

基于 Matlab 对弹丸外弹道运动轨迹仿真分析

董理赢¹, 焦志刚², 王志军¹, 王少宏¹

(1. 中北大学 机电工程学院, 太原 030051; 2. 沈阳理工大学 装备工程学院, 沈阳 110000)

摘要:着重介绍弹丸外弹道运动轨迹仿真分析, 得出弹丸质点运动方程和榴弹刚体弹道方程; 运用 Matlab 软件代入初始值用龙格-库塔进行仿真分析; 仿真结果与弹道表相比, 误差在 5% 以内。表明弹丸质点弹道仿真结果与弹道表基本吻合。

关键词:外弹道; Matlab; 坐标系; 龙格-库塔

本文引用格式:董理赢, 焦志刚, 王志军, 等. 基于 Matlab 对弹丸外弹道运动轨迹仿真分析[J]. 兵器装备工程学报, 2017(12): 98-101.

Citation format: DONG Liying, JIAO Zhigang, WANG Zhijun, et al. Simulation Analysis of Ballistic Trajectory of Projectile Based on Matlab[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2017(12): 98-101.

中图分类号: TJ33

文献标识码: A

文章编号: 2096-2304(2017)12-0098-04

Simulation Analysis of Ballistic Trajectory of Projectile Based on Matlab

DONG Liying¹, JIAO Zhigang², WANG Zhijun¹, WANG Shaohong¹

(1. School of Mechatronic Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China;

(2. School of Equipment Engineering, Shenyang Ligong University, Shenyang 110000, China)

Abstract: This paper focuses on the analysis of the ballistic trajectory simulation of projectile, the projectile and projectile body trajectory equation of particle motion equation; initial value by using Matlab software simulation analysis using the Runge Kutta; the simulation results are compared with the trajectory table, the error is less than 5%. The simulation results show that the projectile particle trajectory is consistent with the trajectory.

Key words: exterior ballistics; Matlab; coordinate system; runge kutta

随着科技的发展, 微电子、航空航天、新型能源等高科技技术正在, 迅速向军事、文化、经济等领域延伸。现在技术产品以减少数量, 提高质量来保证军事的绝对优势。仿真技术越来越成为国家向前发展的重要的动力源泉, 不论是在培养技术人员、国防力量还是科研方面都是非常重要的方式, 仿真技术出来为军事领域带来了巨大收益的同时, 也为民用方面带来了巨大收益, 像在工程制造行业和民族企业等方面都带来了非常巨大的社会利益和经济利益。这都归功于仿真技术的研究和开发, 大大地降低了系统的研制的成本, 提高了实验产品的成功率, 为制造提供了安全的保障, 为在紧急状

态下, 可以进行大批量生产。总的来说, 仿真技术的研制, 为军事领域, 民用方面都大大的降低了研制产品的成本, 在和平的年代, 许多军事武器并不能投入到实际当中, 进行试验数据的研究, 因此仿真技术的研制, 成为了当代获得实验数据重要的途径之一。仿真技术也是随着计算机的进步而形成的新型的研究方法, 同时计算机也为仿真技术提供了技术与基础。

外弹道方程主要是在弹丸质点运动和刚体运动两方面, 两者都是在基本假设的条件下进行计算的, 而弹丸刚体运动还需要考虑所受的力与力矩和本身的影响, 弹丸刚体运动分

收稿日期: 2017-08-10; 修回日期: 2017-09-02

基金项目: 国家自然科学基金项目(11572291); 山西省研究生联合培养基地人才培养项目(20160033, 20170028)

作者简介: 董理赢(1994—), 男, 硕士研究生; 主要从事兵器科学与技术研究。

为质心运动和绕质心运动,这里我们着重介绍弹丸质心运动。

1 外弹道数学模型

1.1 弹丸质心运动基本假设

基本假设的提出,不仅可以使问题简化,而且也能突出了影响弹丸质心运动的主要因素,易于揭露弹丸质心运动的基本规律^[5]。

这些基本假设综合如下:

- ① 在弹丸整个运动期间,假设章动角(或攻角) $\delta=0$;
- ② 弹丸是完全轴对称体;
- ③ 气象条件是标准的,无风、雨、雪;
- ④ 地表面是一个平面;
- ⑤ 重力加速度大小不变($g=9.8 \text{ m/s}^2$),其方向始终铅垂向下;
- ⑥ 忽略由于地球自转而产生的作用于飞行弹丸上的科氏惯性力。

垂向下;

⑥ 忽略由于地球自转而产生的作用于飞行弹丸上的科氏惯性力。

1.2 相关参数确定

(1) 弹道系数 c 的计算

弹道系数是表示弹丸本身的特征(形状,尺寸大小和质量)对运动影响的部分。其影响弹道系数 c 的大小主要由弹形系数、弹丸直径和弹体重量决定。表达式为:

$$c = \frac{id^2}{m} \times 10^3 \quad (1)$$

式中: i 为弹形系数; d 为弹丸直径; m 为弹丸质量。

(2) 空气密度 $H(y)$ 的计算

$H(y)$ 称为空气密度函数。在标准气象条件下, $H(y)$ 具有一些近似的经验公式。

(3) 阻力函数 $G(v, c_s)$ 的计算

$G(v, c_s)$ 是弹丸速度 v 与音速 c_s 的函数,所以叫做阻力函数。为了方便弹道计算,通过使用阻力定律将 $G(v, c_s)$ 编制成网格的形式,因为它是 v 和 c_s 的函数,编制的网格复杂又不方便使用。所以在外弹道计算中加入一个假虚速度(又称虚温) v_τ , 并使

$$Ma = \frac{v}{c_s} = \frac{v_\tau}{c_{0n}} \quad (2)$$

式中: v 是弹丸在空中飞行中某以时刻 t 的飞行速度; c_s 是本地音速; c_{0n} 是音速的地面标准值; v_τ 的含义是本地音速为 c_{0n} 时,和弹丸马赫 Ma 相同的弹丸设想速度。从而得出阻力函数的表达式:

$$G(v_\tau) = 4.737 \times 10^{-4} v_\tau C_{a0} \left(\frac{v_\tau}{c_{0n}} \right) \quad (3)$$

式中 C_{a0} 为标准弹阻力系数,由 1943 年阻力定律表查的。

(4) 阻力定律

标准弹的阻力系数 C_{a0} 与 Ma 数的函数关系,就是所说的空气阻力定律。

西亚切阻力定律与 43 年阻力定律的 $c_{x_0} \sim Ma$ 曲线^[1], 如图 1 所示。

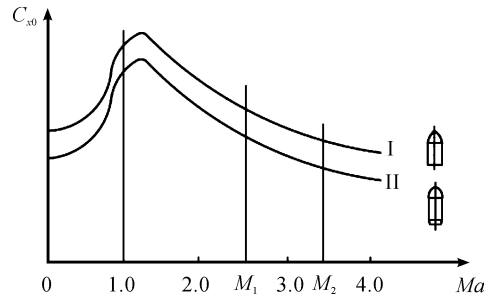


图 1 $c_{x_0} \sim Ma$ 曲线

1.3 质点弹道方程建立

在基本假设的前提下,可写出弹丸的质心运动矢量方程^[5]:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}_x + \vec{g} \quad (4)$$

为了获得标量方程组,需要找到合适的坐标系进行投影。以炮口 O 为原点建立直角坐标系, Ox 轴为水平方向,指向射程方向, Oy 轴竖直向上, Oxy 平面即为射击面,如图 2 所示。弹丸位于 (x, y) 处,定义质心速度矢量 \vec{v} 与 Ox 轴的夹角 θ 为弹道倾角。水平方向的速度 $v_x = dx/dt = v \cos \theta$, 竖直方向的速度 $v_y = dy/dt = v \sin \theta$, 重力加速度 \vec{g} 始终指向 y 轴负方向, 空气阻力加速度 \vec{a}_x 指向速度方向负向。据外弹道理论可得到地面直角坐标系下的弹丸质心运动的微分方程组:

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = -cH(y)G(v, c_s)v_x \\ \frac{dv_y}{dt} = -cH(y)G(v, c_s)v_y - g \\ \frac{dx}{dt} = v_x \\ \frac{dy}{dt} = v_y \\ v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \end{cases} \quad (5)$$

其中: x, y 分别是弹丸离开炮口后 t 时刻的坐标 (x, y) 的水平分量和铅直分量; c 为弹道系数; θ 为弹道倾角; v_x, v_y 分别是水平分速度和铅直分速度; g 为重力加速度; $H(y)$ 为空气密度函数; $G(v, c_s)$ 为阻力函数。

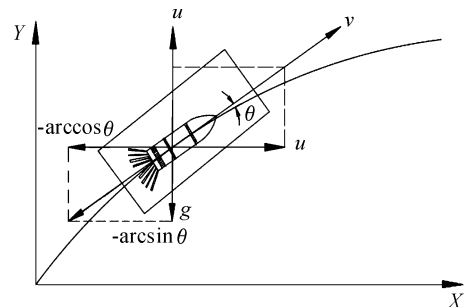


图 2 直角坐标系

1.4 122 mm 榴弹基本参量

PL96 式 122 毫米杀爆弹弹丸

- ① 弹丸表定质量: $G=21.76 \text{ kg}$;

② 弹丸初速: $v_0 = 700 \text{ m/s}$;

③ 弹丸质量膛压: $p_i = 3\ 050 \text{ kg/cm}^2$;

④ 质心距离(距弹底): $X_c = 262 \text{ mm}$;

⑤ 惯性比:

$$J_Y/J_X = 0.4776 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2 / 0.0464 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2 = 10.298$$

⑥ $i_{43} = 1.0$, 弹丸射角 $\theta_0 = 45^\circ$;

⑦ 弹体材料 D60, 弹丸质量 $G_1 = 21.76 \text{ kg}$;

⑧ 榴弹全长 $l = 467 \text{ mm}$

2 质点弹道仿真分析

文中在求解弹道诸元算法采用的是四阶龙格-库塔法, 其流程如图3所示。

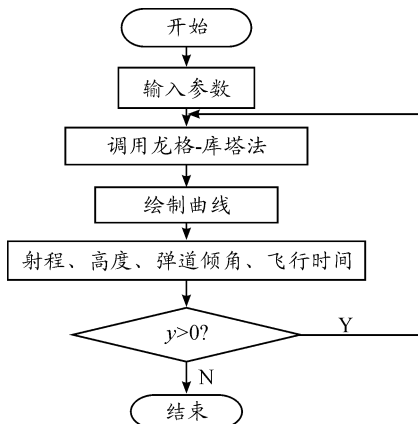


图3 龙格-库塔法程序流程

该方法有如下优点:

对于外弹道的计算, 通常使用龙格-库塔法(Runge-Kutta)^[6], 其优点是计算精度高, 程序简单, 改变步长方便, 具有同一型式的计算流程图, 不需要进行“起始”计算; 缺点是对于每一次的积分步骤都需要计算四次右端函数, 重复计算量十分巨大, 但是这也正是电子计算机所擅长的领域。能很好的适应方程右端为间断函数的情况。四阶龙格-库塔法基于下面公式算 y_{n+1} :

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \\ k_1 = f(x_n, y_n) \\ k_2 = f\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{h}{2}k_1\right) \\ k_3 = f\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{h}{2}k_2\right) \\ k_4 = f(x_n + h, y_n + hk_3) \end{cases} \quad (6)$$

通过将 k_1, k_2, k_3, k_4 在同一点 (x_n, y_n) 泰勒展开, 与四阶泰勒级数法比较系数, 式(6)的截段误差阶为 $O(h^5)$ 。

本文通过 Matlab 软件以直径 122 mm 榴弹进行仿真。根据外弹道学知识可知, 当初始速度、弹丸倾角、弹道系数等初始值一定时, 就可以准确地得出一条弹丸在空中运动的弹道曲线。在通过弹丸弹道仿真时, 弹道系数通过初始值可以直接算出, 弹丸的初始速度、弹道倾角都可以在 Matlab 软件^[12]

中进行更改和制定。在进行仿真时, 我们通常采用方法是用变步长的四阶龙格-库塔法算法进行的, 积分步长自动调控, 允许的相对误差控制在 5% 以内, 绝对误差自行调节, 仿真开始时 $t=0$, 代入初始数据, 开始进行仿真, 以 t 为自变量, 在基准坐标系下建立弹丸质心运动方程组, 本文选择的弹丸弹道系数为 $c=0.6617$ 。初始方向(弹道倾角) $\theta=45^\circ$ 。射程为 16 375 m。弹重为 21.76 kg。在不计空气阻力情况下, 达到 16 375 m 的射程要求初速度 700 m/s。因此本文假设榴弹的射程为 16 375 m 对其进行仿真。获得了弹丸质心飞行弹道的弹道诸元曲线。

122 mm 榴弹质点飞行距离和飞行高度随时间变化曲线如图4; 射程随时间变化的曲线如图5; 射高随时间变化的曲线如图6; 垂直速度随时间变化的曲线如图7; 水平速度随时间变化的曲线如图8。

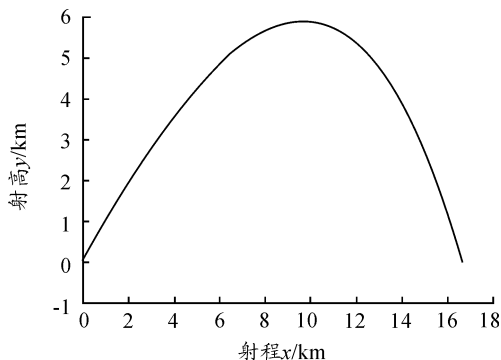


图4 122 mm 榴弹质点运动轨迹

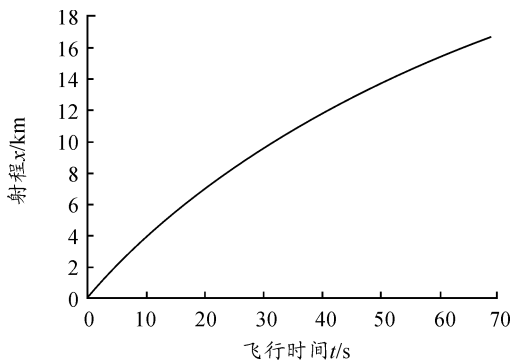


图5 榴弹质点射程变化曲线

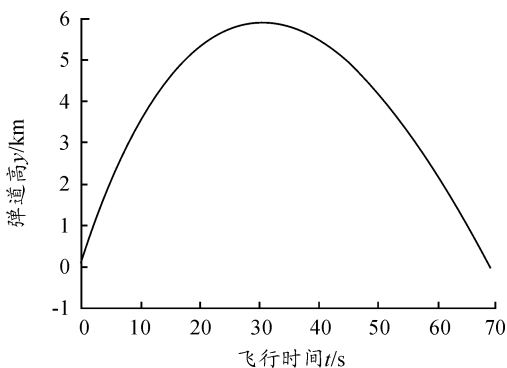


图6 榴弹质点弹道高变化曲线

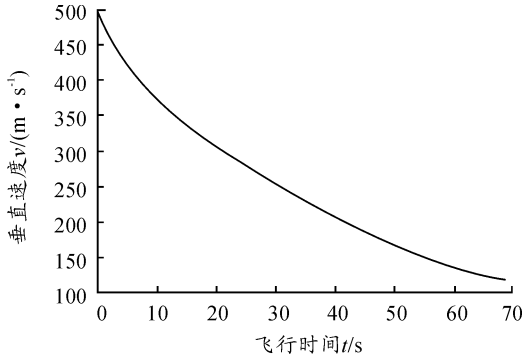


图7 榴弹质点垂直速度变化曲线

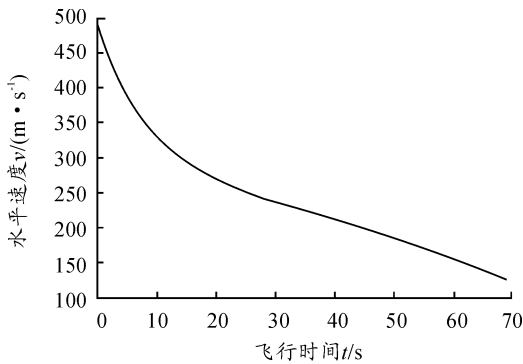


图8 榴弹质点水平速度变化曲线

可以看出在弹丸飞行^[3]过程中,随着时间的增长,速度不断减小。当弹丸达到最高点时,进入下降段,速度缓慢增加。初速为 700 m/s,到达最高点时速度为 265.5 m/s,落地时速度为 294 m/s。

通过仿真结果可以看出最远射程为 16 670 m,查弹道表射程为 16 375 m,误差小于 5%,在允许的范围内。通过弹道表查出其他弹道诸元之值也是在允许的误差范围内,因此仿真模型得到的结果比较符合实际飞行规律。

3 结论

相比于其他的建模软件,Matlab 具有编程效率高、使用方便、扩充能力强、语言简单,内容丰富、高效方便的矩阵和数组运算等优势。通过分析 122mm 榴弹质点运动仿真分析与弹道表数据进行对比,误差在允许的范围内,所得出仿真结果符合实际飞行轨迹,对榴弹在实战演练中具有一定的参考价值。

参考文献:

- [1] 王志军,尹建平. 弹药学[M]. 北京:北京理工大学出版社,2005.
- [2] 焦志刚,弹丸设计理论[M]. 沈阳:沈阳理工大学,2008.
- [3] 曹红松,张亚,高跃飞. 兵器概论[M]. 北京:国防工业出版社,2008.
- [4] 韩子鹏. 弹箭外弹道学[M]. 北京:北京理工大学出版社,2014. 2.
- [5] MATTHEWS S. SMITH. Stability and Dispersion analysis for rockets and projectiles[M]. 1970.
- [6] 陈桂明. 应用 MATLAB 建模与仿真[M]. 北京:科学出版社,2001.
- [7] 王行仁. 建模与仿真的回顾及展望[J]. 系统仿真学报, 1999(5):309-311.
- [8] 宋丕极. 枪炮与火箭外弹道学[M]. 北京:兵器工业出版社,1993.
- [9] 钱林方. 火炮外弹道学[M]. 北京:北京理工大学出版社,2009.

(责任编辑 唐定国)