

## 车路协同下考虑绿波协调的公交优先控制

胡兴华<sup>1,2</sup>, 朱晓宁<sup>\*1</sup>, 隆冰<sup>3</sup>

(1. 北京交通大学 交通运输学院, 北京 100044; 2. 重庆市交通规划勘察设计院, 重庆 401121;  
3. 重庆市交通规划研究院, 重庆 400020)

**摘要:** 在绿波协调控制交叉口群中, 为分析公交优先控制对后续交叉口群的扰动, 基于车流运行时间偏移分布, 以概率期望描述了交叉口各相位绿时左端和右端时长变化引起的后续交叉口群在绿波带内、绿波带间的延误变化; 采用组合优化的方法, 以交叉口群在车速引导下的公交通行效益优化为上层模型, 以交叉口群在公交优先控制下的延误优化为下层模型, 对公交引导车速和信号控制参数进行协同优化. 通过算例分析表明, 公交优先控制模型有效提升了交叉口整体通行效益, 最大化减小了对周边交叉口群的不利影响.

**关键词:** 城市交通; 公交优先控制; 延误; 绿波协调; 车路协同

## A Bus Priority Control Model Considering Green Wave Coordination under Cooperative Vehicle Infrastructure System

HU Xing-hua<sup>1,2</sup>, ZHU Xiao-ning<sup>1</sup>, LONG Bing<sup>3</sup>

(1. School of Traffic and Transportation, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China; 2. Chongqing Communication Planning Survey & Design Institute, Chongqing 401121, China; 3. Chongqing Transport Planning Institute, Chongqing 400020, China)

**Abstract:** In order to analyze the perturbation of the bus-priority control to the intersection group under the green-wave coordinated control, delay changes of the subsequent intersection group in and between green wave bands are described by the probability expectation of the length changes in each intersection signal green phase left and right ends, based on the analysis of traffic flow run-time migration distribution. The guiding speed of bus and the parameters of signal control are optimized collectively by the combinatorial optimization model, in which the upper model is to optimize the bus traffic efficiency of the intersection group under the guiding speed and the lower model is to optimize the delay of the intersection group under bus priority control. The example shows that the bus priority control model could effectively improve the intersection traffic efficiency and minimize adverse effects on surrounding intersections.

**Keywords:** urban traffic; bus priority control; delay; green wave coordinated control; cooperative vehicle infrastructure system

收稿日期: 2016-10-25

修回日期: 2017-01-10

录用日期: 2017-01-16

基金项目: 国家自然科学基金/National Natural Science Foundation of China(71390332, 60870014); 高等学校博士学科点专项科研基金/The Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China(20130009110001).

作者简介: 胡兴华(1981-), 男, 河北石家庄人, 博士生.

\*通信作者: xnzhu@bjtu.edu.cn

## 0 引言

车路协同理论的日趋成熟,为公交优先控制提供了精细化参数的获取手段,为实现公交运行状态与信号配时参数的协同优化提供了基础.相关研究表明,车路协同下车辆的总行驶时间、平均行程时间及平均延误比传统环境下均有极大降低<sup>[1]</sup>. Dresmer等<sup>[2]</sup>标志性地将交叉口的通行资源进行统一管理,实现了针对车辆个体的调度指挥.在此基础上, Mohammad等<sup>[3]</sup>采用数学方法得到车路协同系统可通过减少驾驶员的反应时间从而提高交通运行效率的结论. Brain等<sup>[4]</sup>对车路协同下的数据获取、信号控制方法进行了研究,显示了车路协同系统在交通控制方面的优越性. Cai等<sup>[5-6]</sup>提出了在车路协同环境下基于信息交互和车速引导的无信号协同优化控制方法. 国内针对车路协同研究时间较短,但也取得丰富成果. 杨晓光等<sup>[7]</sup>归纳总结了车路协同下交通运行规律,构建了交叉口实时自适应控制机制. 张存保等<sup>[8-9]</sup>提出了在车路协同条件下单点交叉口信号控制的基本优化流程和思路,对个体车辆的延误和停车次数进行了优化. 马万经等<sup>[10]</sup>选取了公交运行状态为优化目标,针对优先请求响应和优先请求不响应等基本情景设计了车辆最佳速度调整规则簇,提出了公交协调优化运行速度和优先控制方案的方法.

以上研究对车路协同系统进行了分析和设计,但对公交优先控制的支持尚处于起步阶段,且对交叉口内部效益均衡考虑较为薄弱. 本文以固定信号周期作为交叉口群公交优先协调控制的基本前提,分析车路协同环境下交叉口公交优先控制对相邻交叉口群协调关系的扰动影响,实现交叉口群通行效益最优.

## 1 车路协同下的公交优先控制

车路协同系统的发展,为公交优先控制获取实时、准确的公交运行状态、交叉口信号控制状态、道路交通运行状态、车辆载客量等信息创造了条件,为解决公交与社会车辆的优先权、公交与公交的信号冲突问题,体现“公交优先的本质是实现人的优先”、在系统角度解决车辆优先与乘客优先的博弈问题提供了环境基础. 车路协同下的公交优

先控制流程如图1所示.

## 2 考虑车流运行时间偏移的进口道延误分析

### 2.1 绿波带内车辆延误计算

公交优先信号控制改变了交叉群的协调关系,对绿波带内公交车,优先策略虽能保障公交优先通过当前交叉口,但可能增加公交在下游交叉口的等待时间;对绿波带间的公交车,可能因控制参数改变而顺利通过下个交叉口.

结合交叉口间车辆运行时间与绿波带相位时差之间的偏离量 $\tau$ 概率分布,分别考虑单个车辆的运行时间偏离期望和延误,从非集计的角度计算交叉口整体延误. 本文假设交叉口间车流运行时间与绿波带设置的路段运行时间偏离 $\tau$ 服从正态分布,  $f(\tau) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{\tau^2}{2\sigma^2})$ ,并假设95%以上的车流运行时间偏离量 $\tau$ 小于信号周期时长 $c$ ,即  $\int_{-c}^c \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{\tau^2}{2\sigma^2}) d\tau = 0.95$ ,以此求解标准差 $\sigma$ . 对于实际情况中的车流运行时间偏离量,可结合交通调查统计车辆运行时间偏离量分布,以此拟合概率分布函数.

#### (1) 绿波带内绿灯相位绿时变化.

对于相位右端绿时延长情况下,  $t \in (g, g + \Delta t_{rk})$  驶出的车辆,当车辆在交叉口1与2之间的路段运行时间偏离量 $\tau \in (-g - r - t, -g - t)$ 时,车辆延误  $D_r = -\tau - g - t$ ;当车辆在路段运行时间偏离量 $\tau \in (-t, r - t)$ 时,车辆延误  $D_r = r - t - \tau$ . 车辆在下游交叉口中的延误如图2所示.

以路段车辆运行时间偏离量期望计算交叉口1中 $t$ 时刻驶出的车辆延误,有

$$D_1^N(t) = \int_{g-r-t}^{-g-t} (-\tau - g - t) \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{\tau^2}{2\sigma^2}) d\tau + \int_{-t}^{r-t} (r - t - \tau) \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{\tau^2}{2\sigma^2}) d\tau \quad (1)$$

假设交叉口1中绿灯相位内驶出车辆数为连续分布,取车流分布率函数为 $q(t)$ ,  $t \in (0, g + \Delta t_{rk})$ ,则绿波带内车流延误变化可描述为

$$D_1^N = \int_0^{g+\Delta t_{rk}} q(t) \cdot D_1^N(t) dt \quad (2)$$

对于相位右端绿时缩短 $\Delta t_{rk}$ 情况下,绿波带内

车流延误变化可描述为

$$D_2^N = \int_0^{g-\Delta t_{rl}} q(t) \cdot D_1^N(t) dt \quad (3)$$

对于相位左端绿时延长 $\Delta t_{il}$ 情况下,绿波带内车流延误变化可描述为

$$D_3^N = \int_{-\Delta t_{rl}}^g q(t) \cdot D_1^N(t) dt \quad (4)$$

对于相位左端绿时缩短 $\Delta t_{il}$ 情况下,绿波带内车流延误变化可描述为

$$D_4^N = \int_{\Delta t_{il}}^g q(t) \cdot D_1^N(t) dt \quad (5)$$

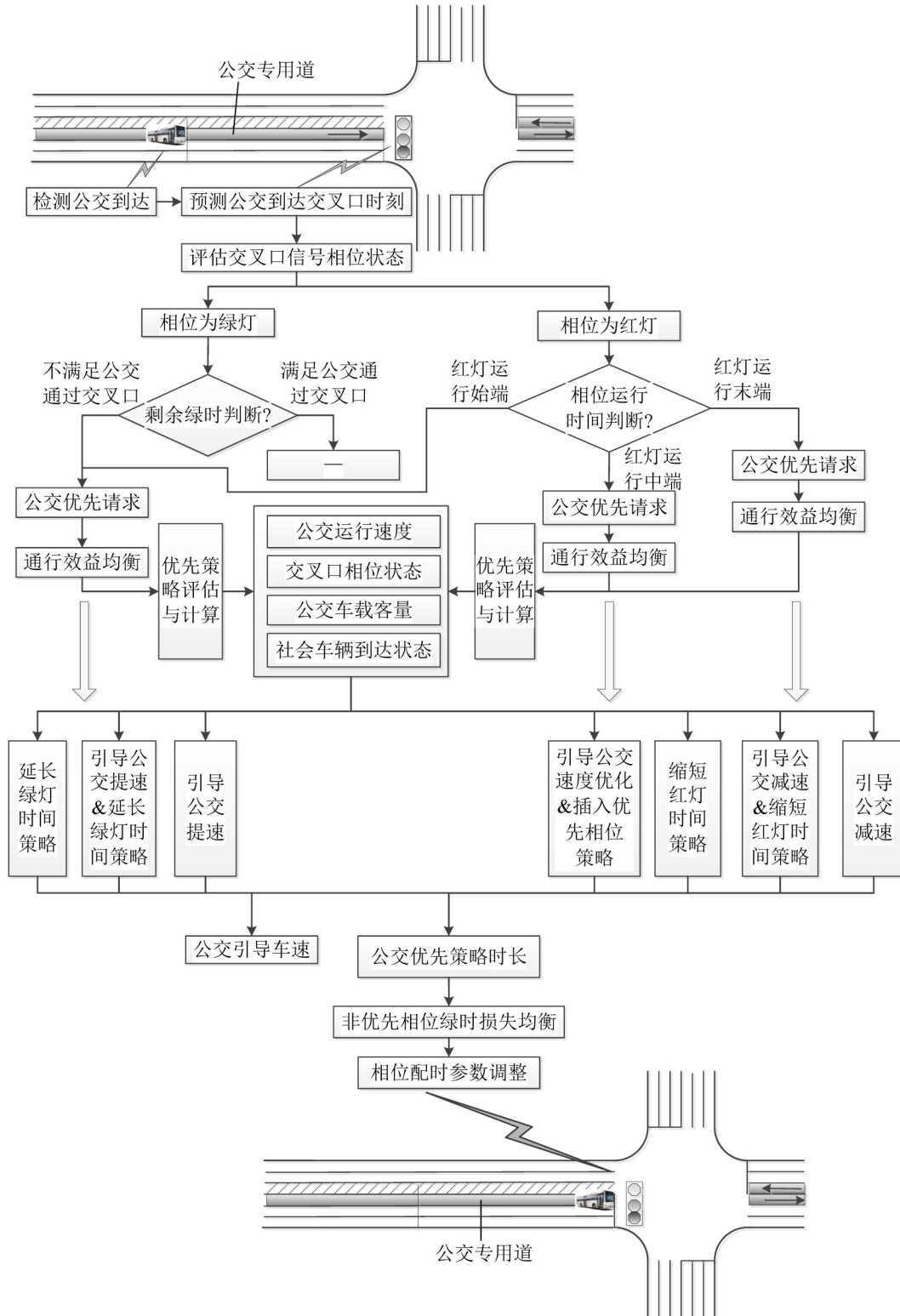


图1 车路协同下公交优先控制流程  
Fig. 1 The process of bus priority control under the CVIS

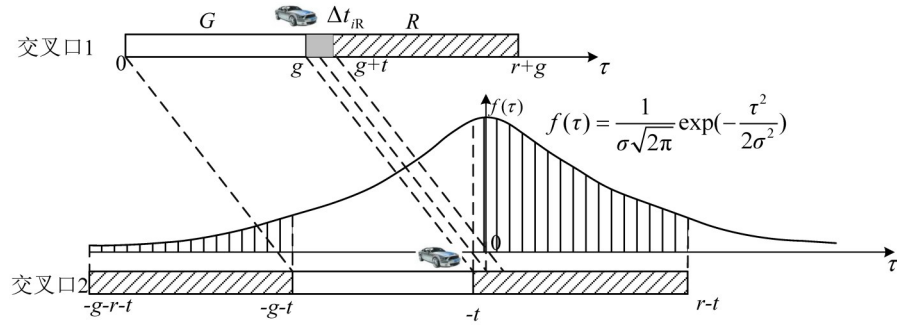


图2 绿波带内延长绿灯时间车辆运行时间偏离量 $\tau$ 分析

Fig. 2 The amount of vehicle running time deviation  $\tau$  under green extension in the green wave band

(2) 绿波带内红灯相位绿时变化.

加, 推导采用插入相位策略后的延误. 绿波带内插入优先相位车辆运行延误如图3所示.

针对相位红时中端插入相位, 分别计算优先相位在 $t \in (0, g)$ 和 $t \in (g + t_{bus}, g + t_{bus} + g_p)$ 时段的延误叠

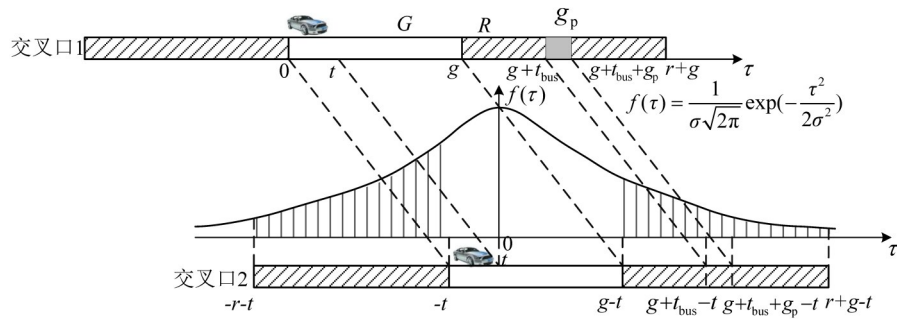


图3 绿波带内插入优先相位车辆运行时间偏离量 $\tau$ 分析

Fig. 3 The amount of vehicle running time deviation  $\tau$  under phase insertion in the green wave band

优先相位在 $(0, g)$ 时段的车辆延误为

驶出车辆, 当车辆在交叉口1与2之间的运行时间偏离量 $\tau \in (g_k - t + \Delta T - r_k, g_k - t + \Delta T)$ , 车辆延误 $D_\tau = \Delta T + g_k - t - \tau$ . 绿波带间绿时右端时长延长车辆运行延误如图4所示.

$$D'(t) = \int_{-r-t}^{-t} (-\tau - t) \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\tau^2}{2\sigma^2}\right) d\tau + \int_{g-t}^{r+g-t} (r - \tau + g - t) \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\tau^2}{2\sigma^2}\right) d\tau \quad (6)$$

$$D' = \int_0^g q(t) \cdot D'(t) dt \quad (7)$$

优先相位在 $(g + t_{bus}, g + t_{bus} + g_p)$ 时段的车辆延误为

以路段车辆运行时间偏离量期望计算交叉口1中 $t$ 时刻驶出的车辆延误, 取车流分布率函数为 $q(t), t \in (0, g_i + \Delta t_{ir})$ , 绿波带内车流延误可描述为

$$D''(t) = \int_{t_{bus}-t-g-r}^{t_{bus}-t-g} (-\tau - t_{bus} - t - g) \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\tau^2}{2\sigma^2}\right) d\tau + \int_{-t-t_{bus}}^{r-t-t_{bus}} (r - t_{bus} - t - \tau) \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\tau^2}{2\sigma^2}\right) d\tau \quad (8)$$

$$D'' = \int_{g+t_{bus}}^{g+t_{bus}+g_p} q(t) \cdot D''(t) dt \quad (9)$$

绿波带内插入优先相位车辆运行延误为

$$D_s^N = D' + D'' \quad (10)$$

## 2.2 绿波带间车辆延误计算

(1) 绿波带间绿灯相位绿时变化.

对于相位右端绿时延长情况下,  $t \in (0, g_i + \Delta t_{ir})$

$$D_1^l(t) = \int_{g_k-t+\Delta T-r_k}^{g_k-t+\Delta T} (\Delta T + g_k - t - \tau) \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\tau^2}{2\sigma^2}\right) d\tau \quad (11)$$

$$D_1^l = \int_0^{g_i+\Delta t_{ir}} q(t) \cdot D_1^l(t) dt \quad (12)$$

对于相位右端绿时缩短 $\Delta t_{ir}$ 情况下, 绿波带间车流延误变化可描述为

$$D_2^l = \int_0^{g_i-\Delta t_{ir}} q(t) \cdot D_1^l(t) dt \quad (13)$$

对于相位左端绿时延长 $\Delta t_{il}$ 情况下, 绿波带间车流延误变化可描述为

$$D_3^l = \int_{-\Delta t_{il}}^{g_i} q(t) \cdot D_1^l(t) dt \quad (14)$$

对于相位左端绿时缩短 $\Delta t_{dL}$ 情况下,绿波带间车流延误变化可描述为

$$D_4^J = \int_{\Delta t_{dL}}^{g_i} q(t) \cdot D_1^J(t) dt \quad (15)$$

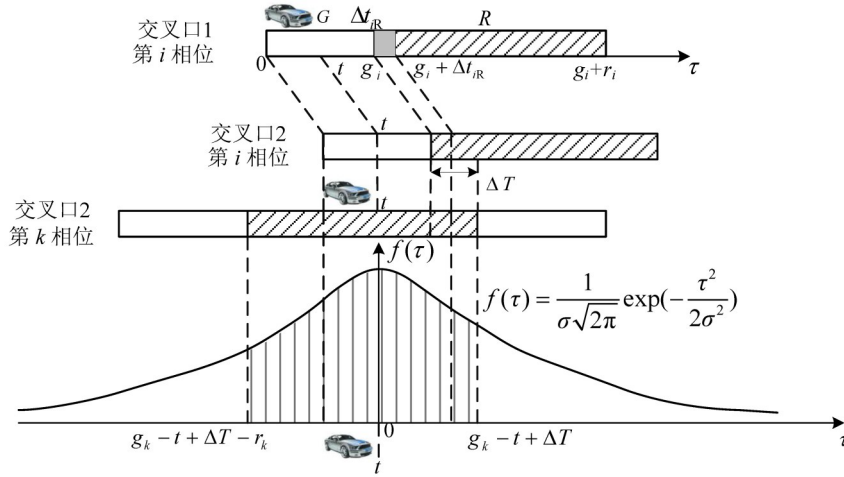


图4 绿波带间绿时右端时长延长车辆运行时间偏离量 $\tau$ 分析

Fig. 4 The amount of vehicle running time deviation  $\tau$  under green extension at right end between the green wave bands

(2) 绿波带间红灯相位绿时变化.

延误如图5所示.

对于相位红时中段插入相位情况下,分别计算优先相位在 $t \in (0, g_i)$ 时段和 $t \in (g_i + t_{bus}, g_i + t_{bus} + g_p)$ 时段的车辆延误叠加,对于交叉口1中跨越绿波带的车辆,当车辆在交叉口1与2之间的运行时间偏离量 $\tau \in (-r_k - t_{bus} - t + \Delta T, -t_{bus} - t + \Delta T)$ ,车辆延误 $D_\tau = -t_{bus} - t + \Delta T - \tau$ ;当车辆在路段运行时间偏离量 $\tau \in (g_k - t_{bus} - t + \Delta T, g_k + r_k - t_{bus} - t + \Delta T)$ ,车辆延误 $D_\tau = g_k + r_k - t_{bus} - t + \Delta T - \tau$ .车辆在下游交叉口中的

相位中 $t \in (0, g_i)$ 时段内 $t$ 时刻驶出的车辆延误为

$$D_{51}^J(t) = \int_{g_k - t + \Delta T - r_k}^0 (\Delta T + g_k - t - \tau) \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\tau^2}{2\sigma^2}\right) d\tau + \int_0^{g_k - t + \Delta T} (\Delta T + g_k - t - \tau) \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\tau^2}{2\sigma^2}\right) d\tau \quad (16)$$

相位中 $t \in (g_i + t_{bus}, g_i + t_{bus} + g_p)$ 时段内 $t$ 时刻驶出的车辆延误为

$$D_{52}^J(t) = \int_{-r_k - t_{bus} - t + \Delta T}^{-t_{bus} - t + \Delta T} (-t_{bus} - t + \Delta T - \tau) \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\tau^2}{2\sigma^2}\right) d\tau + \int_{g_k - t_{bus} - t + \Delta T}^{g_k + r_k - t_{bus} - t + \Delta T} (g_k + r_k - t_{bus} - t + \Delta T - \tau) \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\tau^2}{2\sigma^2}\right) d\tau \quad (17)$$

绿波带间车流延误可描述为

$$D_5^J = \int_0^{g_i} q(t) \cdot D_{51}^J(t) dt + \int_{g_i + t_{bus}}^{g_i + t_{bus} + g_p} q(t) \cdot D_{52}^J(t) dt \quad (18)$$

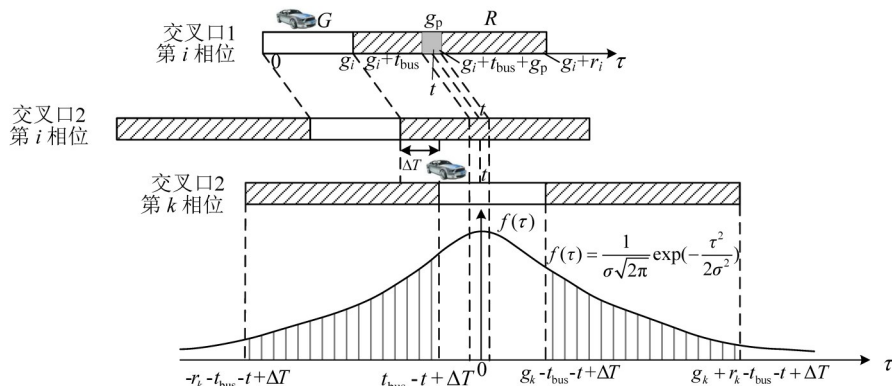


图5 绿波带间插入优先相位车辆运行时间偏离量 $\tau$ 分析

Fig. 5 The amount of vehicle running time deviation  $\tau$  under phase insertion between the green wave bands

### 3 考虑交叉口群绿波协调的公交优先控制优化模型

在绿波协调控制交叉口群中,前沿交叉口信号配时参数的扰动将对相邻交叉口协调关系造成影响,造成部分绿波带内的车辆滞留,从而影响交叉口群的整体通行效益.采用组合优化的方法,分别以公交在交叉口及上游路段延误最小、公交优先控制下的交叉口群总延误最小为上、下层目标函数,以交叉口各相位车辆排空所需的最短绿灯时间为约束,建立车路协同下的交叉口配时优化双层规划模型,对公交引导车速、交叉口配时参数、各相位绿时损失均衡参数进行优化.

#### 3.1 公交延误优化上层模型

考虑公交在绿波协调交叉口群中的延误变化由公交在前沿路段因公交车速引导产生的延误变化、公交在优先控制交叉口中的延误变化、公交在后续协调交叉口群中因前沿交叉口配时参数调整而产生的延误变化3部分组成.

(1) 公交在上游路段的延误变化.

公交车速调整将导致公交乘客延误变化,设公交载客量为 $p_{bus}$ ,社会车辆平均载客量为 $p_{car}$ ,公

$$D_{b3} = \begin{cases} D_1^N |_{q(t)=q_{bus}(t)} \cdot p_{bus}, & \text{延长绿灯时间策略下绿波带内的延误} \\ D_3^N |_{q(t)=q_{bus}(t)} \cdot p_{bus}, & \text{缩短红灯时间策略下绿波带内的延误} \\ D_5^N |_{q(t)=q_{bus}(t)} \cdot p_{bus}, & \text{插入优先相位策略下绿波带内的延误} \\ D_1^I |_{q(t)=q_{bus}(t)} \cdot p_{bus}, & \text{延长绿灯时间策略下绿波带间的延误} \\ D_3^I |_{q(t)=q_{bus}(t)} \cdot p_{bus}, & \text{缩短红灯时间策略下绿波带间的延误} \\ D_5^I |_{q(t)=q_{bus}(t)} \cdot p_{bus}, & \text{插入优先相位策略下绿波带间的延误} \end{cases} \quad (23)$$

以公交车在上游路段和交叉口内的延误最小为目标函数,以公交引导速度 $\bar{v}_b$ 、公交优先策略时长 $t_b$ 为决策变量,得到上层模型如式(24)所示.

$$t_b = \begin{cases} g_e, & \text{延长绿灯时间} \\ r_s, & \text{缩短红灯时间} \\ g_p, & \text{插入优先相位} \end{cases}$$

$$\min f(\bar{v}_b, t_b) = D_{b3} - \Delta D_{b1} - \Delta D_{b2}$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} v_{\min} < \bar{v}_b < v_{\max} \\ g_e \geq 0 \\ r_s \geq 0 \\ g_p > \frac{l_0}{v_b} + L_s \end{cases} \quad (24)$$

式中: $l_0$ 为公交经过交叉口的轨迹线长度; $L_s$ 为相位

交在上游路段的乘客延误变化量 $\Delta D_{b1}$ 为

$$\Delta D_{b1} = p_{bus} \cdot \left( \frac{L}{v_b^0} - \frac{L}{v_b} \right) \quad (19)$$

(2) 公交在优先交叉口中的延误变化.

公交优先控制在减少了公交车在交叉口的排队延误和停车起动的延误的同时也将减小公交晚点延误.考虑公交车制动加速度和启动加速度分别为 $a_{b1}$ 、 $a_{b2}$ ,计算公交在交叉口停驶线内的停车起动的延误变化量 $\Delta D_{b2}^{p1}$ 为

$$\Delta D_{b2}^{p1} = p_{bus} \cdot \left( \frac{v_b^0}{2a_{b1}} + \frac{v_b^0}{2a_{b2}} \right) \quad (20)$$

考虑公交晚点时间为 $t_{bus}$ ,计算公交在优先交叉口内的延误变化 $\Delta D_{b2}^{p2}$ 为

$$\Delta D_{b2}^{p2} = \begin{cases} p_{bus} \cdot r, & \text{延长绿灯时间} \\ p_{bus} \cdot r_s, & \text{缩短红灯时间} \\ p_{bus} \cdot (r - t_{bus}), & \text{插入优先相位} \end{cases} \quad (21)$$

$$\Delta D_{b2} = \Delta D_{b2}^{p1} + \Delta D_{b2}^{p2} \quad (22)$$

(3) 公交在相邻交叉口群中的延误.

分别考虑公交优先策略下,交叉口各相位驶出公交在下游交叉口绿波带内、绿波带间的延误.由第2节分析可知,公交在相邻交叉口群中的延误为

绿灯损失时间.

#### 3.2 交叉口群延误优化下层模型

在车路协同环境下的交叉口群公交优先控制中,为了避免公交优先策略对交叉口信号相位的大幅扰动,针对不同优先策略应采取相应的绿时损失均衡策略,利用各相位绿灯时间始端和末端的时长变化,依照相位顺承关系,实现非优先相位的绿时损失在整周期内均衡,消减公交优先控制在优先交叉口内的绿时冲击.

分别考虑非优先相位绿时左端和右端绿时变化下交叉口群在绿波带内和绿波带间的延误变化,交叉口群延误表示为

$$D = \begin{cases} D_1^N \Big|_{q(t)=q_{car}(t)} \cdot p_{car}, \text{ 绿灯时间左端时长缩短下绿波带内的延误} \\ D_2^N \Big|_{q(t)=q_{car}(t)} \cdot p_{car}, \text{ 绿灯时间左端时长延长下绿波带内的延误} \\ D_3^N \Big|_{q(t)=q_{car}(t)} \cdot p_{car}, \text{ 绿灯时间右端时长缩短下绿波带内的延误} \\ D_4^N \Big|_{q(t)=q_{car}(t)} \cdot p_{car}, \text{ 绿灯时间右端时长延长下绿波带内的延误} \\ D_1^J \Big|_{q(t)=q_{car}(t)} \cdot p_{car}, \text{ 绿灯时间左端时长缩短下绿波带间的延误} \\ D_2^J \Big|_{q(t)=q_{car}(t)} \cdot p_{car}, \text{ 绿灯时间左端时长延长下绿波带间的延误} \\ D_3^J \Big|_{q(t)=q_{car}(t)} \cdot p_{car}, \text{ 绿灯时间右端时长缩短下绿波带间的延误} \\ D_4^J \Big|_{q(t)=q_{car}(t)} \cdot p_{car}, \text{ 绿灯时间右端时长延长下绿波带间的延误} \end{cases} \quad (25)$$

以交叉口群内人均总延误最小为目标函数,以各相位绿时均衡参数 $\Delta t_{il}$ 、 $\Delta t_{ir}$ 为决策变量,以各相位最短绿灯时间为约束,得到下层模型

$$\begin{aligned} \min \varphi(\Delta t_{il}, \Delta t_{ir}) &= D \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} v_{\min} < \bar{v}_b < v_{\max} \\ g_i + \Delta t_{il} + \Delta t_{ir} \geq g_{i,\min} \\ \Delta t_{il} \geq 0 \\ \Delta t_{ir} > 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (26)$$

式中: $\bar{\Delta t}_{il}$ 为交叉口第*i*相位左端绿时增减量, $\bar{\Delta t}_{il} = \begin{cases} \Delta t_{il}, \text{ 相位左端绿时延长} \\ -\Delta t_{il}, \text{ 相位左端绿时缩短} \end{cases}$ ; $\bar{\Delta t}_{ir}$ 为交叉口第*i*相位右端绿时增减量, $\bar{\Delta t}_{ir} = \begin{cases} \Delta t_{ir}, \text{ 相位右端绿时延长} \\ -\Delta t_{ir}, \text{ 相位右端绿时缩短} \end{cases}$

#### 4 求解算法设计

在公交优先控制双层优化模型中,下层交叉口绿时损失均衡参数在上层公交引导车速的约束下进行优化,在可行域中进行循环求取相对最优解;基于上层决策对下层进行优化时,需暂时固定上层决策变量 $\bar{v}_b, g_e, r_s, g_p$ ;考虑到上下层模型的目标函数为多项式,可以借鉴 Gauss-Seidel 迭代思想,分别利用对角化技术进行优化求解;通过循环迭代,求取可接受的引导车速、优先策略时长和均衡参数。

**Step 1** 设定初始决策变量值, $\bar{v}_b, g_e, r_s, g_p$ ,视下层目标函数为 $f(t_1, t_2, \dots, t_8)$ ,其中, $t_1, t_2, \dots, t_8$ 分别表示 $\Delta t_{1L}, \Delta t_{1R}, \dots, \Delta t_{4L}, \Delta t_{4R}$ .在下层模型约束下,计算均衡参数的初始解, $\mathbf{T}^0 = [t_1^0, t_2^0, \dots, t_8^0]$ ,初始化 $j=1, k=0, f^0=0$ ,其中*j*为向量 $\mathbf{T}$ 中的元素序号,*k*为外循环迭代次数, $f^0$ 为预设的目标函数初值。

**Step 2** 定义 $\mathbf{T}^{j-}$ 为除 $t_j$ 外的变量集,赋值 $\mathbf{T}^{k+1} = \mathbf{T}^k$ ,对除 $\bar{v}_b, g_e, r_s, g_p$ 外的变量进行对角化迭代。

**Step 3** 如 $t_j \in \{g_e, r_s, g_p\}, j=j+1$ ;否则暂时固定 $\mathbf{T}^{j-}$ ,得到 $f(t_j, \mathbf{T}^{j-}), t_j \in (t_{j,\min}, t_{j,\max}), t_{j,\min}, t_{j,\max}$ 分别为 $t_j$ 的下界与上界。

**Step 4** 计算满足 $\frac{\partial f(t_j, \mathbf{T}^{j-})}{\partial t_j} = 0$ 的 $t_j$ 值,标识为 $\bar{t}_j$ 。

**Step 5** 如果 $\bar{t}_j \in (t_{j,\min}, t_{j,\max})$ ,计算 $\max\{f(t_{j,\min}, \mathbf{T}^{j,\min-}), f(\bar{t}_j, \mathbf{T}^{j-}), f(t_{j,\max}, \mathbf{T}^{j,\max-})\}$ ;否则计算 $\max\{f(t_{j,\min}, \mathbf{T}^{j,\min-}), f(t_{j,\max}, \mathbf{T}^{j,\max-})\}$ ;将 $\max f$ 对应的 $t_j$ 值赋给 $t_j^{k+1}, j=j+1$ 。

**Step 6** 小循环终止准则,if( $j > 8$ ), $k=k+1$ ,转至step7;否则返回step3。

**Step 7** 优化上层模型决策变量,暂时固定下层模型中的均衡参数 $t_1, t_2, \dots, t_8$ ,对变量 $\bar{v}_b, g_e, r_s, g_p$ 进行对角化迭代,更新 $\bar{v}_b, g_e, r_s, g_p$ ,得到 $\mathbf{T}^{k+1}$ 。

**Step 8** 大循环收敛判断准则,如果 $|f(\mathbf{T}^{k+1}) - f(\mathbf{T}^k)|$ 满足收敛精度,则停止迭代;否则, $j=1$ ,转到step2。

#### 5 算例分析

考虑由相邻5个交叉口组成的交叉口群作为算例分析对象,对交叉口公交优先控制进行分析.考虑各个交叉口采用同一配时参数:周期时长95 s,其中东西直行相位时长32 s;东西左转相位时长20 s;南北直行相位时长25 s;南北左转相位时长18 s,交叉口信号控制设置信号时长倒计时,避免了各相位设置黄灯时间.交叉口群布置及相位配置如图6所示。

考虑交叉口进口道相同的排空能力,其中,交叉口东西向直行进口道饱和流率为4 691 pcu/h,左转进口道饱和流率为2 585 pcu/h;南北向直行进口道饱和流率为2 887 pcu/h,左转进口道饱和流率为2 585 pcu/h.车路协同系统获取公交车该区间实时

载客量为55人,社会车辆单车平均载客量为2.5人,公交车速检测点距离交叉口距离 $L=300\text{ m}$ ,公交在路段运行速度 $v_b^0=30\text{ km/h}$ ,公交启动、制动延误均为5 s.

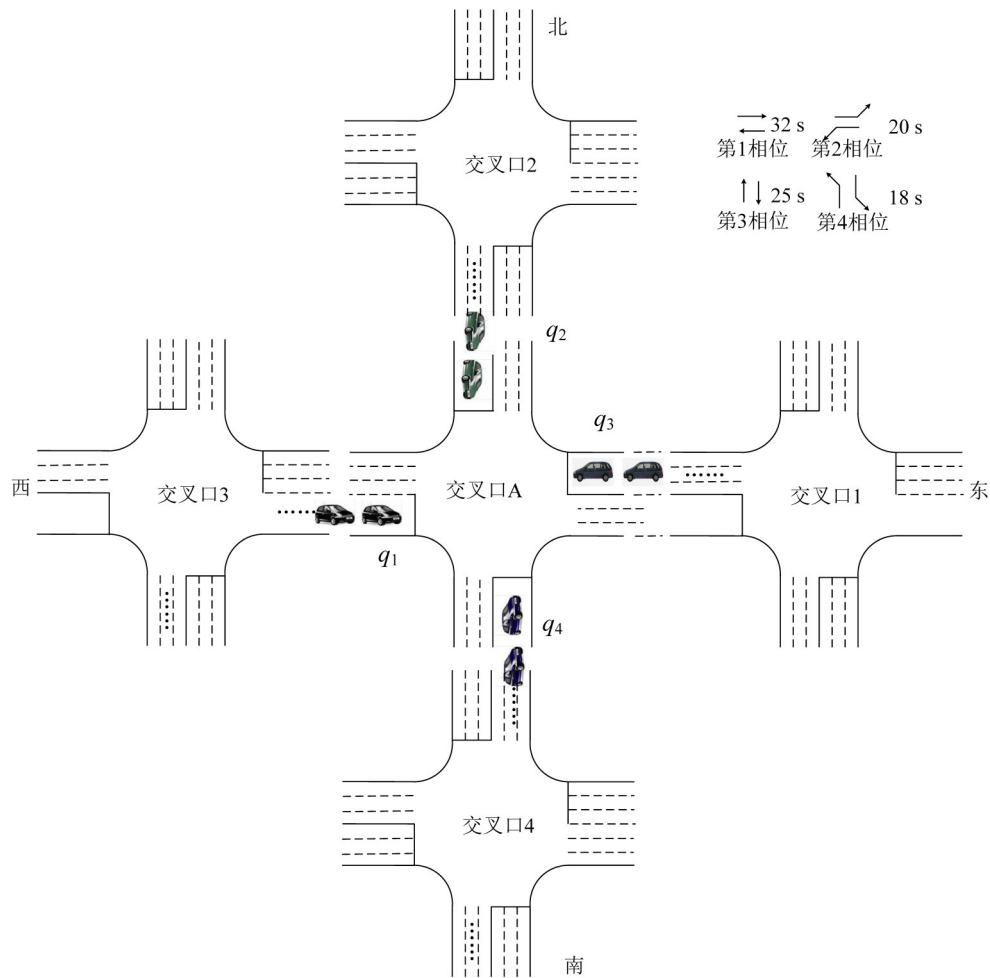


图6 算例交叉口群结构

Fig. 6 The intersection group structure of the example

采用最小二乘拟合法对交叉口A进口道车辆到达累积进行三次多项式拟合,得到表1所示的多项式系数,实现对车路协同系统的函数输入.

通过计算,在公交晚点时间较短时,通过单方面的公交车速提升,避免交叉口采取延长绿灯策略,可保障公交和交叉口群通行效益,引导车速为 $\bar{v}_b=40\text{ km/h}$ ,延长绿灯时间 $g_e=0\text{ s}$ ,公交乘客延误减少5 151 s.

在公交早点时间较短时,采用引导公交适度降速结合交叉口缩短红灯时间的策略,可较大

幅度提升公交和交叉口整体通行水平,引导车速为 $\bar{v}_b=28\text{ km/h}$ ,缩短红灯时间 $r_s=12\text{ s}$ ,公交乘客延误减少673 s,公交优先交叉口人均总延误降低11 471 s,相邻交叉口人均总延误增加7 644 s.

在公交晚点较多时,采用引导公交提速结合交叉口插入优先相位的策略,可在尽量减少周边交叉口不利影响前提下保障公交优先通行,引导车速为 $\bar{v}_b=40\text{ km/h}$ ,插入相位时长 $g_p=8\text{ s}$ ,公交乘客延误减少2 812 s,公交优先交叉口人均总延误减少370 s,相邻交叉口人均总延误增加3 684 s.



表1 交叉口A进口道车流到达三次多项式拟合函数系数

Table 1 The coefficient of the third order polynomial fitting function in approach flow

| $f(x) = \sum_{i=0}^3 a_i x^i$ | 多项式基函数 | $x^3$      | $x^2$      | $x$        | 1          |
|-------------------------------|--------|------------|------------|------------|------------|
|                               | 多项式系数  | $a_3$      | $a_2$      | $a_1$      | $a_0$      |
| 西进口道                          | 直行     | -1.021E-04 | 1.488E-02  | -1.677E-01 | 9.623E-01  |
|                               | 左转     | -2.342E-05 | 3.061E-03  | 5.416E-02  | -1.579E-01 |
|                               | 右转     | -1.672E-05 | 5.431E-03  | 4.825E-02  | -2.016E-01 |
|                               | 公交     | -8.963E-06 | 1.151E-03  | 1.939E-03  | -1.450E-01 |
| 东进口道                          | 直行     | -7.792E-05 | 1.166E-02  | -4.537E-02 | 1.307E+00  |
|                               | 左转     | -2.865E-05 | 4.368E-03  | -1.301E-02 | 2.223E-01  |
|                               | 右转     | -1.942E-05 | 3.985E-03  | -1.208E-02 | 2.883E-01  |
|                               | 公交     | -6.314E-06 | 1.012E-03  | -4.468E-03 | -7.874E-02 |
| 南进口道                          | 直行     | -1.400E-05 | 2.056E-03  | 5.740E-02  | 1.518E-02  |
|                               | 左转     | -1.158E-05 | 1.619E-03  | 1.979E-02  | 1.755E-01  |
|                               | 右转     | -1.236E-05 | 1.772E-03  | 2.032E-02  | 1.877E-01  |
|                               | 公交     | 2.344E-06  | -3.536E-04 | 3.694E-02  | -4.167E-02 |
| 北进口道                          | 直行     | -1.930E-05 | 2.740E-03  | 4.113E-02  | 2.862E-01  |
|                               | 左转     | -1.545E-05 | 2.082E-03  | 2.172E-02  | 9.640E-02  |
|                               | 右转     | -1.457E-05 | 2.331E-03  | 1.989E-02  | 8.977E-02  |
|                               | 公交     | 2.038E-06  | -2.185E-04 | 3.742E-02  | -1.429E-01 |

## 6 结论

本文基于车流运行时间偏移分布,在车路协同交叉口优先控制下,考虑了公交优先交叉口与相邻交叉口群的通行效益均衡,采用组合优化的方法构建了车路协同下的交叉口配时优化双层规划模型,在整体通行效益最优下实现了公交优先。后续应重点针对车路协同下多路公交优先请求冲突问题、车路协同下非专用路权的公交优先控制问题进行研究,以丰富车路协同下公交优先控制理论,提升相关方法的实用性。

### 参考文献:

- [1] 杨帆, 云美萍, 杨晓光. 车路协同系统下多智能体微观交通流模型[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2012, 40(8): 1189-1196. [YANG F, YUN M P, YANG X G. Microscopic traffic flow model based on multi-agent in CVIS circumstance[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2012, 40(8): 1189-1196.]
- [2] DRESNER K, STONE P. Multiagent traffic management: An improved intersection control mechanism[C]// Proceedings of the Fourth International Joint Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems, ACM, 2005: 471-477.
- [3] MOHAMMAD N, HOSSEIN P. The effect of VII market

penetration on safety and efficiency of transportation networks[C]//Proceedings of International Conference on Communications Workshops, Dresden: IEEE, 2009.

- [4] BRIAN S, RAMKUMAR V, HYUNGJUN P. Intellidives traffic signal control algorithms[R]. Charlottesville: University of Virginia, 2011.
- [5] CAI B, ZHENG Z, GUAN W S, et al. Unsignalized cooperative optimization control method based on vehicle speed guidance and information interaction[C]// IEEE, International Conference on Intelligent Transportation Systems, IEEE, 2014: 57-62.
- [6] CAI B, YANG S, SHANGGUAN W, et al. Test sequence generation and optimization method based on cooperative vehicle infrastructure system simulation[C]// IEEE, International Conference on Intelligent Transportation Systems, IEEE, 2014: 69-74.
- [7] YANG X G, YAO J, ZHU T, et al. Vehicle infrastructure integration experimental platform based on holographic information[C]//16th World Congress on Intelligent Transportation Systems, Stockholm, 2009.
- [8] 张存保, 冉斌, 梅朝辉, 等. 车路协同下道路交叉口信号控制优化方法[J]. 交通运输系统工程与信息, 2013, 13(3): 40-45. [ZHANG C B, RAN B, MEI Z H, et al. An optimization method of traffic signal control based on cooperative vehicle infrastructure system[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2013, 13(3): 40-45.]