

气体边界层对平面液膜的稳定性影响

衣 然,覃粒子

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191)

摘要:利用线性化方程处理,分别以线性型、二次函数型以及修正的 Stokes 型 3 种不同的气体速度型对自由平面液膜进行了稳定性分析,并与无黏气体进行了对比;结果表明,修正的 Stokes 速度型与已有文献中的实验结果吻合最好,且液膜的稳定性随边界层的厚度增大而提高。考虑气体黏性能够提高对平面液膜稳定性分析的准确性。

关键词:平面液膜;黏性气体;边界层速度型模型;线性稳定性分析

本文引用格式:衣然,覃粒子. 气体边界层对平面液膜的稳定性影响[J]. 兵器装备工程学报,2017(11):197-200.

Citation format:YI Ran,QIN Lizi. The Effect of Gas Boundary Layer on the Instability of a Liquid Sheet[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering,2017(11):197-200.

中图分类号:O659

文献标识码:A

文章编号:2096-2304(2017)11-0197-04

The Effect of Gas Boundary Layer on the Instability of a Liquid Sheet

YI Ran, QIN Lizi

(School of Astronautics, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: The effect of viscous air on the stability of a planar liquid sheet was studied. Three velocity profiles (linear, quadratic and modified Stokes models) were combined separately with linear instability analysis. Dispersion curves of the three conditions were compared with experimental data in former literature, and the inviscid air result was referenced as well. It is shown that the modified Stokes velocity profile yields excellent agreement with experimental data. Besides, for all three boundary velocity profiles, the instability of liquid sheet improves with the increase of the boundary thickness. Taking the gas viscosity into consideration can stabilize the sheet and improve the accuracy of the calculation result.

Key words: planar liquid sheet; viscous gas; boundary velocity profiles; linear stability analysis

自由平面液膜进入气体环境下的稳定性研究在造纸^[1]、薄膜淋涂^[2]等行业中有广泛的应用价值,并对发动机燃烧室中的喷雾燃烧^[3]有着重要的基础研究意义。这是由于喷雾质量对发动机燃烧效率尤为重要,而液流破碎雾化的先期就是由射流的不稳定性所引发。平面液膜拥有较为简单的几何结构,其不受视线遮挡的特点使其更易在实验中展现其表面的波动情况及破裂阶段与相应特征。对于更常见的环形液膜来说,平面液膜是其曲率半径趋近于无穷大时的极限情况,但从不稳定的发展阶段和破裂特点来看,二者并没有本质的区别^[4]。因此,理论分析的相对简单性和实验观测的清晰性导致平面液膜的不稳定性自 20 世纪 50 年代以来一直

是众多学者的研究方向^[5-8]。通过总结前人的研究结果,可以对平面液膜的稳定性给出以下简要的结论:① 平面液膜的失稳状态分为反对称和对称两种模式,而失稳的主导模式是要根据流体的物性参数及流动条件决定的;② 平面液膜失稳的主要原因是气、液界面的速度差异引致的;③ 液体的黏性对液膜的稳定性具有重要影响,且在大多常见物性条件下,黏性主要起到了抑制失稳的作用;④ 气体的可压缩性会对液膜的失稳有促进作用,尤其是在气体马赫数超过 0.3 后,这一促进作用愈加明显。

为了简化计算,气体的黏性常在理论计算中被忽略,这是由于液体的黏性与之相比对液膜的稳定性影响显著^[9]。

收稿日期:2017-06-29;修回日期:2017-07-25

作者简介:衣然(1993—),女,硕士研究生,主要从事流体稳定性分析及雾化研究。

通讯作者:覃粒子(1978—),男(土家族),副教授,主要从事气液两相流流动、超声速喷管内流动与型面设计、脉动燃烧与脉冲喷气推进研究。

根据边界条件

$$\begin{cases} U_g^*(\pm a^*) = U_l^* \\ U_g^*(\pm(a^* + \delta^*)) = U_g^{**} \end{cases} \quad (14)$$

可得 $b_0 = U_l^*$, $b_1 = U_g^{**} - U_l^*$ 。

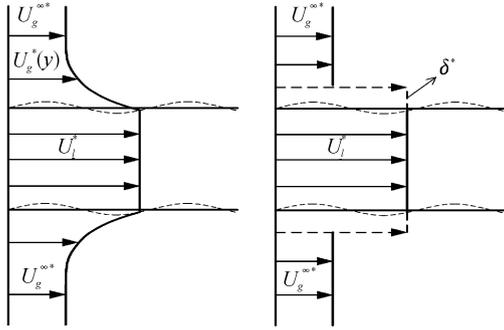


图2 气体边界层速度型示意图

根据卡门动量积分方法,将均匀来流与静止平板间的边界层增长规律转化为气体与平面液膜间的边界层增长规律,且平面液膜的上下两面对称。此时,由边界层厚度表达式可以得到

$$\delta^* = 3.46\sqrt{v_l^* t^*} \quad (15)$$

$$t^* = x^* / |U_l^* - U_g^{**}| \quad (16)$$

其中 t^* 为特征时间,与气液相对速度有关。

2.2. 二次函数速度型

设边界层内二次函数型的气体轴向速度表达式为

$$U_g^* = \begin{cases} b_0 + b_1\left(\frac{y^* - a^*}{\delta^*}\right) + b_2\left(\frac{y^* - a^*}{\delta^*}\right)^2, [a^*, a^* + \delta^*] \\ b_0 - b_1\left(\frac{y^* + a^*}{\delta^*}\right) + b_2\left(\frac{y^* + a^*}{\delta^*}\right)^2, [- (a^* + \delta^*), -a^*] \end{cases} \quad (17)$$

在计算边界条件时,除了要满足式(14)外,还需满足

$$\left. \frac{dU_g^*}{dy^*} \right|_{y^* = \pm(a^* + \delta^*)} = 0 \quad (18)$$

结合边界条件后,可计算出式(17)中的各常数分别为 $b_0 = U_l^*$, $b_1 = 2(U_g^{**} - U_l^*)$, $b_2 = U_g^{**} - U_l^*$ 。同样地,由卡门动量积分方程中的边界层厚度计算可得

$$\delta^* = 5.48\sqrt{v_l^* t^*}$$

其中 t^* 为特征时间,也与气液相对速度有关,即给出。

2.3 修正的 Stokes 速度型

Söderberg 等^[10]将 Stokes 第一类问题的解延伸,并给出气体速度型为

$$U_g^* = U_l^* + (U_g^{**} - U_l^*)\text{erf}(\eta/2) \quad (19)$$

其中:erf 代表误差函数; η 为无量纲数,即

$$\eta = (y^* - a^*)/\sqrt{\nu_g^* t^*} \quad (20)$$

其中: ν_g^* 为气体运动黏度; t^* 为特征时间,反映了气体边界层在轴向不同位置处的厚度。注意,这里定义的特征时间中分母为气液之间的相对速度差,而非 Tammissola 等^[1]定义的 $t^* = x^*/U_l^*$ 。这是由于当液体速度不变而气液速度差变大时,物理上气液间剪切力也随之增大,则某一轴向位置处气

体边界层厚度将变薄。但当 t^* 仅随 U_l^* 变化时此情况下对应的边界层却由于 t^* 的不变而厚度不变。因此,需要对此进行如式(16)的修正,以更符合物理实际情况。此时,则 η 可改写为

$$\eta = (y - 1)\sqrt{Re_r/x} \quad (21)$$

其中, $Re_r = |U_l^* - U_g^{**}|a^*/\nu_g^*$ 为相对气体雷诺数。

3 线性稳定性分析

采用线性稳定性方法进行求解。线性流体力学方程组具有简正模态形式的解:

$$(u_i, p_i, \eta_j) = (\hat{u}_i, \hat{p}_i, \hat{\eta}_j)\exp(ikx + \omega t) \quad (22)$$

其中: k 为实数,代表液膜扰动波数; $\omega = \omega_r + i\omega_i$ 为复数,其中实部 ω_r 代表增长率,虚部 ω_i 代表了波动频率。注意,由于在计算中取反对称扰动模式,则有 $\eta_1 = \eta_2$ 。

3.1 气体无黏

当气体无黏,即 $U_g^* = U_g^{**}$ 为常数时,将式(22)代入线性化控制方程及边界条件(1)~(11)中,得到一组线性齐次方程

$$D(\omega, k)x = 0 \quad (23)$$

则问题的实质为求解方程具有非零解的条件特征值问题,即令 $|D(\omega, k)| = 0$ 。在正弦模式下,解得无量纲色散方程为

$$\frac{(L^2 + K^2)}{Re_l} \tan h(K) - \left(\frac{2}{Re_l}\right)^2 K^3 L \tan h(L) + \rho(\Omega + iKU_g^{**}) + \frac{K^3}{We_l} = 0 \quad (24)$$

其中:无量纲波数 $K = ka^*$;无量纲时间频率为 $\Omega = \omega a^*/U_l^*$; $L^2 = K^2 + Re_l(\Omega + iK)$ 。

3.2 气体有黏

仍采用式(22)所示的扰动形式。当气体有黏时,由于气体速度型的存在,使得此时无法获得解析解,而只能依靠数值计算的方法进行计算。这里采用 Ye 等^[11]所述的谱方法,并基于 Matlab 实现数值计算过程,从而求解出给定 K 下对应的 Ω 值。

4 结果分析

图3为按照 Tammissola 等^[1]给出的实验工况参数下的3种气体速度型的色散曲线对比图,其中散点为实验数据,虚线为气体无黏时的计算结果。在液膜轴向距离 $x = 600$ 下,当考虑气体粘性时,线性型对应的增长率最小,二次函数型次之,修正的 Stokes 型最大。且 Stokes 速度型对应的色散曲线与实验测量结果最为接近,这与 Tammissola 等^[1]给出的结论一致,因此本文以 Stokes 速度型作为理论计算结果的最准确解。相比较气体无黏情况,可以发现,气体黏性能够抑制液膜的失稳,且气体速度型的区别所带来的色散曲线的差异远小于忽略气体黏性时所带来的差别,即考虑气体黏性时不论采用何种的速度型,都会减小气体无黏时的计算误差。因

此在计算中采取形式较为简单的线性、二次函数型速度型^[12]也能取得与实验计算接近的计算结果。

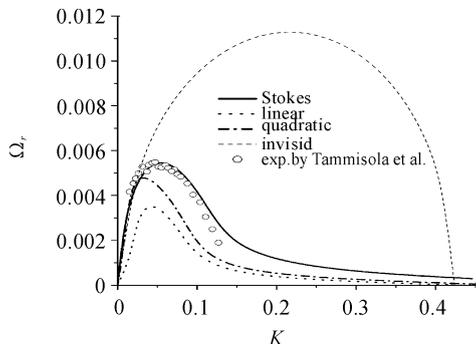


图3 平面液膜进入静止气体环境下,理论色散曲线与实验对比结果,包括考虑气体粘性的3种速度型以及无粘气体的计算结果。其中 $Re_l = 2\,910$, 液膜无量纲轴向距离为 $x = 600$

由于主导波数对应的最大增长率代表了此波长在液膜表面波动中的增长速率最快,因此常被作为一个重要的特征参数。图3给出了在不同轴向距离 ($x = 200, 400, \dots, 1\,800, 2\,000$) 下,3种速度型所对应的最大增长率 Ω_m 与其无量纲边界层厚度 δ 的关系。可以看到,3种速度型下, Ω_m 均与 $\delta^{-1/2}$ 基本成正比关系,表明对同一种速度型而言,边界层越厚,增长率越小,液膜越稳定,且 Stokes 速度型对应的斜率最小,在对应 x 较小处(此工况下约为 $x = 100$)时,其最大增长率会被二次函数型反超。从这一角度来说,只有给出液膜轴向位置(或边界层厚度)的前提下,讨论线性、二次函数型相比理论准确解 Stokes 速度型而言的稳定性,才是有意义的。

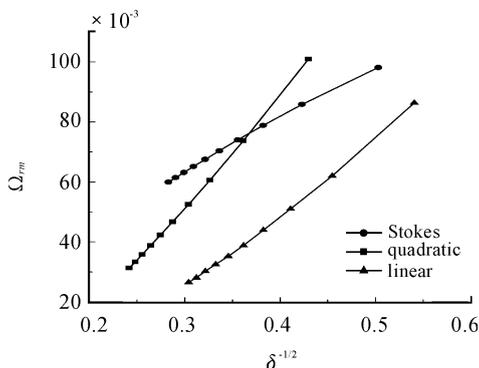


图4 平面液膜进入静止气体环境下,3种气体速度型下的最大增长率与不同轴向位置处 ($x = 200, 400, \dots, 1\,800, 2\,000$) 对应的边界层厚度 δ 的关系 其中 $Re_l = 2\,910$ 。

5 结论

- 修正的 Stokes 速度型与文献实验对比结果最好。
- 在气体有黏情况下,速度型模型之间带来的增长率

的差异远小于与气体无黏结果的差异,证明了气体黏性在准确计算色散曲线时的重要作用。

3) 同一种速度型下,液膜的稳定性随着气体边界层厚度的增大而提高。

参考文献:

- [1] TAMMISOLA, OUTI, SASAKI, et al. Stabilizing effect of surrounding gas flow on a plane liquid sheet[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2011, 672: 5 - 32.
- [2] DYSON R J, BRANDER J, BREWARD C J W, et al. Long-wavelength stability of an unsupported multilayer liquid film falling under gravity[J]. Journal of Engineering Mathematics, 2009, 64(3): 237 - 250.
- [3] CAO J, LI X. Stability of plane liquid sheets in compressible gas streams[J]. Journal of Propulsion & Power, 2012, 16(4): 623 - 627.
- [4] LOZANO A, GARCIA A OLIVARES A, DOPAZO C. The instability growth leading to a liquid sheet breakup[J]. Physics of Fluids, 1998, 10(9): 2188 - 2197.
- [5] SQUIRE H B. Investigation of the instability of a moving liquid film[J]. British Journal of Applied Physics, 1953, 4(6): 167.
- [6] LI X, TANKIN R S. On the temporal instability of a two-dimensional viscous liquid sheet[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1991, 226: 425 - 443.
- [7] 曹建明. 液体喷雾学[M]. 北京: 北京大学出版社, 2013.
- [8] ZANDIAN A, SIRIGNANO W A, HUSSAIN F. Three-dimensional liquid sheet breakup: vorticity dynamics [C]// Aiaa Scitech. [S. l.]: [s. n.], 2015.
- [9] IBRAHIM E A. Effects of compressibility on the instability of liquid sheets [J]. Chemical Engineering Communications, 1997, 161(1): 25 - 44.
- [10] SÖDERBERG L D, ALFREDSSON P H. Experimental and theoretical stability investigations of plane liquid jets[J]. European Journal of Mechanics-B/Fluids, 1998, 17(5): 689 - 737.
- [11] YE H Y, YANG L J, FU Q F. Spatial instability of viscous double-layer liquid sheets[J]. Physics of Fluids, 2016, 28(10): 167 - 282.
- [12] LOZANO A, BARRERAS F, HAUKE G, et al. Longitudinal instabilities in an air-blasted liquid sheet [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2001, 437(437): 143 - 173.