效模式间的真实相关系数,而且该方法计算精度较高。为此本文采用Pearson相关系数方法计算临界确定性滑动面与潜在滑动面之间的相关系数,如临界确定性滑动面 S_1 与第 i 条潜在滑动面 S_i 之间的Pearson相关系数^[15]为:

$\rho_{1,i} =$

$$\frac{\sum_{j=1}^{N_s} [FS_{S_1}(X_j) - \overline{FS_{S_1}}][FS_{S_i}(X_j) - \overline{FS_{S_i}}]}{\sqrt{\sum_{j=1}^{N_s} [FS_{S_1}(X_j) - \overline{FS_{S_1}}]^2} \sqrt{\sum_{j=1}^{N_s} [FS_{S_i}(X_j) - \overline{FS_{S_i}}]^2}} \quad (3)$$

式中: X_j 为原始空间非高斯随机场的第 j 次实现值, $X_j = (X_{j,1}, X_{j,2}, \dots, X_{j,n})^T$, n 为随机场所离散的随机变量数目; FS_{S_1} 和 FS_{S_i} 分别为滑动面 S_1 和 S_i 对应的安全系数, $i = 1, 2, \dots, N_p$; $\overline{FS_{S_1}}$ 和 $\overline{FS_{S_i}}$ 分别为 FS_{S_1} 和 FS_{S_i} 的平均值; N_s 为相关系数计算中随机样本数目。

根据式(3)便可获得边坡临界确定性滑动面与 N_p 条潜在滑动面间的相关系数 $\rho_{1,1}, \rho_{1,2}, \dots, \rho_{1,N_p}$,然后将这 N_p 个相关系数按照升序排列,相关系数增量为 $\Delta\rho = (\rho_{\max} - \rho_{\min}) / M$,其中 ρ_{\max} 和 ρ_{\min} 分别是最大和最小相关系数。接着将相关系数均匀地分为 M 个区间,据此便可把与 N_p 个相关系数对应的 N_p 条潜在滑动面分成 M 组。比如 $\rho_{\max} = 1.0$ 和 $\rho_{\min} = 0$, $M = 5$,可得5个相关系数区间分别为 $[0, 0.2)$ 、 $[0.2, 0.4)$ 、 $[0.4, 0.6)$ 、 $[0.6, 0.8)$ 、 $[0.8, 1.0]$,如果某条潜在滑动面与临界确定性滑动面间的相关系数为0.45,则该条滑动面将被分入第3组。类似地, N_p 条潜在滑动面均会根据其与临界确定性滑动面间的相关系数大小依次分入这 M 组中的某

一组内。再比较每一分组内全部滑动面所对应的确定性安全系数的大小,将其中确定性安全系数最小的那条滑动面筛选出来视作该分组的代表性滑动面,由此可获得 N_c 条候选代表性滑动面,且有 $N_c \leq M$ 。这是因为当 M 取值较大,相应的相关系数增量 $\Delta\rho$ 较小时,某一分组内可能不包含任何滑动面。进而对 N_c 条候选代表性滑动面进行 N_{MCS} 次MCS统计分析,计算每条候选代表性滑动面对边坡失稳(即失效概率)的贡献权重。根据文献[14],可通过失效样本数目来表征每条候选代表性滑动面对边坡失稳的贡献权重。基于某组MCS样本进行边坡稳定性分析可获得一个 FS_{\min} 及其对应的最危险滑动面(如第 i 条候选滑动面 S_i),如果 $FS_{\min} < 1.0$,则边坡便会沿着 FS_{\min} 对应的候选滑动面 S_i 发生失稳破坏,据此可将这组MCS样本视作 S_i 的失效样本。 N_{MCS} 次MCS统计分析中有 n_f^i 个样本对应的最危险滑动面为 S_i 且相应的 $FS_{\min} < 1.0$,即 N_{MCS} 次MCS统计分析中第 i 条候选代表性滑动面 S_i 的失效样本数目为 n_f^i , $i = 1, 2, \dots, N_c$,其计算表达式为:

$$n_f^i = \sum_{k=1}^{N_{MCS}} I[FS_{\min}(X_k) = FS_{S_i}(X_k) < 1.0] \quad (4)$$

式中: $I(\cdot)$ 为指示性函数,如果对于某一组样本 X 有 $FS_{\min}(X) < 1.0$,则 $I(\cdot) = 1$,否则 $I(\cdot) = 0$ 。尽管不能排除在某次MCS模拟计算过程中, N_p 条潜在滑动面中有两条或更多条同时满足安全系数小于1.0的情况发生,但是边坡一般都是沿着 FS_{\min} 对应的最危险滑动面发生失稳破坏,故只关注 FS_{\min} 对应的最危险滑动面,如果 $FS_{\min} < 1.0$,则这组MCS样本可视作 FS_{\min} 对应的滑动面的失效样本。根据上述定义,对于任一次MCS计算,至多只有某一条候选代表性滑动面(即 FS_{\min} 对应的最危险滑动面)可获得一个失效样本。最后将那些不会引起边坡失稳(即 $n_f^i = 0$)的候选代表性滑动面舍去,获得最终的 N_r 条代表性滑动面。

可见本文提出的边坡代表性滑动面识别方法可在边坡失稳风险评估之前有效地筛选出边坡代表性滑动面(即边坡关键破坏模式),代表性滑动面筛选过程与风险计算过程完全不耦合。需要说明的是,参数 N_{MCS} 、 N_s 和 M 对代表性滑动面筛选具有一定的影响,但可以提前通过参数敏感性分析予以确定,如所获得的代表性滑动面数目一般随着 M 的增加而增大。另外可根据 N_r 和 M 间的差值来初步

确定 M 值^[10], 通常如果 N_r 和 M 相差较大, 表明相关系数划分组数 M 可满足精度要求。

1.4 边坡失稳风险定量分析

考虑土体参数空间变异性边坡通常存在多条潜在滑动面, 只要任何一条潜在滑动面对应的安全系数小于 1.0, 边坡便会沿该条滑动面发生失稳破坏。根据风险的定义, 边坡沿多条滑动面发生失稳破坏的风险 R 计算表达式为^[13]:

$$R = \int \cdots \int_{g(\mathbf{X}) \leq 0} C_m(\mathbf{X}) f(\mathbf{X}) d\mathbf{X} \quad (5)$$

式中: $f(\mathbf{X})$ 为 \mathbf{X} 的联合概率密度函数; $C_m(\mathbf{X})$ 为表示边坡失稳造成的破坏后果, 理论上破坏后果应该指的是滑坡对人员、财产、社会及环境等所造成的影响^[1-2], 本文为简化计算, 根据文献[4,13-14,20]将边坡失稳后的滑体体积等效视作破坏后果, 对于二维问题, $C_m(\mathbf{X})$ 便是每条滑动面对应的滑体面积; $g(\mathbf{X})$ 为边坡稳定性分析的功能函数, $g(\mathbf{X}) = FS_{\min}(\mathbf{X}) - 1.0$, 当考虑边坡多条潜在滑动面并存时, $g(\mathbf{X}) \leq 0$ 则表示一个系统失效区域。由于岩土工程实际中现场实测数据通常十分有限, 难以获得较完整的土体参数概率分布等信息, 并且式(5)积分区域是一个复杂的函数, 故对式(5)直接积分计算的难度较大。为提高计算效率, 一般采用 MCS 等模拟方法近似计算边坡失稳风险^[13-14]:

$$R \approx \frac{1}{N_{MCS}} \sum_{k=1}^{N_{MCS}} C_m(\mathbf{X}_k) I[FS_{\min}(\mathbf{X}_k) < 1.0] = \frac{1}{N_{MCS}} \sum_{i=1}^{N_r} A_m^i n_f^i \quad (6)$$

式中: N_{MCS} 为 MCS 模拟次数; N_r 为边坡代表性滑动面数目, 一般 $N_r \ll N_p$ ^[12-18]; A_m^i ($i = 1, 2, \dots, N_r$) 为对应于第 i 条代表性滑动面 S_i 的滑体面积, 需要说明的是 A_m^i 会在基于极限平衡的边坡稳定性分析中提前计算得到, 边坡失稳风险分析无需再单独计算, 有效提高了计算效率。 n_f^i ($i = 1, 2, \dots, N_r$) 为第 i 条代表性滑动面的失效样本数目。根据式(5)可知, 在 N_{MCS} 次 MCS 计算过程中, 边坡失稳($FS_{\min} < 1.0$)的频次即总的失效样本数目为所有代表性滑动面的失效样本之和:

$$n_f = \sum_{i=1}^{N_r} n_f^i \quad (7)$$

由此可得边坡失效概率和每条代表性滑动面对边坡失稳的贡献权重分别为:

$$p_f = \frac{1}{N_{MCS}} \sum_{i=1}^{N_r} n_f^i \quad (8)$$

$$w_f^i = \frac{n_f^i}{n_f}, \quad i = 1, 2, \dots, N_r \quad (9)$$

基于式(6)获得边坡失稳风险 R 之后, 同样可定量计算每条代表性滑动面对边坡失稳风险的贡献权重:

$$w_R^i = \frac{A_m^i n_f^i}{N_{MCS} R}, \quad i = 1, 2, \dots, N_r \quad (10)$$

据此便可找到那些对边坡失稳风险贡献权重较大的代表性滑动面, 并依照其位置制定有效的滑坡风险控制措施。此外, 为了确保采用 MCS 模拟方法可以计算得到较为精确的边坡失稳风险 R , 与边坡可靠度分析中通常采用失效概率的变异系数 $COV_{p_f} = \sqrt{(1-p_f)/(N_{MCS} p_f)}$ 来判定失效概率的计算精度一样, 本文边坡失稳风险评估中根据失稳风险 R 的变异系数 COV_R 来判定 R 的计算精度, COV_R 计算表达式^[13]为:

$$COV_R = \sqrt{\frac{N_{MCS} - n_f + \sum_{i=1}^{N_r} n_f^i \left(\frac{A_m^i}{R} - 1 \right)^2}{N_{MCS} (N_{MCS} - 1)}} \quad (11)$$

综上, 考虑土体参数二维空间变异性边坡失稳风险定量评估方法的计算流程主要包括以下 5 步, 相应计算流程图如图 1 所示。

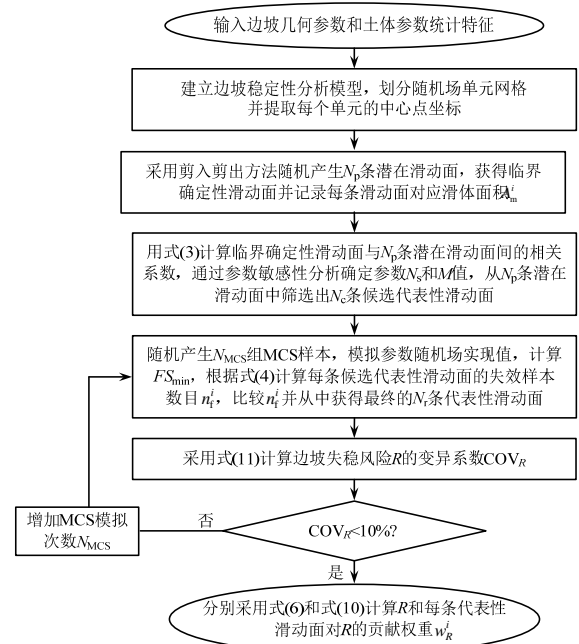


图 1 提出的边坡失稳风险定量评估方法计算流程
Fig.1 Flow chart of the proposed quantitative risk assessment approach of slope failure

1) 输入边坡几何参数和土体参数统计特征, 建立边坡稳定性模型, 划分随机场单元网格并提取每个单元的中心点坐标。随机产生覆盖整个边坡可能失稳区域的 N_p 条潜在滑动面。基于参数均值进行边坡稳定性分析获得临界确定性滑动面, 并记录每条潜在滑动面对应的滑体面积 A_m^i , $i=1, 2, \dots, N_p$ 。

2) 采用式(3)计算临界确定性滑动面与 N_p 条潜在滑动面间的相关系数, 通过参数敏感性分析确定参数 N_s 和 M 值, 并根据第 1.3 节方法从 N_p 条潜在滑动面中筛选出 N_c 条候选代表性滑动面。

3) 随机产生 N_{MCS} 组 MCS 样本, 采用第 1.1 节中点法模拟土体参数二维随机场实现值, 然后将随机场实现值赋给边坡模型, 采用第 1.2 节方法计算空间变异边坡 FS_{min} , 根据式(4)计算每条候选代表性滑动面的失效样本数目 n_f^i , $i=1, 2, \dots, N_c$, 然后舍去 $n_f^i=0$ 对应的候选代表性滑动面, 从中获得最终的 N_r 条代表性滑动面。

4) 根据这 N_r 条代表性滑动面对应的失效样本数目及滑体面积, 采用式(11)计算边坡失稳风险 R 的变异系数 COV_R 。

5) 如果 $COV_R < 10\%$, 采用式(6)计算边坡失稳风险 R 和式(10)计算每条代表性滑动面对边坡失稳风险的贡献权重 w_R^i , $i=1, 2, \dots, N_r$; 否则增加 MCS 模拟次数 N_{MCS} , 重复步骤 3)~步骤(4), 直到 $COV_R \leq 10\%$ 为止。

2 两层不排水饱和黏土边坡

下面以一个两层不排水饱和黏土边坡为例, 通过 3 种工况下边坡失稳风险定量分析验证本文提出方法的有效性, Ji 和 Low^[17]、Zhang 等^[18]、Jiang 和 Huang^[21]、郑栋等^[25]和 Li 等^[26]均对该边坡稳定进行了可靠度分析, 另外 Huang 等^[4]、Zhang 和 Huang^[13]和 Li 等^[20]定量评估了该边坡失稳风险, 其计算结果可用来验证提出方法的有效性。边坡计算模型和随机场单元网格剖分如图 2 所示, 坡高 H 为 24 m, 坡度为 0.75 : 1。

2.1 工况 1 及计算结果

与土体抗剪强度参数空间变异性对边坡可靠度的影响相比, 重度空间变异性的影响也较小^[27-28], 同时土体重度的变异性也较小, 一般小于 10%^[7], 可将其视作常量。为此本文根据 Li 等^[20,26],

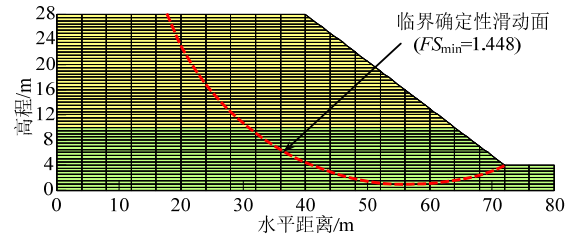


图 2 随机场单元模型及边坡稳定性分析结果
Fig.2 Random field element model and slope stability analysis results

忽略重度的空间变异性的影响, 两个黏土层的土体重度 γ_{sat} 均取为 19 kN/m^3 , 并视为常量。两个黏土层的不排水抗剪强度 s_{u1} 和 s_{u2} 的均值分别取为 80 kPa 和 120 kPa , 变异系数 $COV_{s_{u1}}$ 和 $COV_{s_{u2}}$ 均取为 0.3, 且 s_{u1} 和 s_{u2} 都服从对数正态分布。采用二维指数型自相关函数模拟 s_{u1} 和 s_{u2} 的空间自相关性^[4,20,25]:

$$\rho(\tau_x, \tau_y) = \exp \left[-2 \left(\frac{\tau_x}{\delta_h} + \frac{\tau_y}{\delta_v} \right) \right] \quad (12)$$

式中: $\tau_x = |x_i - x_j|$ 和 $\tau_y = |y_i - y_j|$ 分别为空间任意两点间的水平和垂直相对距离; δ_h 和 δ_v 分别为水平和垂直波动范围, 对应的自相关距离 θ_h 和 θ_v 分别为 δ_h 和 δ_v 的 0.5 倍。为了排除坡高 H 的影响, 根据文献[4]分别采用水平和垂直标准化相关长度 $\theta_h = \delta_h / H$ 和 $\theta_v = \delta_v / H$ 代替 δ_h 和 δ_v 来表征 s_{u1} 和 s_{u2} 在水平和垂直方向的空间自相关性。根据文献[20,26], 水平和垂直标准化相关长度 θ_h 和 θ_v 分别取为 1.0 和 0.1。根据文献[21], 边坡上下两个土层分别剖分了 486 个和 370 个水平和垂直边长 l_x 和 l_y 分别为 4.0 m 和 0.5 m 的四边形和三角形混合随机场单元。根据文献[29], 为保证计算精度每个方向上的最大确定性随机场单元网格尺寸不可超过相应方向上自相关距离的 0.5 倍。与 $\theta_h=1.0$ 和 $\theta_v=0.1$ 对应的水平和垂直自相关距离分别为 $\theta_h = 12 \text{ m}$ 和 $\theta_v = 1.2 \text{ m}$, 与之相比本文所选取的水平和垂直随机场单元尺寸分别为 $l_x = 4.0 \text{ m}$ 和 $l_y = 0.5 \text{ m}$, 显然可以满足这一要求。接着采用剪入剪出(Entry and Exit)方法^[13,15]随机产生了可覆盖整个边坡可能失稳区域的 $N_p=5551$ 条潜在滑动面, 如图 3 所示。基于 s_{u1} 和 s_{u2} 的均值采用简化毕肖普法计算的 $FS_{min}=1.448$, 与 Li 等^[26]采用普通条分法和有限元法分别计算的 1.446 和 1.443 基本一致, 另外自动搜索的临界确定性滑动面如图 2 所示。

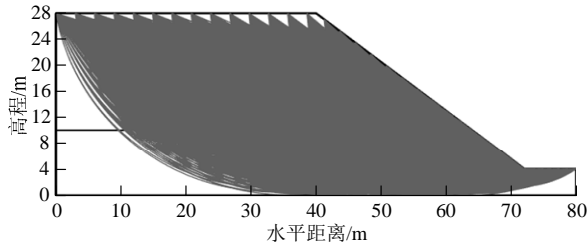
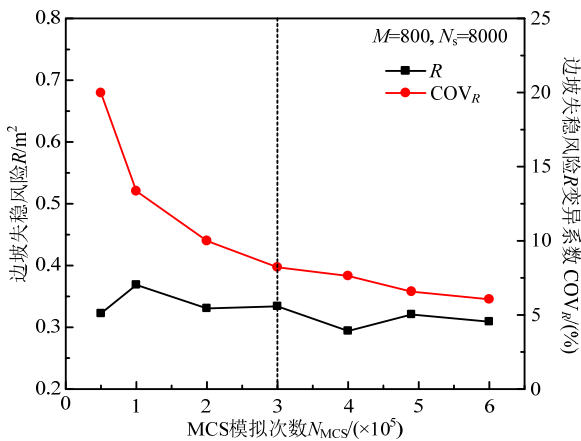


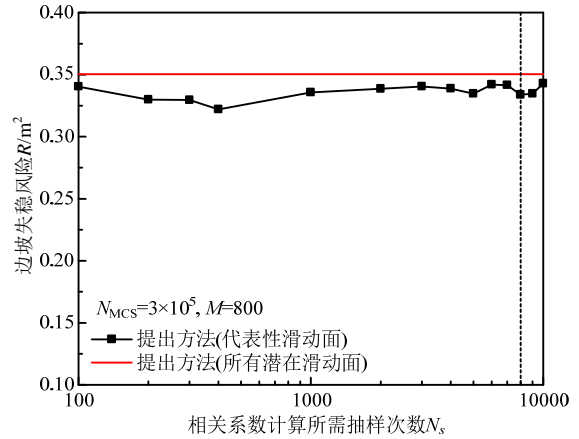
图3 5551条潜在滑动面

Fig.3 Slope with 5551 potential slip surfaces

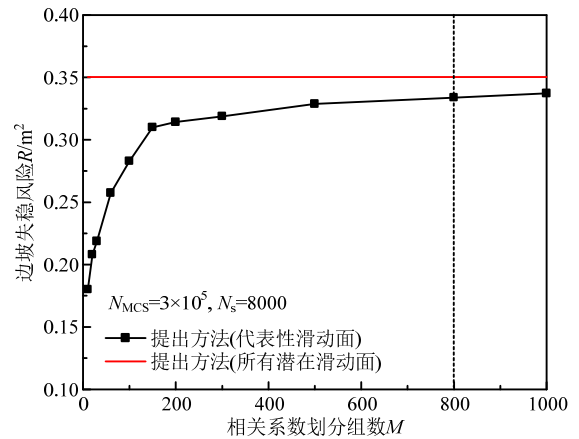
下面采用第 1.3 节提出的代表性滑动面识别方法筛选出该边坡代表性滑动面, 首先通过参数敏感性分析确定影响代表性滑动面识别的 MCS 模拟次数 N_{MCS} 、相关系数计算中随机样本数目 N_s 和相关系数划分组数 M 。图 4(a)给出了边坡失稳风险 R 及其变异系数 COV_R 随参数 N_{MCS} 的变化关系曲线, 由图 4(a)可知随着 N_{MCS} 的增加, R 逐渐趋于收敛, COV_R 不断减小, 为保证计算效率, 本文选用 30 万次 MCS 方法进行边坡失稳风险分析, 由图 4(a)可知当取 $N_{MCS} = 3 \times 10^5$ 时 $COV_R < 10\%$, 能够满足计算精度要求。图 4(b)和图 4(c)分别给出了边坡失稳风险 R 随参数 N_s 和 M 的变化关系曲线。将基于所有 5551 条潜在滑动面计算的边坡失稳风险 $R = 0.35 \text{ m}^2$ 视作精确解, 也列入图中。由图 4(b)可知, 相关系数计算中的随机样本数目 N_s 对边坡失稳风险 R 的影响较小, 几乎可以忽略不计, 这与 Zheng 等^[15]得出的结论吻合, 本文取 $N_s = 8000$ 以保证计算精度。相比之下, 图 4(c)中相关系数划分组数 M 对边坡失稳风险 R 具有明显的影响, 因 N_r 随着 M 的增加而增大, 故 R 随着 M 的增加而增大, 但当 M 增加到一定程度时, 如 $M = 800$, R 基本上收敛于精确解。为保证计算效率, 本文取 $M = 800$ 也可满足计算精度要求。基于以上参数敏感性分析所确定的 3 个参数, 可获得 $N_c = 679$ 条候选代表性滑动面, 并通过



(a) MCS 模拟次数



(b) 相关系数计算中随机样本数目



(c) 相关系数划分组数

图4 MCS 模拟次数、随机样本数目和相关系数划分组数对边坡失稳风险的影响

Fig.4 Effect of the numbers of MCS runs, random samples and divided groups for correlation coefficients on the risk of slope failure

统计分析计算每条候选代表性滑动面的失效样本数目 n_f^i , 将那些不会引起边坡失稳(即 $n_f^i = 0$)的候选代表性滑动面舍去, 从中可获得 $N_r = 74$ 条代表性滑动面(RSS), 如图 5 所示, 图 5 中 RSS 的序号是根据滑动面对应的滑体面积由小到大依次进行编排的, 显然临界确定性滑动面包含在 74 条代表性滑动面中, 其编号为 62。

为了说明随机场离散方法和土体参数统计特征对式(3)的 Pearson 相关系数方法计算结果的影响, 图 6 给出了临界确定性滑动面 S_1 与图 5 中任意 3 条代表性滑动面(RSS-26、RSS-40 和 RSS-47)之间相关系数随垂直标准化相关长度变化的关系曲线。由图 6 可知, 采用不同随机场离散方法(中点法和 KL 展开方法)计算的滑动面间相关系数相互吻合, 说明随机场离散方法对滑动面间相关系数计算几乎没有影响。此外, 滑动面间相关系数随着垂直标

准化相关长度的增加而增大，这是因为空间不同点土体参数间的相关性随着相关长度的增加而增大，进而滑动面间相关系数随之增加。表明所采用的 Pearson 相关系数方法也可以有效考虑土体参数统计特征和空间变异性的影响。

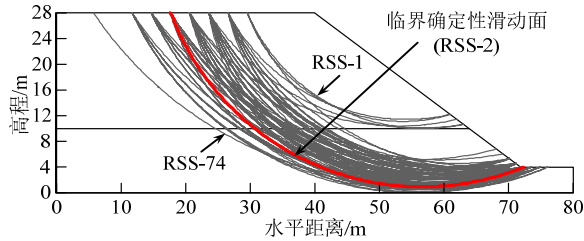


图5 74条代表性滑动面

Fig.5 Slope with 74 representative slip surfaces

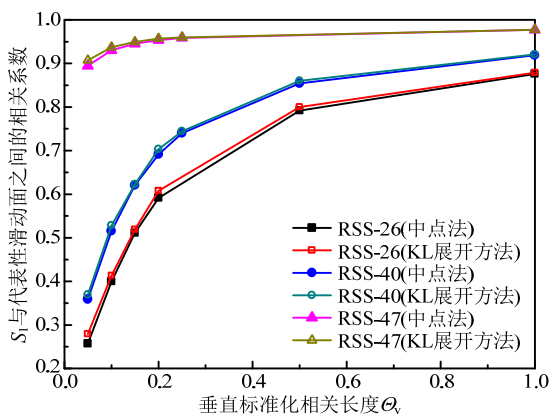
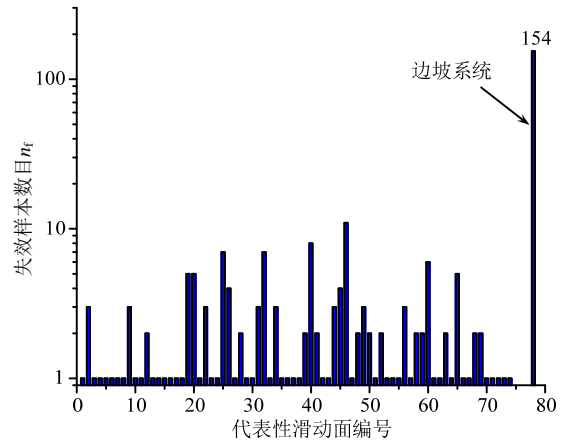


图6 垂直标准化相关长度对滑动面间相关系数的影响

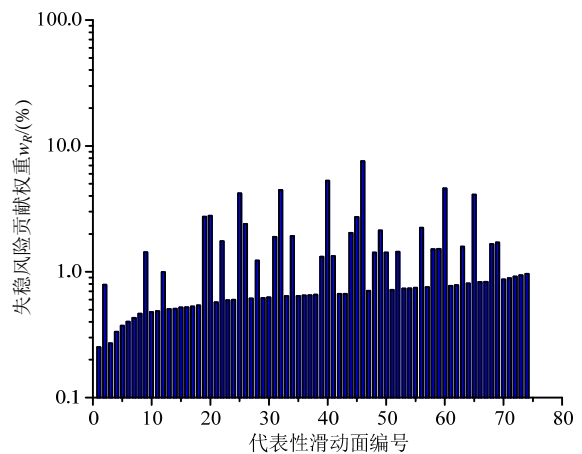
Fig.6 Effect of dimensionless vertical correlation length on the correlation coefficient between t slip surfaces

在此基础上，采用提出方法计算的边坡失稳风险 $R = 0.344 \text{ m}^2$ ($\text{COV}_R = 8.2\%$)，与基于所有潜在滑动面计算的 $R = 0.35 \text{ m}^2$ ($\text{COV}_R = 8.0\%$)非常接近，并且 R 的变异系数较小，从而可说明提出方法的有效性。另外提出方法基于代表性滑动面计算的边坡失效概率水平较低， $p_f = 5.13 \times 10^{-4}$ ($\text{COV}_{p_f} = 7.9\%$)，与基于所有潜在滑动面计算的 $p_f = 5.4 \times 10^{-4}$ ($\text{COV}_{p_f} = 7.9\%$)和 Li 等^[26]采用普通条分法结合 1850 次子集模拟计算的 $p_f = 4.86 \times 10^{-4}$ ($\text{COV}_{p_f} = 31\%$)均吻合的较好。然而，提出方法基于少量的代表性滑动面进行边坡失稳风险分析，其计算效率要明显高于基于所有潜在滑动面的计算效率。如在同一配置内存为 32 GB、处理器为 Intel Xeon E5 和主频为 3.5 GHz 的台式机上，基于代表性滑动面的边坡失稳风险分析只需耗时 534 s，而基于所有潜在滑动面则需要耗时 3336 s，两者相差 6 倍多。表明本文提出方法可为解决考虑参数二维空间变异性的低概率水平边坡失稳风险定量评估问题提供一个有效的工具。

提出方法另一个重要优势是可以定量计算边坡每个关键破坏模式对边坡失效概率和失稳风险的贡献权重。图 7(a)给出了所识别的 74 条代表性滑动面的失效样本数目直方图，图 7(b)给出了 74 条代表性滑动面对边坡失稳风险的贡献权重直方图。如前所述，失效样本数目可表示不同代表性滑动面对边坡失效概率的贡献权重。由图 7 可知，对边坡失效概率贡献较大的代表性滑动面同样对边坡失稳风险的贡献也相对较大。此外，不同代表性滑动面对边坡失稳风险的贡献大小存在一定的差别，总体来说，深层代表性滑动面对边坡失稳风险的贡献权重大于浅层代表性滑动面。如第一条代表性滑动面对边坡失稳风险的贡献权重最小为 0.25%，而第 46 条代表性滑动面的贡献权重最大为 7.56%，两者相差 30 多倍。因此，那些对边坡失稳风险贡献较大的代表性滑动面特别是 RSS-46 的位置可为制定有



(a) 失效样本数目



(b) 失稳风险贡献权重

图7 代表性滑动面的失效样本数目和失稳风险贡献权重直方图

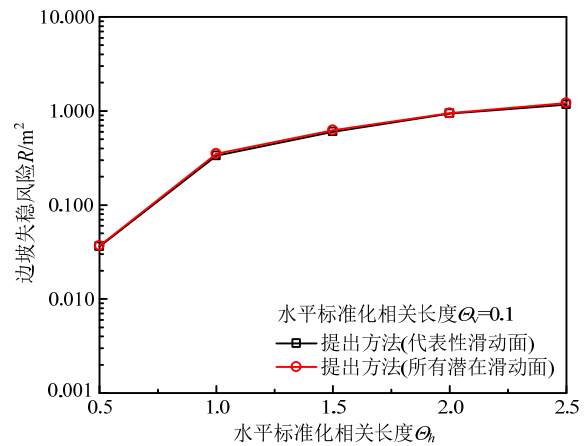
Fig.7 Histogram of the number of failure samples and weights on the risk of slope failure for each representative slip surface

效的滑坡风险控制措施提供重要的参考依据。另外可知确定性安全系数最小的临界确定性滑动面(RSS-62)并不是对边坡失稳风险贡献最大的滑动面(RSS-46)。

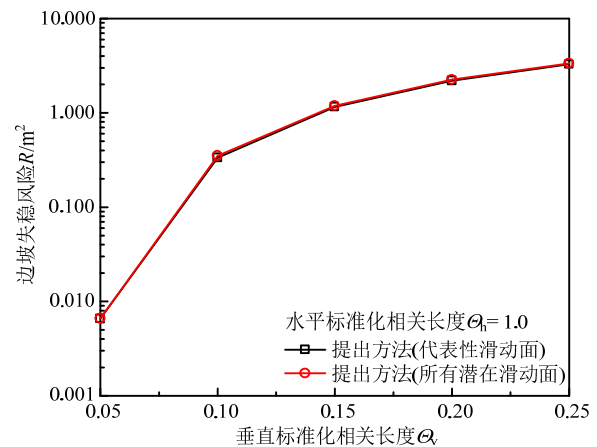
下面借助提出方法所具有的较高计算效率,进一步探讨土体参数水平和垂直波动范围对边坡失稳风险的影响规律。图 8(a)和图 8(b)分别给出了边坡失稳风险 R 随水平和垂直标准化相关长度变化的关系曲线,图 8 中 Θ_h 和 Θ_v 的变化范围分别为 0.5~2.5 和 0.05~0.25,与之对应的水平和垂直波动范围均在各自典型统计范围内^[7,22]。由图 8 可知,在水平和垂直标准化相关长度变化过程中,提出方法基于代表性滑动面计算的边坡失稳风险与基于所有潜在滑动面的计算结果非常吻合。边坡失稳风险 R 均随着标准化相关长度的增加而增大,显然垂直相关长度对边坡失稳风险的影响程度大于水平相关长度,这与相关长度对边坡失效概率的影响规律一致。图 9 还比较了提出方法和文献[20]中随机有限元法计算的不同标准化垂直相关长度处的边坡失稳风险 R 。由图 9 可知,提出方法基于代表性滑动面计算的边坡失稳风险 R 与随机有限元法的计算结果基本一致。相比于随机有限元法,在标准化垂直相关长度较小处提出方法计算结果略显保守,主要因为采用了不同的确定性边坡稳定分析方法(即有限元法和简化毕肖普法)。同样提出方法计算效率远远高于随机有限元法,如每进行一次边坡失稳风险分析,提出方法只需耗时 534 s,而随机有限元法则需要耗时 69120 s(0.8 天)^[20],后者计算量约是前者的 130 倍,进一步说明了提出方法的有效性。与此同时,提出方法也可以较好地反映土体参数空间变异性对边坡滑动面空间变异性的影响,如当 $\Theta_h = 1.0$, Θ_v 由 0.05 变化到 1.0 时,见图 8(b)和图 9,边坡代表性滑动面数目先增加后减少,依次为 3、74、152、200、238、283 和 270。

2.2 工况 2 及计算结果

如前所述, Huang 等^[4]通过极限分析结合 2000 次 MCS 方法也对该边坡失稳风险进行了定量评估,其中将两个黏土层 s_{u1} 和 s_{u2} 的均值分别取为 70 kPa 和 100 kPa, s_{u1} 和 s_{u2} 的变异系数和分布类型均保持不变,也采用指数型自相关函数模拟 s_{u1} 和 s_{u2} 的空间自相关性,但文献[4]中假设 $\Theta_h = \Theta_v$ 。为了利用文献[4]基于极限分析 MCS 方法的计算结果验证本文提出方法的有效性,下面工况 2 选用与文献[4]



(a) 水平标准化相关长度



(b) 垂直标准化相关长度

图 8 水平和垂直标准化相关长度对边坡失稳风险的影响

Fig.8 Effect of dimensionless horizontal and vertical correlation lengths on the risk of slope failure

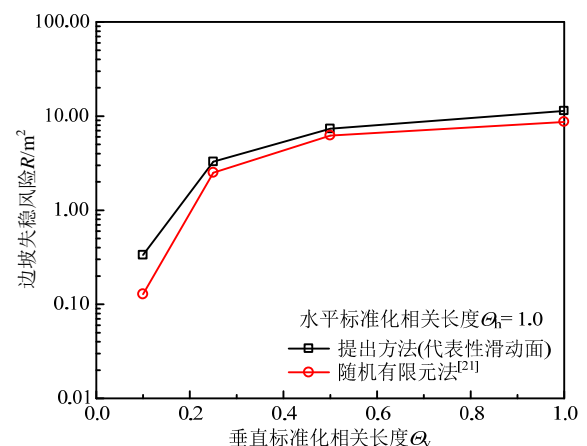


图 9 垂直标准化相关长度对边坡失稳风险的影响

Fig.9 Effect of dimensionless vertical correlation length on the risk of slope failure

相同的参数,基于提出方法重新对该边坡进行失稳风险定量评估。首先,基于 s_{u1} 和 s_{u2} 均值采用简化毕肖普法计算的 $FS_{\min}=1.221$,与采用极限分析下限法、上限法以及强度折减弹塑性有限元法计算的

1.199、1.229 和 1.211 吻合。其次,图 10 比较了提出方法和基于上、下限分析的 MCS 方法计算的不同标准化相关长度处的边坡失稳风险 R , 图中 $\Theta_h = \Theta_v$ 的变化范围为 0.5~16。由图 10 可知,提出方法基于代表性滑动面计算的边坡失稳风险同样与基于上、下限分析的 MCS 方法计算结果保持一致。然而,基于极限分析的 MCS 方法与文献[20]随机有限元法一样,计算量也非常大。相比于工况 1,文献[4]为了保证计算时间在可承受的范围之内,将本例中土体参数均值取的相对较小,标准化相关长度取的相对较大,导致失效概率水平较高 ($p_f > 10\%$),从而获得的边坡失稳风险比工况 1 高出近两个数量级(与图 8 相比)。相比之下,本文提出方法在定量评估低概率水平($p_f < 10^{-4}$)边坡失稳风险方面具有更大的优越性。

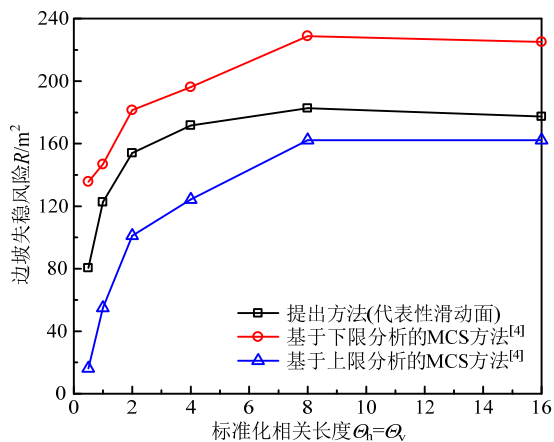


图 10 标准化相关长度对边坡失稳风险的影响

Fig.10 Effect of dimensionless correlation lengths on the risk of slope failure

2.3 工况 3 及计算结果

Zhang 和 Huang^[13]也研究了该边坡失稳风险问题,与前面相比, s_{u_1} 和 s_{u_2} 的均值分别取为 120 kPa 和 160 kPa, s_{u_1} 和 s_{u_2} 的变异系数和分布类型保持不变,但是文献[13]忽略了两个黏土层 s_{u_1} 和 s_{u_2} 空间变异性的影响。为利用文献[13]计算结果来进一步验证本文提出方法的有效性,下面工况 3 也采用与文献[13]相同的计算参数重新对该边坡进行失稳风险评估,其中将水平和垂直波动范围分别取为无穷大,相当于忽略土体参数空间变异性的影响。根据第 1.3 节提出的边坡代表性滑动面识别方法($N_s = 8000$ 和 $M = 800$),从中可获得 $N_r = 2$ 条代表性滑动面(RSS),如图 11 所示,临界确定性滑动面也明显包含在其中,并且所获得的代表性滑动面的位置与

文献[13,17—18]方法所识别的代表性滑动面位置非常吻合。对于该边坡,Zhang 和 Huang^[13]采用 20 万次 MCS 方法计算的 $p_f = 4.31 \times 10^{-3}$ ($COV_{p_f} = 2.2\%$) 和 $R = 2.232 \text{ m}^2$ ($COV_R = 2.4\%$)。本文提出方法基于 2 条代表性滑动面也采用 20 万次 MCS 方法计算的 $p_f = 4.04 \times 10^{-3}$ ($COV_{p_f} = 3.5\%$) 和 $R = 1.973 \text{ m}^2$ ($COV_R = 3.8\%$),这与文献[13]的计算结果基本一致,同样说明了本文提出方法的有效性。与工况 1 不同的是(见图 7),工况 3 中对边坡失效概率贡献最大的代表性滑动面却不是对边坡失稳风险贡献最大的滑动面,如图 11 中第 1 条和第 2 条代表性滑动面对应的失效样本数目分别为 529 和 279,这表明第 1 条 RSS 对边坡失效概率贡献权重大于第 2 条 RSS,然而第 1 条 RSS 对边坡失稳风险的贡献权重 ($w_R^1 = 44.73\%$) 却小于第 2 条 RSS ($w_R^2 = 55.27\%$)。这是因为尽管第 2 条 RSS 的失效概率较小,但是其对应的破坏后果 ($A_m^2 = 781.71 \text{ m}^2$) 明显大于第 1 条 RSS 对应的破坏后果 ($A_m^1 = 333.68 \text{ m}^2$)。由此可见,对边坡失效概率贡献最大的滑动面也不一定是对边坡失稳风险贡献最大的滑动面。

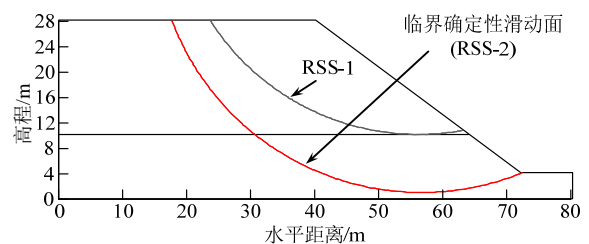


图 11 2 条代表性滑动面

Fig.11 Slope with 2 representative slip surfaces

3 结论

本文在蒙特卡洛模拟和极限平衡分析框架下,提出了一种有效的考虑土体参数二维空间变异性的边坡失稳风险定量评估方法,依次从土体参数二维空间变异性模拟、空间变异边坡稳定性分析、边坡代表性滑动面识别和边坡失稳风险定量分析这四个方面对提出方法进行了详细介绍。最后研究了提出方法在两层不排水饱和黏土边坡失稳风险评估中的应用,并通过 3 种计算工况验证了提出方法的有效性。主要结论如下:

(1) 本文提出方法能够有效地从大量的空间变异滑动面中筛选出少量的边坡代表性滑动面(即边坡关键破坏模式),并且代表性滑动面的筛选过程与边坡失稳风险计算过程完全不耦合。对边坡代表性

滑动面筛选有一定影响的 3 个参数 N_{MCS} 、 N_s 和 M 均可提前通过参数敏感性分析予以确定。

(2) 提出方法基于代表性滑动面获得的边坡失稳风险定量评估结果与随机有限元法和基于极限分析 MCS 方法的计算结果非常吻合, 但是相比之下提出方法在计算效率上具有明显的优越性, 尤其对于低概率水平边坡失稳风险问题, 从而可为解决考虑参数二维空间变异性的低概率水平边坡失稳风险定量评估问题提供一个有效的工具。

(3) 提出方法能够定量地计算边坡每个关键破坏模式对边坡失效概率和失稳风险的贡献权重。考虑土体参数空间变异性边坡最小确定性安全系数对应的滑动面和最大失效概率对应的滑动面, 均不一定是对边坡失稳风险贡献最大的滑动面。同时提出方法可以有效地找到对边坡失稳风险贡献最大的滑动面, 并通过其位置为制定有效的滑坡风险控制措施提供重要的参考依据。

本文采用基于圆弧滑动面的简化毕肖普法计算空间变异边坡安全系数, 尽管计算简单, 适用于分析旋转破坏模式占优的边坡稳定性, 但是不能有效考虑滑动面形状变异性的影响, 下一步需要研究采用可自动搜索非圆弧滑动面的极限平衡方法或有限元法进行空间变异边坡稳定性分析。此外, 为简化计算, 本文将滑体体积等效视作边坡失稳破坏后果, 然而工程实际中边坡破坏后果的计算不仅需要考虑滑坡对人员、财产、社会及环境等所造成的影响, 而且还需要考虑破坏的时间概率、空间概率及易损性等问题。这些问题对于边坡失稳风险定量评估同样重要, 值得进一步深入研究。

参考文献:

- [1] Silva F, Lambe T W, Marr W A. Probability and risk of slope failure [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2008, 134(12): 1691—1699.
- [2] Cassidy M J, Uzielli M, Lacasse S. Probability risk assessment of landslides: A case study at finneidfjord [J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2008, 45(9): 1250—1267.
- [3] 文海家, 李鑫, 张永兴. 山地城市高边坡风险管理系统研究与应用[J]. *工程力学*, 2010, 27(增刊 1): 168—171.
Zhang Haijia, Li Xin, Zhang Yongxing. Study on the georisk mis of high slopes at mountainous region cities [J]. *Chinese Journal of Engineering Mechanics*, 2010, 27(Suppl 1): 168—171. (in Chinese)
- [4] Huang J, Lyamin A V, Griffiths D V, et al. Quantitative risk assessment of landslide by limit analysis and random fields [J]. *Computers and Geotechnics*, 2013, 53: 60—67.
- [5] Ali A, Huang J, Lyamin A V, et al. Simplified quantitative risk assessment of rainfall-induced landslides modelled by infinite slopes [J]. *Engineering Geology*, 2014, 179: 102—116.
- [6] Degroot D J, Baecher G B. Estimating autocovariance of in-situ soil properties [J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1993, 119(1): 147—166.
- [7] Phoon K K, Kulhawy F H. Characterization of geotechnical variability [J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1999, 36(4): 612—624.
- [8] 张继周, 缪林昌, 王华敬. 土性参数不确定性描述方法的探讨[J]. *岩土工程学报*, 2009, 31(12): 1936—1940.
Zhang Jizhou, Miao Linchang, Wang Huajing. Methods for characterizing variability of soil parameters [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2009, 31(12): 1936—1940. (in Chinese)
- [9] Wang Y, Cao Z, Au S K. Practical reliability analysis of slope stability by advanced Monte Carlo simulations in a spreadsheet [J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2011, 48(1): 162—172.
- [10] Li L, Wang Y, Cao Z, Chu X. Risk de-aggregation and system reliability analysis of slope stability using representative slip surfaces [J]. *Computers and Geotechnics*, 2013, 53: 95—105.
- [11] 祁小辉, 李典庆, 周创兵, 等. 考虑土体空间变异性的边坡最危险滑动面随机分析方法[J]. *岩土工程学报*, 2013, 35(4): 745—753.
Qi Xiaohui, Li Dianqing, Zhou Chuangbing, et al. Stochastic analysis method of critical slip surfaces in soil slopes considering spatial variability [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2013, 35(4): 745—753. (in Chinese)
- [12] Jiang S H, Li D Q, Cao Z J, et al. Efficient system reliability analysis of slope stability in spatially variable soils using Monte Carlo simulation [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2015, 141(2): 04014096.
- [13] Zhang J, Huang H W. Risk assessment of slope failure considering multiple slip surfaces [J]. *Computers and Geotechnics*, 2016, 74: 188—195.
- [14] Li L, Chu X. Risk assessment of slope failure by representative slip surfaces and response surface function [J]. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 2016, 20(5): 1783—1792.
- [15] Zheng D, Li D Q, Cao Z J, et al. An analytical method for quantifying the correlation among slope failure modes in spatially variable soils [J]. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 2017, 76(4): 1343—1352.

- [16] Zhang J, Zhang L M, Tang W H. New methods for system reliability analysis of soil slopes [J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2011, 48(7): 1138–1148.
- [17] Ji J, Low B K. Stratified response surfaces for system probabilistic evaluation of slopes [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2012, 138(11): 1398–1406.
- [18] Zhang J, Huang H W, Phoon K K. Application of the Kriging-based response surface method to the system reliability of soil slopes [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2013, 139(4): 651–655.
- [19] Zhu H, Griffiths D V, Fenton G A, et al. Undrained failure mechanisms of slopes in random soil [J]. *Engineering Geology*, 2015, 191: 31–35.
- [20] Li D Q, Xiao T, Cao Z J, et al. Enhancement of random finite element method in reliability analysis and risk assessment of soil slopes using subset simulation [J]. *Landslides*, 2016, 13(2): 293–303.
- [21] Jiang S H, Huang J S. Efficient slope reliability analysis at low-probability levels in spatially variable soils [J]. *Computers and Geotechnics*, 2016, 75: 18–27.
- [22] 蒋水华, 李典庆, 周创兵, 等. 考虑自相关函数影响的边坡可靠度分析[J]. *岩土工程学报*, 2014, 36(3): 508–518.
Jiang Shuihua, Li Dianqing, Zhou Chuangbing, et al. Slope reliability analysis considering effect of autocorrelation functions [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2014, 36(3): 508–518. (in Chinese)
- [23] Bishop A W. The use of the slip circle in the stability analysis of slopes [J]. *Géotechnique*, 1955, 5(1): 7–17.
- [24] 张浮平, 曹子君, 唐小松, 等. 基于蒙特卡罗模拟的高效边坡可靠度修正方法[J]. *工程力学*, 2016, 33(7): 55–64.
Zhang Fuping, Cao Zijun, Tang Xiaosong, et al. Efficient slope reliability updating method based on Monte Carlo simulation [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2016, 33(7): 55–64. (in Chinese)
- [25] 郑栋, 李典庆, 曹子君, 等. 土体参数空间变异性对边坡失效模式间相关性及相关系统可靠度的影响[J]. *岩土力学*, 2017, 38(2): 517–524.
Zheng Dong, Li Dianqing, Cao Zijun, et al. Effect of spatial variability on correlation among slope failure modes and system reliability of slope stability [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2017, 38(2): 517–524. (in Chinese)
- [26] Li D Q, Xiao T, Cao Z J, et al. Efficient and consistent reliability analysis of soil slope stability using both limit equilibrium analysis and finite element analysis [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2016, 40(9/10): 5216–5229.
- [27] Cho S E. Effects of spatial variability of soil properties on slope stability [J]. *Engineering Geology*, 2007, 92(3): 97–109.
- [28] Kasama K, Whittle A J. Effect of spatial variability on the slope stability using random field numerical limit analyses [J]. *Georisk*, 2016, 10(1): 42–54.
- [29] Der Kiureghian A, Ke J B. The stochastic finite element method in structural reliability [J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 1988, 3(2): 83–91.

(上接第 78 页)

- [7] Zhong H. Triangular differential quadrature [J]. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 2000, 16(6): 401–408.
- [8] Zhong H, Hua Y, He Y. Localized triangular differential quadrature [J]. *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, 2003, 19(5): 682–692.
- [9] 徐嘉, 钟宏志. 一种三角形求积元[EB]. 中国科技论文在线, <http://www.paper.edu.cn/releasepaper/content/201202-150>, 2012-02-08.
Xu Jia, Zhong Hongzhi. A triangular quadrature element [EB]. *Sciencepaper Online*, <http://www.paper.edu.cn/releasepaper/content/201202-150>, 2012-02-08. (in Chinese)
- [10] Zhong H, Xu J. A non-uniform grid for triangular differential quadrature [J]. *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, 2016, 59(12): 124611.
- [11] Trefethen L. *Spectral methods in Matlab* [M]. Philadelphia: SIAM, 2000.
- [12] Ciarlet P. *The finite element method for elliptic problems* [M]. Amsterdam, North-Holland, 1978.
- [13] Helenbrook B. On the existence of explicit hp-finite element method using Gauss-Lobatto integration on the triangle [J]. *SIAM Journal of Numerical Analysis*, 2009, 47(2): 1304–1318.
- [14] Van Oosterom A, Strackee J. The solid angle of a plane triangle [J]. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 1983, BME-30(2): 125–126.
- [15] Proriot J. Sur une famille de polynômes à deux variables orthogonaux dans un triangle [J]. *Comptes Rendus Mathématique. Académie des Sciences. Paris*, 1957, 245: 2459–2461.
- [16] Koornwinder T. Two-variable analogues of the classical orthogonal polynomials [M]// Askey R A. *Theory and application of special functions*. New York: Academic Press, 1975: 435–495.
- [17] Lyness J, Cools R. A survey of numerical cubature over triangles [M]// *Mathematics of Computation 1943-1993: a half-century of computational mathematics*. Proceedings of Symposia in Applied Mathematics, American Mathematical Society, Providence, RI, 1995, 48: 12–150.
- [18] Zhang L, Cui T, Liu H. A set of symmetric quadrature rules on triangles and tetrahedra [J]. *Journal of Computational Mathematics*, 2009, 27(1): 89–96.
- [19] 喻焯. 二维问题的弱形式求积元分析[D]. 北京: 清华大学, 2007: 31–35.
Yu Tian. Weak-form quadrature element analysis of two-dimensional problems [D]. Beijing: Tsinghua University, 2007: 31–35. (in Chinese)