

高分辨直接定位算法研究

欧阳鑫信

(盲信号处理重点实验室, 四川 成都 610041)

摘要:在常规波束形成直接定位算法推导分析的基础上,针对目标数量未知和目标数量已知的情况分别提出了最小方差直接定位方法和多信号分类直接定位方法。仿真结果表明,在单目标情况下,直接定位方法性能优于传统两步法,在目标数量已知和未知的多目标情况下,提出的两种高分辨直接定位算法均分别能有效地对多目标进行定位。

关键词:高分辨;最小方差(MVM);多信号分类;直接定位

本文引用格式:欧阳鑫信. 高分辨直接定位算法研究[J]. 兵器装备工程学报,2018(1):148-152.

Citation format: OUYANG Xinxin. Research on High Resolution Direct Position Algorithms[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering,2018(1):148-152.

中图分类号:TN97

文献标识码:A

文章编号:2096-2304(2018)01-0148-05

Research on High Resolution Direct Position Algorithms

OUYANG Xinxin

(National Key Laboratory of Science and Technology on Blind Signal Processing, Chengdu 610041, China)

Abstract: From the analysis and the derivation of the conventional beamforming based direct position algorithm, the minimum-variance method based direct position algorithm is proposed for the case of that the number of emitters is unknown, and the multiple signal classification method based direct position algorithm is proposed for the case of that the number of emitters is known. For the case of a single emitter, the simulation results demonstrate that the direct position methods outperform the traditional method. For the case of unknown and known number of emitters, the simulation results show that the proposed two high resolution algorithms can both locate multiple emitters effectively.

Key words: high resolution; minimum variance method (MVM); multiple signal classification; direct position

多站无源定位因其在无线通信、声呐、雷达与导航等多种领域的广泛应用,成为近年来的研究热点^[1-7]。多站无源定位通常需要两步:第一步估计出与辐射源位置信息相关的参数,如时差(time difference of arrival, TDOA)、频差(frequency difference of arrival, FDOA)、到达方向(direction of arrival, DOA)以及接收信号强度(received signal strength, RSS);第二步再利用估计的这些参数解算出辐射源的位置。时差估计精度与信号带宽有关,窄带信号的时差估计精度不高^[8]。频差只能应用于观测站与辐射源存在相对运动的情况,且精度

与相对速度成正比,常应用于卫星信号定位^[9]。RSS方法因其精度不高,使用场景非常受限^[10]。测向定位的研究与应用有着悠久的历史,从十九世纪末出现第一部测向机开始,测向定位技术得到不断发展,近年来更因空间谱技术的出现得到进一步发展。传统的两步测向定位法已被证明不是最优的,因其无法保证观测一致性,参数估计的误差会迭代到位置估计中。并且在多目标情况下,需要经过数据关联才能对多目标进行定位,否则很难消除虚假定位点。

为解决传统两步法的不足,Weiss等人首先提出了直接

收稿日期:2017-11-10;修回日期:2017-12-09

作者简介:欧阳鑫信(1987—),男,博士,主要从事无源定位、参数估计研究,E-mail:ouyxxwork@163.com。

定位 (direct position determination, DPD) 的概念, 给出了与两步定位法相区别的直接定位法, 并研究了多种情况下的直接定位技术^[11-15]。直接定位法直接利用采集数据构造最大似然代价函数, 在限定的二维网格中进行二维搜索直接得到目标的位置估计, 能够在低信噪比条件下逼近克拉美罗下界 (cramer-rao lower bound, CRB)。针对多目标的直接定位, Weiss^[12] 提出了基于信号子空间的直接定位方法, 从仿真结果来看分辨率不高, 而分辨率是衡量多目标定位算法的重要因子。Weiss^[15] 在最大似然直接定位基础上, 结合直接定位与最小方差无失真响应 (minimum variance distortionless response, MVDR) 的概念, 提出了基于 MVDR 的高分辨直接定位方法, 但其在最大似然直接定位方法推导过程中, 未能给出更简洁的直接定位目标函数, 并且运算量较大。

本文在文献[15]的基础上, 推导了更简洁的最大似然直接定位方法—常规波束形成 (CBF) 直接定位方法。并基于此, 提出了辐射源数量未知的最小方差 (MVM) 直接定位方法与辐射源数量已知的 MUSIC 直接定位方法。蒙特卡罗仿真证明了本文提出的两种高分辨直接定位算法的有效性。

1 信号模型

在实际场景中, 目标定位问题一般在三维空间出现, 为了分析简便, 研究中常以二维场景为例^[11-12], 再从二维场景推广到三维场景, 本文研究也针对二维场景下多阵列的辐射源定位问题展开。假设 L 个阵列接收信号, 各阵列的阵元数量为 M 。令辐射源的位置坐标为 $\mathbf{P} = (x_0, y_0)$, 则第 l 个阵列的观测信号模型可描述为

$$\mathbf{r}_l(t) = b_l \mathbf{a}_l(\mathbf{P}) s(t - \tau_l(\mathbf{P})) + \mathbf{n}_l(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (1)$$

式(1)中: $\mathbf{r}_l(t)$ 为 $M \times 1$ 的观测矢量; b_l 为未知确定参数, 表示辐射源到第 l 个阵列的复信道衰落因子; $\mathbf{a}_l(\mathbf{P})$ 表示第 l 个阵列对从 \mathbf{P} 发出信号的阵列响应; $s(t - \tau_l(\mathbf{P}))$ 为信号的波形, 传播时延为 $\tau_l(\mathbf{P})$; $\mathbf{n}_l(t)$ 表示观测到的噪声与干扰矢量, 为零均值的复高斯白噪声。经过采样后, 式(1)重新描述为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_l(j) &= b_l \mathbf{a}_l(\mathbf{P}) s(j) + \mathbf{n}_l(j), \quad 0 \leq j \leq N_s - 1 \\ s(j) &= s(t - \tau_l(\mathbf{P})) \Big|_{t=jT_s} \\ \mathbf{r}_l(j) &= \mathbf{r}_l(t) \Big|_{t=jT_s} \\ \mathbf{n}_l(j) &= \mathbf{n}_l(t) \Big|_{t=jT_s} \end{aligned} \quad (2)$$

可以看出, 观测信号隐含了辐射源的位置信息。首先是阵列响应 $\mathbf{a}_l(\mathbf{p})$ 与位置 \mathbf{P} 有关, 在远场情况下, $\mathbf{a}_l(\mathbf{P})$ 是到达角 (angle of arrival, AOA) 的函数。其次, 时延 $\tau_l(\mathbf{P})$ 也与位置 \mathbf{P} 有关, 反映了辐射源与观测阵列的距离情况。经过离散傅里叶变换 (DFT) 可得到

$$\bar{\mathbf{r}}_l(k) = b_l \mathbf{a}_l(\mathbf{p}) \bar{s}(k) e^{-j2\pi f_k \tau_l(\mathbf{P})} + \bar{\mathbf{n}}_l(k) \quad (3)$$

式(3)中, f_k 表示 DFT 的第 k 个频率。

2 CBF 直接定位方法

文献[15]提出的最大似然直接定位方法, 计算量较大,

目标函数的表达形式不够简洁。通过研究, 我们提出了以下方法, 大大降低了计算量, 且表达形式更简洁。

式(3)可以重新描述为

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{r}}_l(k) &= \bar{\mathbf{r}}_l(k) e^{j2\pi f_k \tau_l(\mathbf{P})} = \\ & b_l \mathbf{a}_l(\mathbf{p}) \bar{s}(k) + \bar{\mathbf{n}}_l(k) e^{j2\pi f_k \tau_l(\mathbf{P})} = \\ & b_l \mathbf{a}_l(\mathbf{p}) \bar{s}(k) + \bar{\mathbf{n}}_l(k) \end{aligned} \quad (4)$$

令

$$\mathbf{a}_l(\mathbf{p}, b_l) = b_l \mathbf{a}_l(\mathbf{p}) \quad (5)$$

则式(4)可以表述为

$$\bar{\mathbf{r}}_l(k) = \mathbf{a}_l(\mathbf{p}, b_l) \bar{s}(k) + \bar{\mathbf{n}}_l(k) \quad (6)$$

令

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{r}}(k) &= [\bar{\mathbf{r}}_1^T(k), \dots, \bar{\mathbf{r}}_L^T(k)]^T \\ \bar{\mathbf{n}}(k) &= [\bar{\mathbf{n}}_1^T(k), \dots, \bar{\mathbf{n}}_L^T(k)]^T \\ \mathbf{b} &= [b_1, \dots, b_L]^T \end{aligned} \quad (7)$$

$$\mathbf{a}(\mathbf{p}, \mathbf{b}) = [\mathbf{a}_1^T(\mathbf{p}, b_1), \dots, \mathbf{a}_L^T(\mathbf{p}, b_L)]^T$$

不失一般性, 可以假设 $\|\mathbf{b}\| = 1$, 则有

$$\bar{\mathbf{r}}(k) = \mathbf{a}(\mathbf{p}, \mathbf{b}) \bar{s}(k) + \bar{\mathbf{n}}(k) \quad (8)$$

在高斯噪声环境下, 最小二乘估计与最大似然估计等价。位置的最小二乘估计可通过最小化以下代价函数得到

$$Q(\mathbf{p}) = \sum_{k=0}^{N_s-1} \|\bar{\mathbf{r}}(k) - \mathbf{a}(\mathbf{p}, \mathbf{b}) \bar{s}(k)\|^2 \quad (9)$$

$$\Theta = \{\bar{s}(k); \mathbf{b}\}$$

通过使式(9)最小化可得 $\bar{s}(k)$ 的似然估计

$$\hat{\bar{s}}(k) = \frac{\mathbf{a}^H(\mathbf{p}, \mathbf{b}) \bar{\mathbf{r}}(k)}{\|\mathbf{a}(\mathbf{p}, \mathbf{b})\|^2} \quad (10)$$

将上式代入式(9)可得

$$Q_{ML}(\mathbf{P}) = \min_{\Theta} \sum_{k=0}^{N_s-1} (\|\bar{\mathbf{r}}(k)\|^2 - |\mathbf{a}^H(\mathbf{p}, \mathbf{b}) \bar{\mathbf{r}}(k)|^2) \quad (11)$$

因此有

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{P}} &= \arg \max_{\mathbf{P}} \bar{Q}_{ML}(\mathbf{P}) \\ \bar{Q}_{ML}(\mathbf{P}) &= \max_{\mathbf{b}} \sum_{k=0}^{N_s-1} |\mathbf{a}^H(\mathbf{P}, \mathbf{b}) \bar{\mathbf{r}}(k)|^2 = \\ & \max_{\mathbf{b}} \sum_{k=0}^{N_s-1} \mathbf{a}^H(\mathbf{P}, \mathbf{b}) R_k \mathbf{a}(\mathbf{P}, \mathbf{b}) = \\ & \max_{\mathbf{b}} \mathbf{a}^H(\mathbf{P}, \mathbf{b}) \mathbf{R} \mathbf{a}(\mathbf{P}, \mathbf{b}) \end{aligned} \quad (12)$$

可以看出式(12)为常规波束形成的表现形式, 其中 $R_k =$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{r}}(k) \bar{\mathbf{r}}^H(k), \quad \mathbf{R} &= \frac{1}{N_s} \sum_{k=0}^{N_s-1} R_k, \quad \text{令} \\ \mathbf{a}(\mathbf{p}, \mathbf{b}) &= \mathbf{A}(\mathbf{p}) \mathbf{H} \mathbf{b} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{p}) = \text{diag}\{\mathbf{a}_1^T(\mathbf{p}) \cdots \mathbf{a}_L^T(\mathbf{p})\} \quad (14)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{I}_L \otimes \mathbf{1}_M$$

式(13)中: \mathbf{I}_L 表示 $L \times L$ 的单位阵; $\mathbf{1}_M$ 表示 $M \times 1$ 的全 1 矢量; \otimes 表示 kronecker 积; \mathbf{H} 表示 $LM \times L$ 矩阵。将式(13)代入式(12)可得

$$\bar{Q}_{CBF}(\mathbf{P}) = \max_{\mathbf{b}} \mathbf{b}^H \mathbf{H}^H \mathbf{A}^H(\mathbf{p}) \mathbf{R} \mathbf{A}(\mathbf{p}) \mathbf{H} \mathbf{b} \quad (15)$$

考虑到 $\|b\| = 1$, 所以

$$\tilde{Q}_{CBF}(\mathbf{P}) = \lambda_{\max}(\mathbf{H}^H \mathbf{A}^H(\mathbf{P}) \mathbf{R} \mathbf{A}(\mathbf{P}) \mathbf{H}) \quad (16)$$

可以看出与文献[15]提出的算法相比,我们提出的 CBF 直接定位算法大大降低了计算量,文献[15]提出的算法中,每个网格点的代价函数需要计算 K 次三个 LM 阶矩阵的连乘,我们提出的算法只需要计算一次,且表现形式更简单,能直接给出 CBF 方法的表现形式。基于式(12)的 CBF 方法表现形式,我们提出基于 MVM 和 MUSIC 高分辨测向直接定位方法。

3 高分辨直接定位方法

3.1 MVM 直接定位方法

上一节给出了 CBF 测向直接定位算法的推导过程,式(12)也给出了 CBF 的形式。因此可根据式(12)给出 MVM (最小方差法)测向直接定位算法。因 $\tilde{Q}_{CBF}(\mathbf{P}) = \max_b \mathbf{a}^H(\mathbf{p}, \mathbf{b}) \mathbf{R} \mathbf{a}(\mathbf{p}, \mathbf{b})$, 可令

$$\tilde{Q}_{MVM}(\mathbf{P}) = \max_b \mathbf{w}_{opt}^H(\mathbf{p}, \mathbf{b}) \mathbf{R} \mathbf{w}_{opt}(\mathbf{p}, \mathbf{b}) \quad (17)$$

其中 $\mathbf{w}_{opt}(\mathbf{p}, \mathbf{b})$ 满足

$$\mathbf{w}_{opt}(\mathbf{p}, \mathbf{b}) = \arg \min_{\mathbf{w}(\mathbf{p}, \mathbf{b})} \mathbf{w}^H(\mathbf{p}, \mathbf{b}) \mathbf{R} \mathbf{w}(\mathbf{p}, \mathbf{b}) \quad (18)$$

$$\text{s. t. } \mathbf{w}^H(\mathbf{p}, \mathbf{b}) \mathbf{a}(\mathbf{p}, \mathbf{b}) = 1$$

可得 $\mathbf{w}_{opt}(\mathbf{p}, \mathbf{b})$ 的解为

$$\mathbf{w}_{opt}(\mathbf{p}, \mathbf{b}) = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\mathbf{p}, \mathbf{b})}{\mathbf{a}^H(\mathbf{p}, \mathbf{b}) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\mathbf{p}, \mathbf{b})} \quad (19)$$

把式(19)代入式(17),可得 MVM 测向直接定位如下

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{MVM}(\mathbf{P}) &= \max_b \frac{1}{\mathbf{a}^H(\mathbf{p}, \mathbf{b}) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\mathbf{p}, \mathbf{b})} = \\ &= \max_b \frac{1}{\mathbf{b}^H \mathbf{H}^H \mathbf{A}^H(\mathbf{P}) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A}(\mathbf{P}) \mathbf{H} \mathbf{b}} = \\ &= \frac{1}{\lambda_{\min}(\mathbf{H}^H \mathbf{A}^H(\mathbf{P}) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A}(\mathbf{P}) \mathbf{H})} \end{aligned} \quad (20)$$

因矩阵为 Hermitian 矩阵,式(20)也可表示为

$$\tilde{Q}_{MVM}(\mathbf{P}) = \lambda_{\max}((\mathbf{H}^H \mathbf{A}^H(\mathbf{P}) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A}(\mathbf{P}) \mathbf{H})^{-1}) \quad (21)$$

3.2 MUSIC 直接定位方法

文献[12]提出的多目标测向直接定位方法是基于信号子空间的,分辨率不高,无法体现基于噪声子空间的 MUSIC 方法的高分辨性能。在此,将提出基于 MUSIC 的测向直接定位方法。

根据 MUSIC 算法的定义, MUSIC 算法是以最小优化搜索噪声子空间与阵列流型的正交性。根据 MUSIC 算法定义,可将式(12)的代价函数改为

$$\begin{aligned} F(\mathbf{P}, \mathbf{b}) &= \mathbf{a}^H(\mathbf{P}, \mathbf{b}) \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H \mathbf{a}(\mathbf{P}, \mathbf{b}) \\ \mathbf{a}(\mathbf{P}, \mathbf{b}) &= [\mathbf{a}_1^T(\mathbf{P}, b_1), \dots, \mathbf{a}_L^T(\mathbf{P}, b_L)]^T \\ \mathbf{b} &= [b_1, \dots, b_L]^T \end{aligned} \quad (22)$$

其中 \mathbf{U}_N 为 $ML \times (ML - Q)$ 的噪声子空间矩阵,由 \mathbf{R} 的 $ML - Q$ 个最小特征值的特征矢量构成。 $\mathbf{a}(\mathbf{P}, \mathbf{b})$ 包含了 L 个未知的复衰减系数与未知的位置信息。 $F(\mathbf{P}, \mathbf{b})$ 的最小值取决于

所有的未知参数,因此需要 $2(L - 1) + D$ 维的搜索。为了降低搜索维度,利用式(13)可得

$$F(\mathbf{P}, \mathbf{b}) = \mathbf{b}^H \mathbf{H}^H [\mathbf{A}^H(\mathbf{p}) \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H \mathbf{A}(\mathbf{p})] \mathbf{H} \mathbf{b} \quad (23)$$

前文已经假设 \mathbf{b} 的范数为 1,对于任意假设的位置 \mathbf{P} , $F(\mathbf{P}, \mathbf{b})$ 的最小值对应矩阵 $\mathbf{D}'(\mathbf{p})$ 的最小特征值,即

$$F(\mathbf{P}) = \lambda_{\min}[\mathbf{D}'(\mathbf{p})] \quad (24)$$

$$\mathbf{D}'(\mathbf{p}) = \mathbf{H}^H [\mathbf{A}^H(\mathbf{p}) \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H \mathbf{A}(\mathbf{p})] \mathbf{H}$$

因矩阵为 Hermitian 阵,因此,可简化为

$$F(\mathbf{P}) = \lambda_{\max}[\mathbf{D}'(\mathbf{p})^{-1}] \quad (25)$$

很明显,式(25)也只需要一次 D 维搜索,在二维情况下只需要二维搜索。相比 MVM 直接定位法, MUSIC 直接定位法需要先确定辐射源个数,并且需要协方差矩阵进行特征值分解,运算量较大。

4 仿真分析

为验证提出的直接定位方法的性能,通过仿真在单目标场景下与 CRB 和传统两步法进行比较。为验证提出的直接定位方法的分辨率,通过仿真在多目标场景下与最大似然直接定位方法进行了比较。仿真场景设置如下:三个观测站坐标分别为 $[0, -5 \text{ km}]$, $[0, 0]$, $[0, 5 \text{ km}]$, 阵元间距为半波长,信号为 10 kbit/s 速率的 BPSK 信号,搜索步进 50 m。

仿真 1: 单目标直接定位性能对比。信号与场景如上所述,辐射源坐标 $[30 \text{ km}, 0]$, 阵元数为 5, 搜索范围为 $20 \text{ km} \times 20 \text{ km}$ 的方形区域,快拍数为 24, 仿真次数 100 次,仿真结果如图 1。其中 MUSIC-LSM 表示先通过 MUSIC 测方位角,再利用方位角通过最小二乘方法解算目标位置的两步法。

仿真 2: 多目标直接定位分辨率对比。其他场景不变,辐射源数量为 2, 坐标分别为 $[30 \text{ km}, -1.5 \text{ km}]$, $[30 \text{ km}, 1.5 \text{ km}]$, 信噪比 20 dB, 搜索范围为 $10 \text{ km} \times 10 \text{ km}$ 的方形区域,得到的二维谱图如图 2。

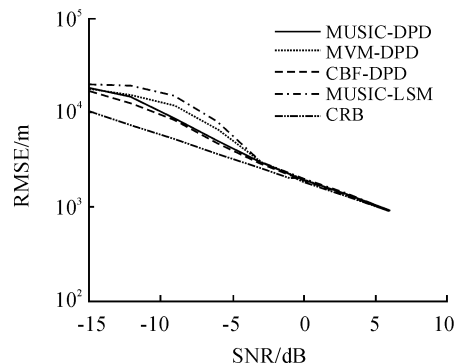


图 1 单目标直接定位性能

仿真 3: 多目标直接定位性能对比。将阵元数增加到 9, 信噪比为 0 到 20 dB, 仿真结果如图 3 所示,其中直接定位谱为 20 dB 的情况。

从仿真 1 结果可以看出,在单目标情况下,定位性能最

优的是 CBF 直接定位方法, MUSIC 直接定位方法与 CBF 直接定位方法性能非常接近,在高信噪比下能达到 CRB。MUSIC 测向两步定位法性能在低信噪比下性能最差,在高信噪比下也能达到 CRB。MVM 直接定位方法性能则差于其他两种直接定位方法。

仿真 2 和仿真 3 结果表明, MUSIC 直接定位具有最优的分辨率,在 5 阵元的情况下能够清晰分辨出相距 3 km 的二

个辐射源。而 MVM 直接定位法则无法分辨出两个辐射源, CBF 直接定位法分辨率最差。在 9 阵元的情况下, MVM 直接定位法能分辨出两个辐射源,但 MUSIC 直接定位法的分辨率仍优于 MVM 直接定位法。从图 4 还可以看出,多目标情况下 MUSIC 直接定位法的性能也优于 MVM 直接定位法,但二者性能相差不大。

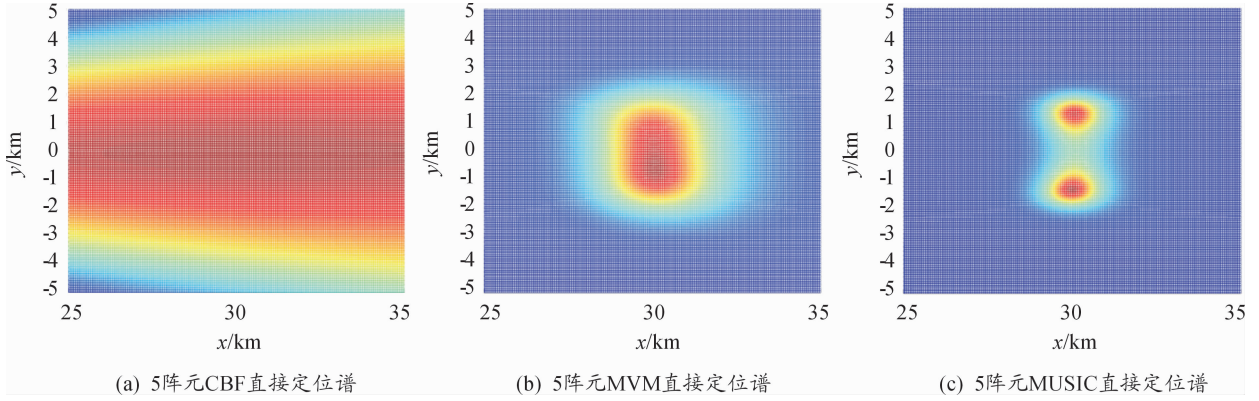


图2 多目标直接定位谱

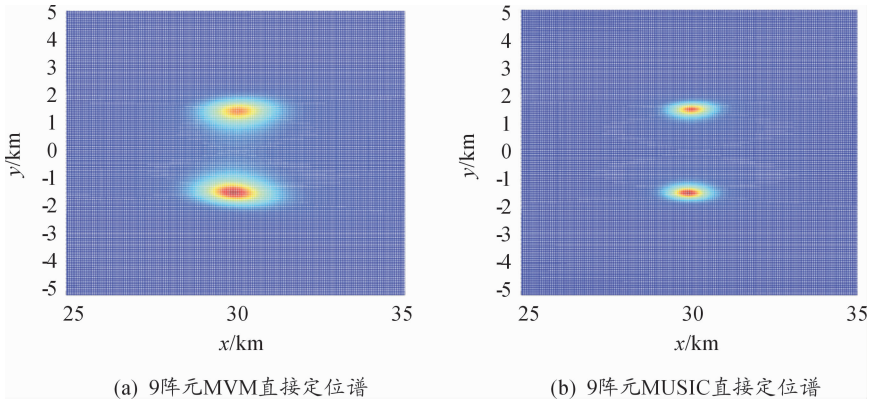


图3 多目标直接定位谱

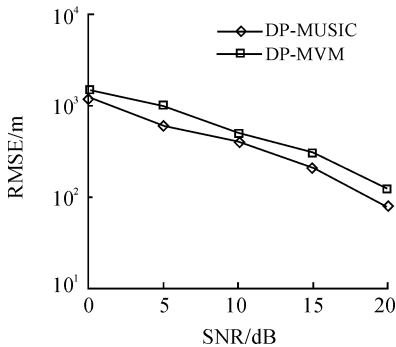


图4 多目标直接定位性能

综合上述仿真可知, CBF 直接定位法分辨率差,只适用于单目标的定位。MVM 直接定位方法和 MUSIC 直接定位方

法都具有较高的分辨率,可用于多目标定位。其中,后者具有更好的分辨率和定位性能,但需要先判定目标数量并且运算量较大。因此, MVM 直接定位方法和 MUSIC 直接定位方法有各自的适用场景。

5 结论

本文在已有的最大似然直接定位算法的基础上,推导了计算量更低、表达式更为简洁的 CBF 直接定位算法。在此基础上,针对辐射源数量未知和辐射源数量已知的情况,分别推导了 MVM 直接定位算法和 MUSIC 直接定位算法。提出两种算法都可不经过数据关联即实现对多目标的高分辨直接定位。仿真结果验证了提出算法的性能。

参考文献:

- [1] YANG L, HO K C. An approximately efficient TDOA localization algorithm in closed-form for locating multiple disjoint sources with erroneous sensor positions [J]. IEEE Trans. Signal Process, 2009, 57 (12): 4598-4615.
- [2] CHUNG K W, SO H C, MA W K, et al. A constrained least squares approach to mobile positioning: algorithms and optimality [J]. EURASIP Journal on Applied Signal Processing, 2006, 21(4): 1 - 23.
- [3] TORRIERI D J. Statistical theory of passive location system [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1984, 20 (2): 183-197.
- [4] KIM Y H, KIM D G, KIM H N. Two-step estimator for moving-emitter geolocation using time difference of arrival/frequency-difference of arrival measurements [J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2015, 9 (7): 881-887.
- [5] WEN F, WAN Q. Maximum likelihood and signal-selective TDOA estimation for noncircular signals [J]. Journal of Communications and Networks, 2013, 15 (3): 245-251.
- [6] WEI HW, PENG R, WAN Q, et al. Multidimensional scaling analysis for passive moving target localization with TDOA and FDOA measurements [J]. IEEE Trans. Signal Processing, 2010, 58 (3): 1677-1688.
- [7] DOGANÇAY K. Bearings-only target localization using total least squares [J]. Signal Processing, 2005, 85 (9): 1695-1710.
- [8] STEIN S. Algorithms for ambiguity function processing [J]. IEEE trans. on acoustics, speech, and signal processing, 1981, 29(3): 588-599.
- [9] HAWORTH D P, SMITH N G, BARDELI R. Interference localization for EUTELSAT satellites-the first European transmitter location system [J]. International Journal of Satellite Communications, 1997, 15 (4): 55-183.
- [10] QIAO D P. An iteratively reweighted least square algorithm for RSS-based sensor network localization [C]//IEEE International Conference Mechatronics and Automation, Canada: IEEE Press, 2011: 1085-1092.
- [11] WEISS A. Direct position determination of narrowband radio frequency transmitters [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 11 (5): 513-516.
- [12] AMAR A, WEISS A. Direct position determination of multiple radio signals [C]//ICASSP 2004, Canada: IEEE Press, 2004: 81-84.
- [13] AMAR A, WEISS A. Localization of narrowband radio emitters based on doppler frequency shifts [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(11): 5500-5508.
- [14] WEISS A. Direct geolocation of wideband emitters based on delay and Doppler [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(6): 2513-2521.
- [15] TIRER T, WEISS A. High resolution direct position determination of radio frequency sources [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2016, 23(2): 192-196.

(责任编辑 杨继森)