



第二章 电路的基本分析方法和电路定理

§ 2.1 电阻电路的等效变换

§ 2.2 电阻电路的一般分析方法

§ 2.3 电路定理

§ 2.4 受控源及含受控源电路的分析



§ 2.2 电阻电路的一般分析方法

1. 支路电流法-----基本思想

- 以各支路电流作为电路的变量，
- 根据KCL，列出各独立结点的电流方程；
- 根据元件的伏安特性和KVL，列出各独立回路的电压方程；
- 联立求解各未知电流

Kirchhoff's Current Law: KCL;

Kirchhoff's Voltage Law: KVL.



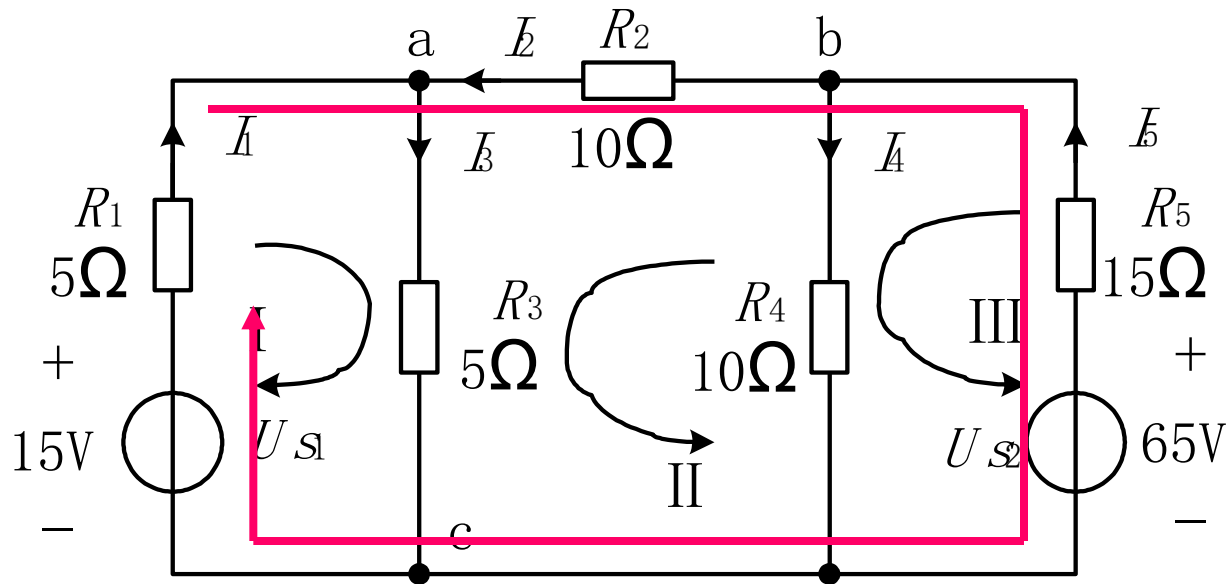
1. 支路电流法-----求解步骤

m 条支路， n 个结点的电路，具有 $n-1$ 个独立的结点电流方程、 $m-n+1$ 个相互独立的网孔电压方程 m 个独立方程:

- (1)标出 m 个支路电流及参考方向；标出独立结点，选定独立回路(一般可选网孔)及绕行方向；
- (2)根据KCL，列出 $n-1$ 个独立结点的电流方程；
- (3)根据KVL，列出 $m-n+1$ 个独立回路的电压方程；
- (4)联立 m 个方程，解得各支路电流，再求其它物理量。



例2.2.1 用支路电流法求下图所示电路中的各支路电流。



解：该电路有5条支路，3个结点，3个网孔

先在图中标出各支路**电流的参考方向**，标出各结点和回路名称，选定**回路的绕行方向**

根据KCL，独立的结点电流方程

$$\text{结点a: } I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$\text{结点b: } -I_2 - I_4 + I_5 = 0$$

解联立方程可得

$$I_1 = 1\text{A}, I_2 = 1\text{A}, I_3 = 2\text{A}, I_4 = 2\text{A}, I_5 = 3\text{A}$$

根据KVL，独立的回路电压方程

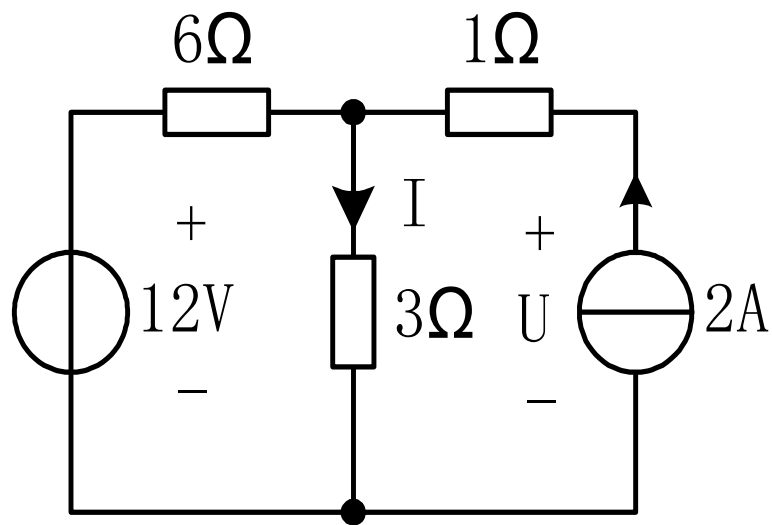
$$\text{回路 I: } 5I_1 + 5I_3 = 15$$

$$\text{回路 II: } 10I_2 + 5I_3 - 10I_4 = 0$$

$$\text{回路 III: } 10I_4 + 15I_5 = 65$$

$$\text{验算: } -R_2 I_2 - R_5 I_5 + U_{S2} - U_{S1} + R_1 I_1 = -10 \times 1 - 15 \times 3 + 65 - 15 + 5 \times 1 = 0$$

课堂练习：用支路电流法求图中的 I 和 U 。

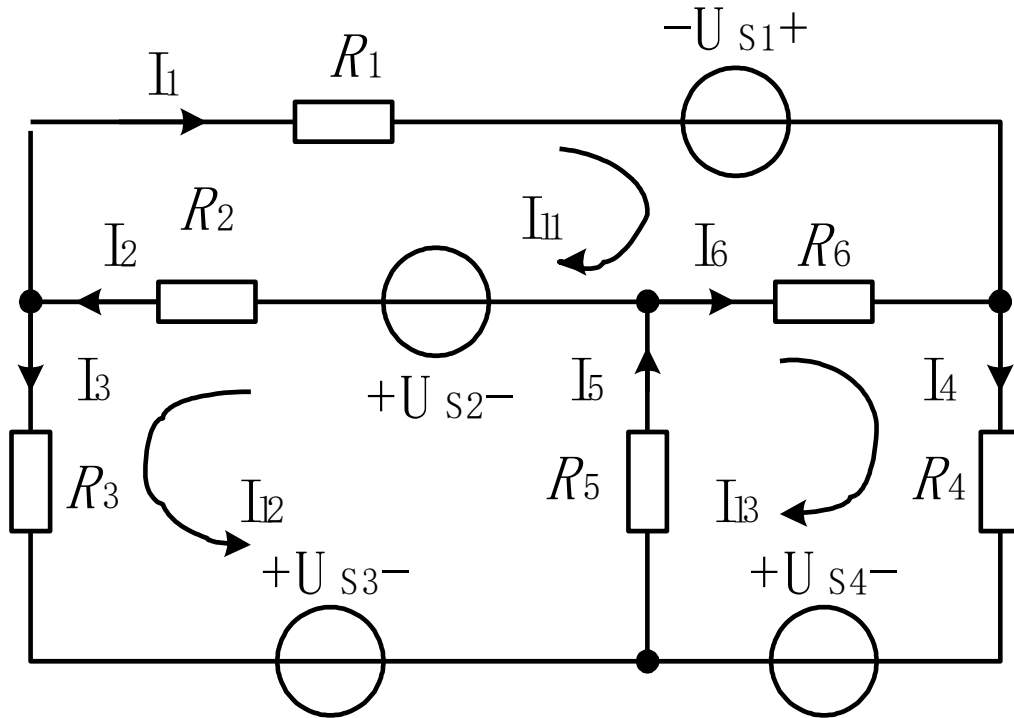




§ 2.2 电阻电路的一般分析方法

2.网孔电流法

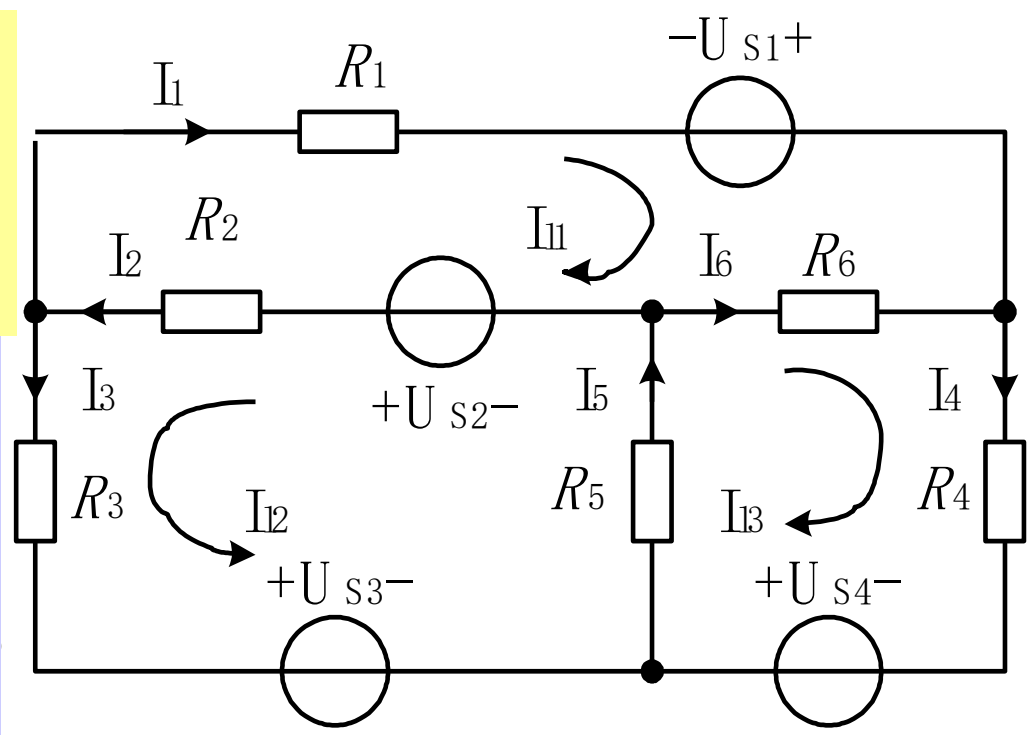
简化运算，降低了列方程的数量！



$$\begin{aligned}
 I_1 &= I_{11}, \\
 I_2 &= I_{11} + I_{12}, \\
 I_3 &= I_{12}, \\
 I_4 &= I_{13}, \\
 I_5 &= I_{12} + I_{13}, \\
 I_6 &= -I_{11} + I_{13}
 \end{aligned}$$

自电阻总取正值，互电阻可正可负，当相邻网孔电流的方向在公共电阻上一致时，互电阻取正值，反之，取负值

电压源 U_{Sii} 为第 i 个网孔中电压源电压的代数和。凡电压源的电压升的方向与网孔电流方向一致时，电源电压取正号，反之取负号

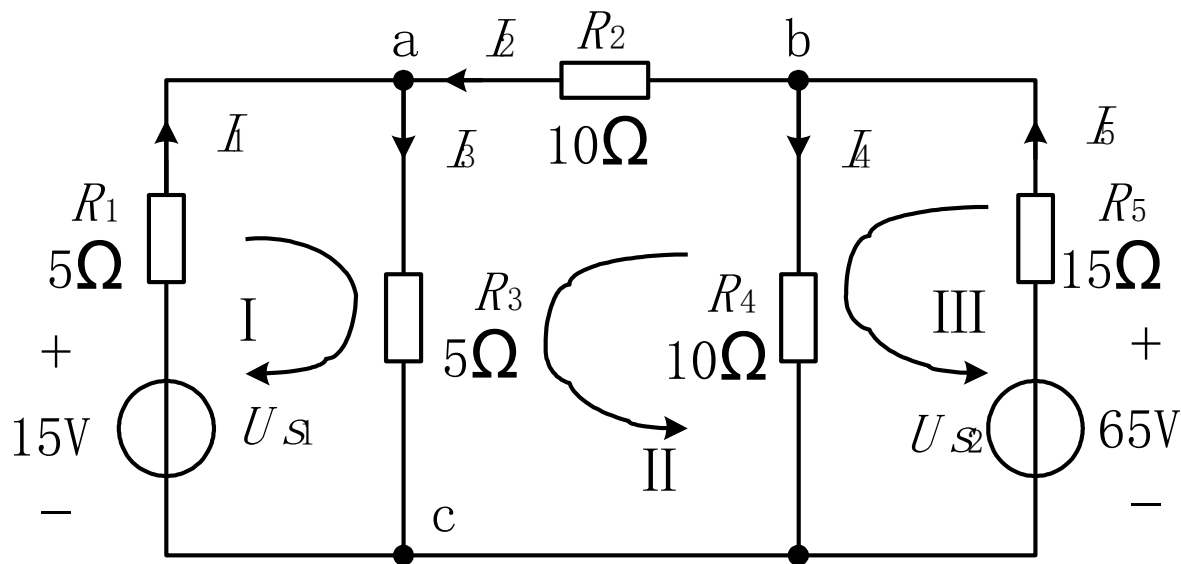


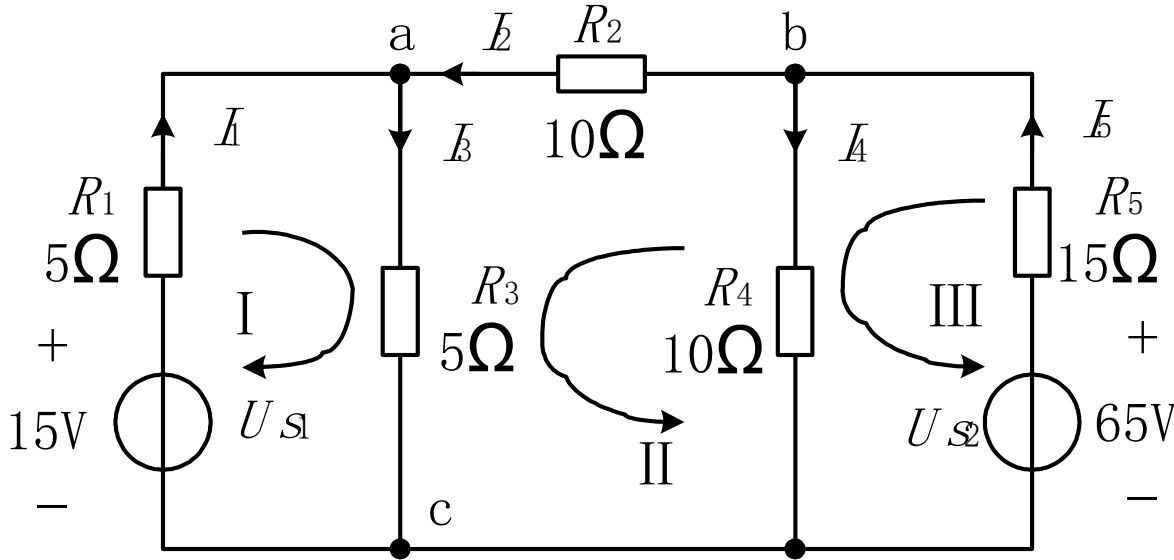
$$\begin{aligned} (R_1 + R_2 + R_6)I_{l1} + R_2I_{l2} - R_6I_{l3} &= U_{S1} + U_{S2} \\ R_2I_{l1} + (R_2 + R_3 + R_5)I_{l2} + R_5I_{l3} &= U_{S2} - U_{S3} \\ -R_6I_{l1} + R_5I_{l2} + (R_4 + R_5 + R_6)I_{l3} &= U_{S4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{11}I_{l1} + R_{12}I_{l2} + R_{13}I_{l3} &= U_{S11} \\ R_{21}I_{l1} + R_{22}I_{l2} + R_{23}I_{l3} &= U_{S22} \\ R_{31}I_{l1} + R_{32}I_{l2} + R_{33}I_{l3} &= U_{S33} \end{aligned}$$

R_{ii} 是第 i 个网孔中的电阻之和，称为网孔的自电阻， $R_{ij} (i \neq j)$ 是第 i 个网孔和第 j 个网孔共有的电阻，称为互电阻

例2.2.2 用网孔电流法求解例2.2.1





$$(5 + 5)I_{11} + 5I_{12} = 15$$

解得 $I_{11} = 1A, I_{12} = 1A, I_{13} = 3A$

$$5I_{11} + (5 + 10 + 10)I_{12} - 10I_{13} = 0$$

$$-10I_{12} + (10 + 15)I_{13} = 65$$

各支路电流为

$$R_{11}I_{11} + R_{12}I_{12} + R_{13}I_{13} = U_{S11}$$

$$R_{21}I_{11} + R_{22}I_{12} + R_{23}I_{13} = U_{S22}$$

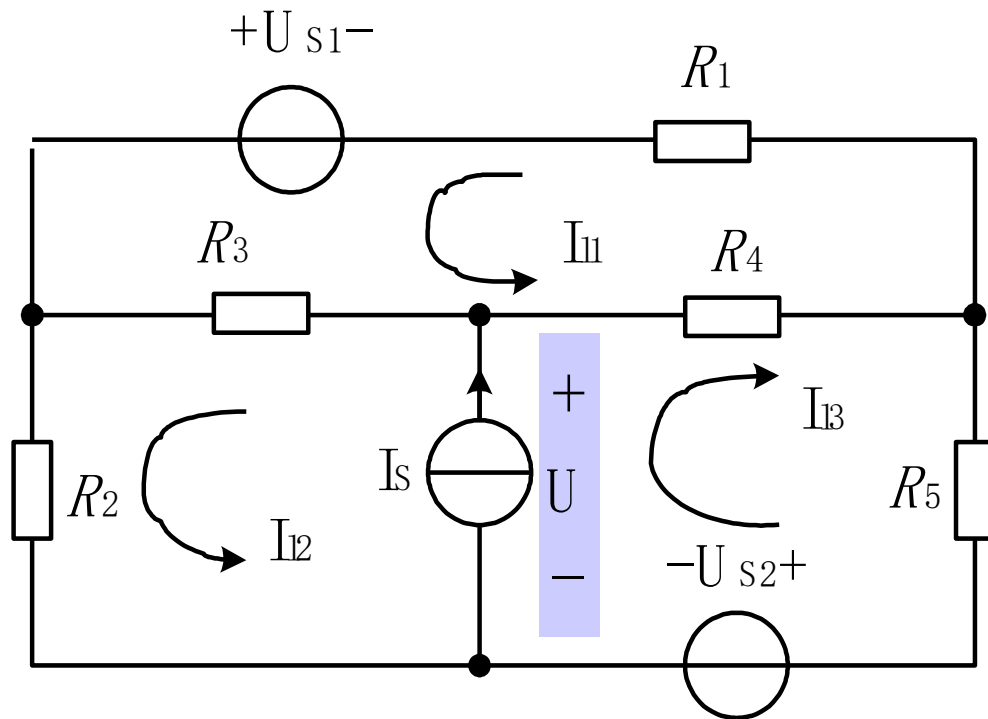
$$R_{31}I_{11} + R_{32}I_{12} + R_{33}I_{13} = U_{S33}$$

$$I_1 = I_{11} = 1A, I_2 = I_{12} = 1A,$$

$$I_3 = I_{11} + I_{12} = 2A$$

$$I_4 = I_{13} - I_{12} = 2A, I_5 = I_{13} = 3A$$

含有电流源的电路



$$(R_1 + R_3 + R_4)I_{l1} - R_3I_{l2} + R_4I_{l3} = U_{S1}$$

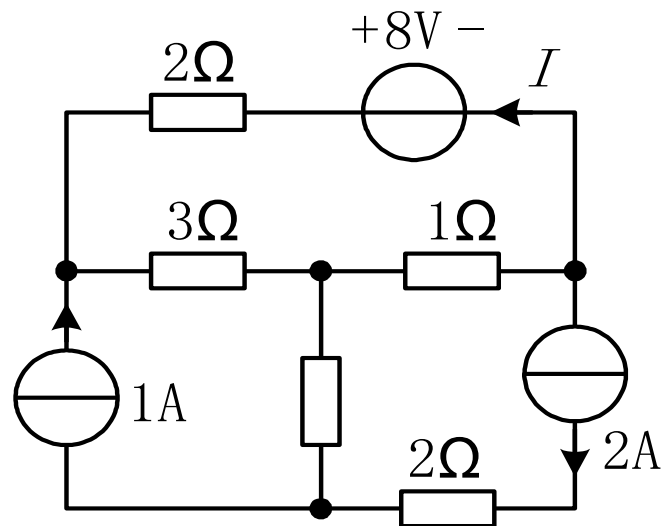
$$-R_3I_{l1} + (R_2 + R_3)I_{l2} = U$$

$$R_4I_{l1} + (R_4 + R_5)I_{l3} = U - U_{S2}$$

三个方程，四个未知数，需要补充一个网孔电流与恒流源的关系方程

$$I_{l2} + I_{l3} = I_S$$

课堂练习：用网孔电流法求图中的 I 。





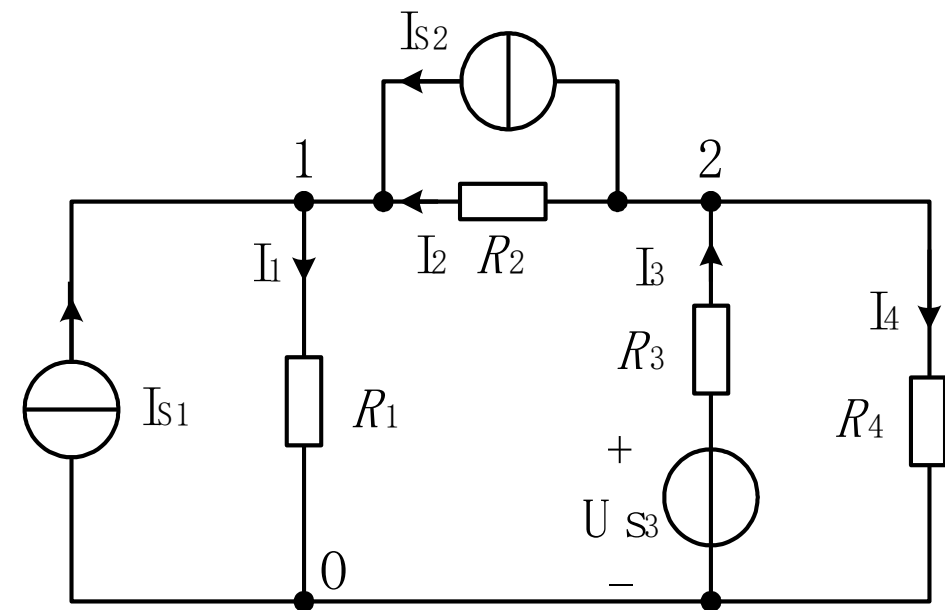
§ 2.2 电阻电路的一般分析方法

3. 节点电压法

网孔电流法适用于网孔较少的电路，对于网孔多而节点少的电路，利用节点电压法较为方便。（简化运算，降低了列方程的数量！）

- 将独立节点的电压作为变量；
- 利用元件约束关系和KVL表示出支路电流；
- 对独立节点列KCL电流方程。

2. 节点电压法



以 O 为参考结点，用 U_1 和 U_2 分别表示结点1和2相对于参考结点的电压，则

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1}, I_2 = \frac{U_2 - U_1}{R_2},$$

$$I_3 = \frac{-U_2 + U_{S3}}{R_3}, I_4 = \frac{U_2}{R_4}$$

对结点1和2应用KCL得

$$I_{S1} - I_1 + I_{S2} + I_2 = 0$$

$$-I_{S2} - I_2 + I_3 - I_4 = 0$$

将各支路电流代入，得

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)U_1 - \frac{1}{R_2}U_2 = I_{S1} + I_{S2}$$

$$-\frac{1}{R_2}U_1 + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)U_2 = \frac{U_{S3}}{R_3} - I_{S2}$$

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)U_1 - \frac{1}{R_2}U_2 = I_{S1} + I_{S2}$$

$$-\frac{1}{R_2}U_1 + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)U_2 = \frac{U_{S3}}{R_3} - I_{S2}$$

$$G_{11}U_1 + G_{12}U_2 = I_{S11}$$

$$G_{21}U_1 + G_{22}U_2 = I_{S22}$$

G_{ii} 表示与结点*i*连接的电阻的电导之和，称为**自电导**；

G_{ij} 表示结点*i*和结点*j*之间的电导之和的负值，称为**互电导**；

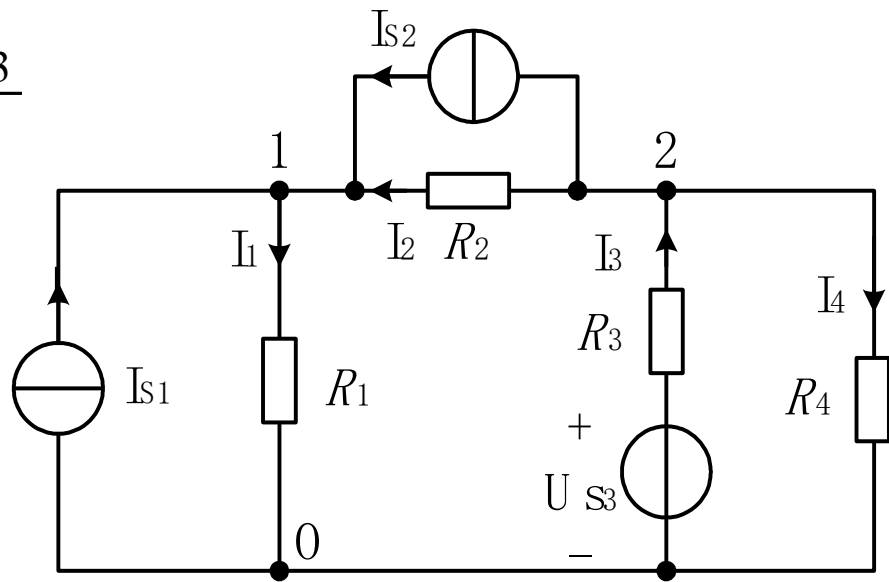
自电导总取正值，互电导总取负值；

I_{Sij} 表示将电压源变换为电流源后流入结点*i*的电流源电流的代数和，流入为正，流出为负。

这里将电压源 U_{S3} 变换成电流源 $\frac{U_{S3}}{R_3}$

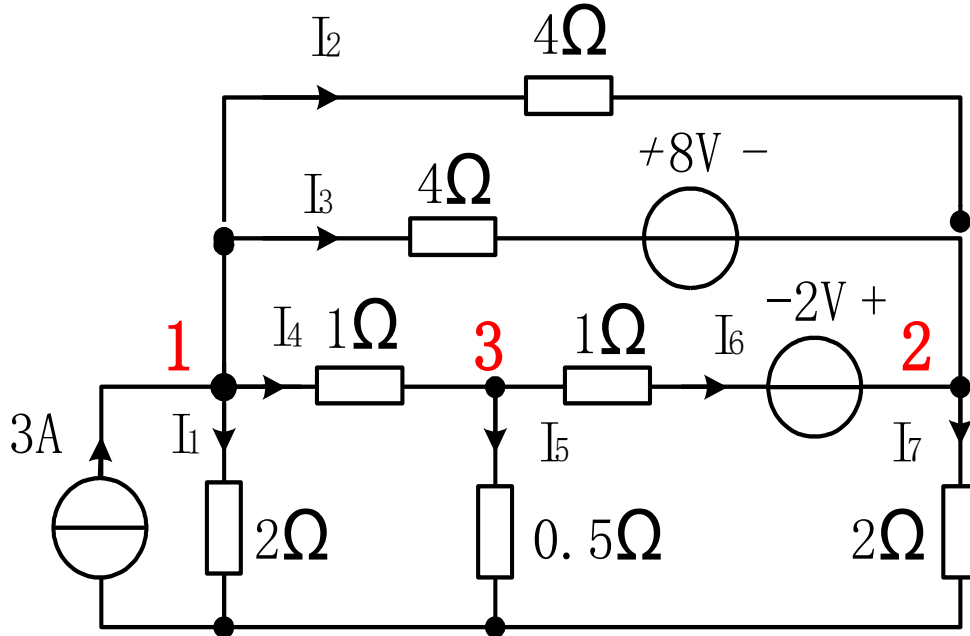
$$I_{S22} = \frac{U_{S3}}{R_3} - I_{S2}$$

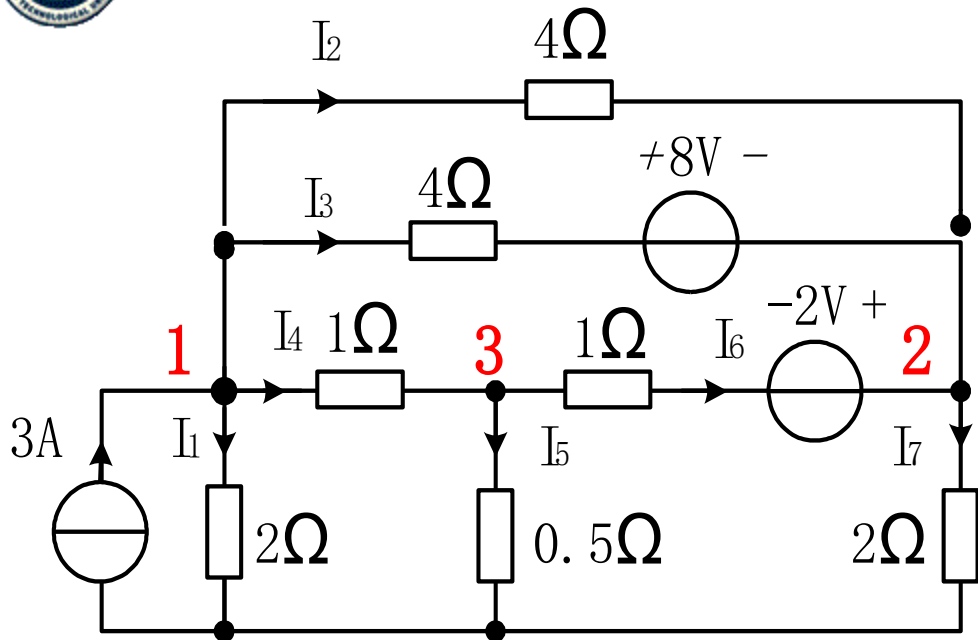
以后可直接根据电路列出结点方程





例：用结点电压法求下图所示电路中各支路电流





解：选 O 为参考结点，各独立结点相对 O 点的电压为 U_1, U_2, U_3

结点1的自电导 G_{11} 为 $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2}$

结点1和结点2之间的互电导 G_{12} 为 $-(\frac{1}{4} + \frac{1}{4})$

互电导 G_{13} 为 -1

8V电压源和 R_2 变换成电流为 $8/4A$ 的电流源，流向结点1 $I_{S11} = 3 + \frac{8}{4}$

$$\left(\frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)U_1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)U_2 - 1 \cdot U_3 = 3 + \frac{8}{4}$$

$$2U_1 - 0.5U_2 - U_3 = 5$$

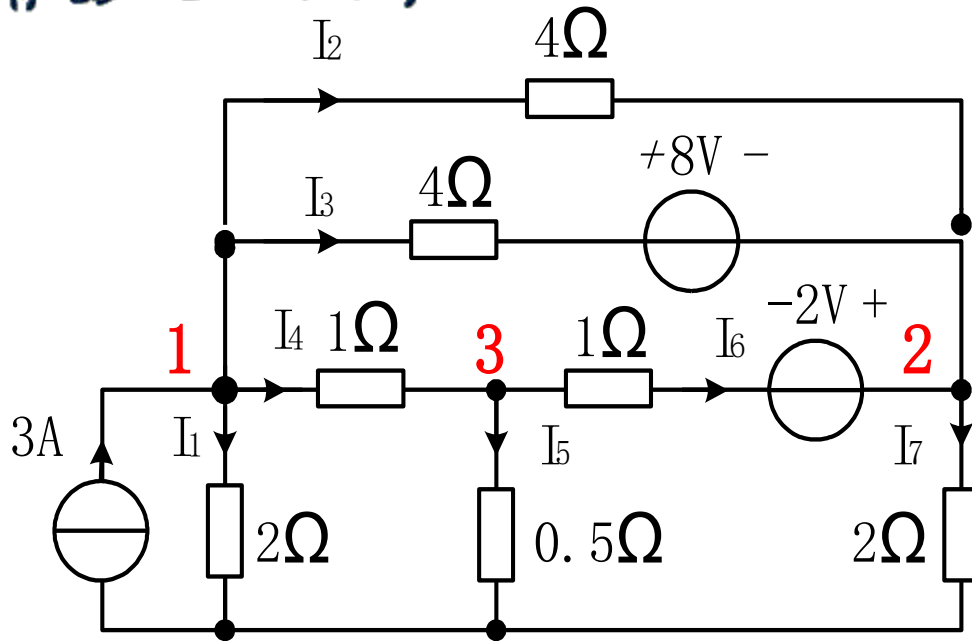
$$-0.5U_1 + 2U_2 - U_3 = 0$$

$$-\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)U_1 + \left(\frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)U_2 - 1 \cdot U_3 = -\frac{8}{4} + \frac{2}{1}$$

$$U_1 + U_2 - 4U_3 = 2$$

$$-1 \cdot U_1 - 1 \cdot U_2 + \left(\frac{1}{0.5} + 1 + 1\right)U_3 = -\frac{2}{1}$$

$$U_1 = 3V, U_2 = 1V, U_3 = 0.5V$$



$$U_1 = 3V, U_2 = 1V, \\ U_3 = 0.5V$$

各支路电路为

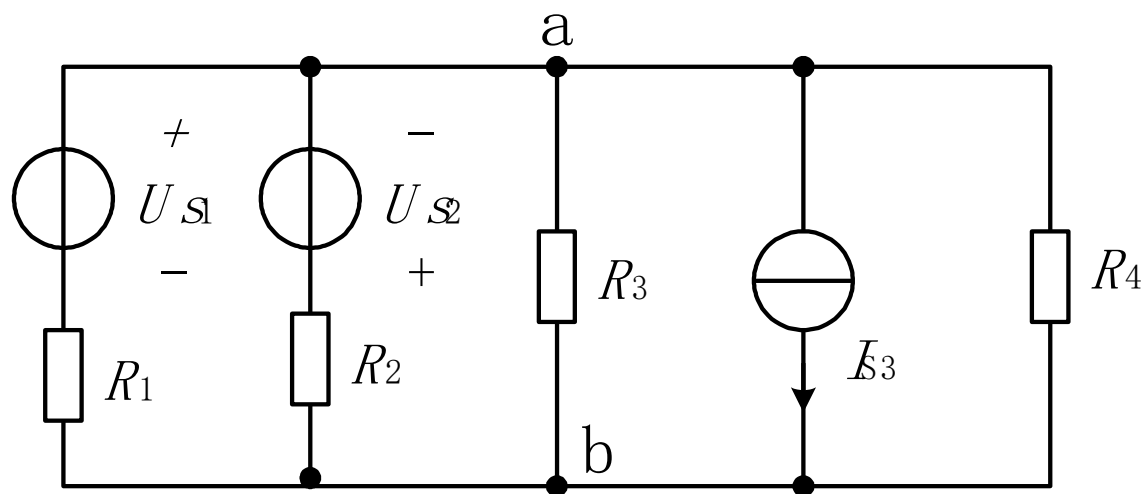
$$I_1 = \frac{U_1}{2} = 1.5A, I_2 = \frac{U_1 - U_2}{4} = 0.5A, I_3 = \frac{U_1 - (U_2 + 8)}{4} = -1.5A$$

$$I_4 = \frac{U_1 - U_3}{1} = 2.5A, I_5 = \frac{U_3}{0.5} = 1A, I_6 = \frac{U_3 - (U_2 - 2)}{1} = 1.5A,$$

$$I_7 = \frac{U_2}{2} = 0.5A$$

对只有两个结点的电路，结点的电压方程为 $G_{11}U_1 = I_{S11}$

$$U_1 = \frac{\sum I_{Sk}}{\sum \frac{1}{R_k}} = \frac{\sum \frac{U_{Sk}}{R_k}}{\sum \frac{1}{R_k}} \quad \text{——弥尔曼定理}$$

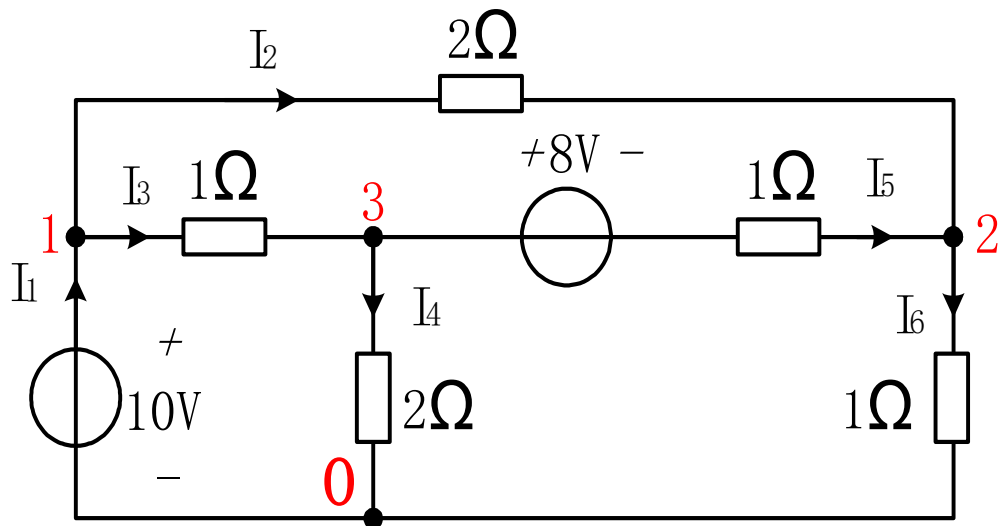


$$U_a = \frac{\frac{U_{S1}}{R_1} - \frac{U_{S2}}{R_2} - I_{S3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}$$

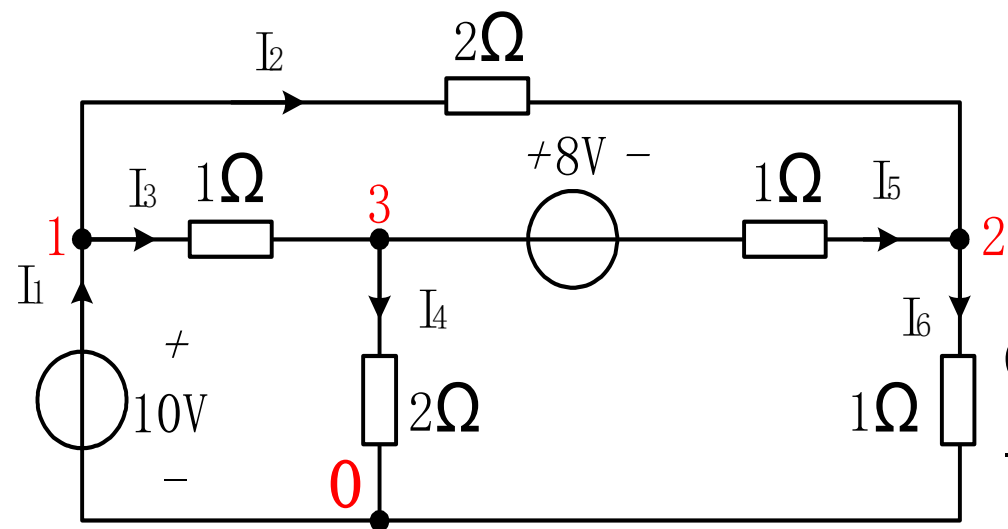
如电路中含有恒压源，可将恒压源当作电流源看待(流出的电流设为未知量)，列写结点方程

再补上恒压源支路结点电压与恒压源电压的关系式，这样就可求出各结点电压及恒压源中的电流

例： 应用结点电压法求下图电路的各支路电流



例：应用结点电压法求下图电路的各支路电流



解：各结点电压为 U_1 、 U_2 、 U_3 ，
10V电压源流出的电流是 I_1 ，
则结点方程为

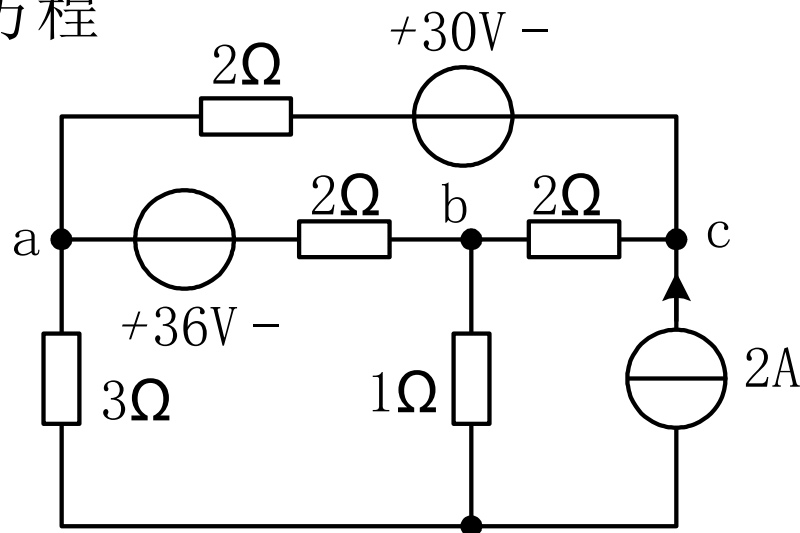
$$\begin{aligned} (1 + 0.5)U_1 - 0.5U_2 - U_3 &= I_1 \\ -0.5U_1 + (0.5 + 1 + 1)U_2 - U_3 &= -8 \\ -U_1 - U_2 + (1 + 1 + 0.5)U_3 &= 8 \end{aligned}$$

结点电压与恒压源电压的关系为： $U_1 = 10V$

$$U_2 = 2V, U_3 = 8V, I_1 = 6A$$

课堂练习：(习题2.11)

列出结点电压方程



三种电路分析方法比较

支路电流法是最基本的电路分析方法

网孔的个数小于独立结点数时，用网孔电流法较方便，而当独立结点的数目少于网孔数时，用结点电压法较方便

计算机分析大型电路，一般采用结点电压法



青島理工大學

作业： 2. 10； 2. 12