

基于破产模型的出租车合乘定价方法

卢雨婷¹, 李登峰^{*2}, 胡勋锋³

(1. 福建省社会科学院, 福州 350025; 2. 福州大学 经济与管理学院, 福州 350108;
3. 绍兴文理学院 经济与管理学院, 浙江, 绍兴 312000)

摘要: 作为一种缓解打车难及减少空气污染的方法, 出租车合乘越来越普遍. 为了更合理地为出租车合乘定价, 依据出租车的载客数量, 在将出租车的一次载客过程分为若干阶段的基础上, 为其中的合乘阶段建立了破产模型. 通过深入分析这一情境所对应破产模型解应满足的特点, 利用Talmud法则来求解该模型, 由此提出了一种出租车合乘定价方法. 算例分析表明, 由该方法确定的合乘费用具有随着合乘人数和距离增加而增加, 但增幅减缓的特点, 从而提高了出租车司机和乘客参与多人合乘和长途合乘的积极性. 研究结果可为相关部门制定出租车合乘政策提供决策参考.

关键词: 城市交通; 定价方法; 破产模型; 出租车合乘; Talmud法则

A Pricing Method for Ride-sharing Taxi Based on the Bankruptcy Model

LU Yu-ting¹, LI Deng-feng², HU Xun-feng³

(1. Fujian Academy of Social Sciences, Fuzhou 350025, China; 2. School of Economics and Management, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China; 3. School of Business and Management, Shaoxing University, Shaoxing 312000, Zhejiang, China)

Abstract: In order to relieve taxi-taking difficulty and reduce air pollution, taxi ride-sharing becomes more and more popular. So as to set price of a ride-sharing taxi more fairly, a loaded-run of a taxi is divided into several stages according to the number of passengers carried by the taxi. And then a bankruptcy model for every ride-sharing stage is established. After the analysis of the properties, which should be satisfied by the solutions of the bankruptcy model corresponding to this situation, the Talmud rule is used to solve the model. Thereby a pricing method for ride-sharing taxi is proposed. Exponential analysis shows that the fees determined by the proposed method are increasing with the number of ride-sharing passengers and with the distance of the ride-sharing, but with a slow increasing. Thus, the proposed method can increase the incentives of taxi drivers and passengers to participate in multi-person taxi ride-sharing and in long-run taxi ride-sharing. Research results can be taken as references for related managements to formulate policies about taxi ride-sharing.

Keywords: urban traffic; pricing method; bankruptcy model; taxi ride-sharing; Talmud rule

0 引言

据文献报道, 北京、重庆、南昌、福州等城市或

其部分地区已允许出租车合乘. 关于合乘定价问题, 目前的做法是直接设定一个独乘费用百分比.

收稿日期: 2016-11-15

修回日期: 2017-02-23

录用日期: 2017-03-09

基金项目: 国家自然科学基金/National Natural Science Foundation of China (71231003, 71572040); 福建省社会科学规划项目/Fujian Social Science Planning Project (FJ2015C230).

作者简介: 卢雨婷(1988-), 女, 福建福州人, 讲师.

*通信作者: lidengfeng@fzu.edu.cn

例如,北京和南昌规定,合乘路段每客需支付独乘费用的60%.这种定价方法既能降低乘客费用,又能增加出租车司机收入,实乃大快人心之举.然而,简单粗暴的一刀切方式,也存在诸多弊端.

(1) 削弱了乘客参与多人合乘的动机.若有多名乘客的路径相同,他们选择2个人或4个人合乘的费用也相同.此时,他们参与4个人甚至3个人合乘的动机不强.

(2) 削弱了出租车司机参与短途合乘的动机.若有两人路径相同,且独乘费用较低,60%的计费方法将使得司机收入增加相当有限.出于相对公平,他不一定愿意参与合乘.

(3) 没有区分有效合乘与无效合乘.尽管多地都出台了规定,只允许去往同一方向的乘客合乘,但一旦合乘发生,绕道和折返往往不可避免.以图1为例,在 $b \rightarrow c$ 段,尽管乘客1和2都在出租车上,但本路段对乘客1属于绕路,因而该路段的合乘应归结为无效合乘,需由乘客2独自支付车费.在 $c \rightarrow b$ 路段,尽管乘客1仍留在出租车上,但本路段对其也属于绕路,因而该路段应归结于空驶.

(4) 绕道时的计费方式不合理.以图2为例,在点 b , $b \rightarrow f$ 是乘客1的最佳路径.但为了运送乘客2到达目的地,出租车需要走的路线为 $b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f$.显然, $b \rightarrow c$ 段及 $e \rightarrow f$ 段对乘客1属于绕路.按现行的定价方式,乘客1也需为这两段路程付费,这显然不合理.对乘客1而言,尽管绕行给他带来了损失,但 $c \rightarrow d$ 段的合乘却使他节省了费用;对司机而言,绕行会给他带来额外利润.由此,本文认为,在这种情况下,乘客1和司机应均分 $d \rightarrow e \rightarrow f$ 段的费用.

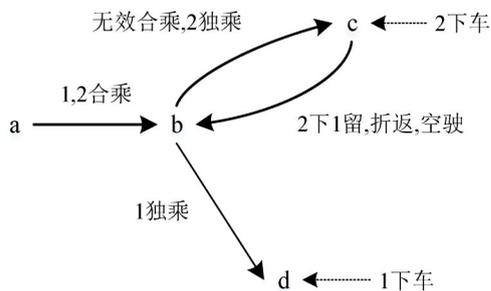


图1 有空驶和折返的行驶路线示例

Fig. 1 A driving route with empty-run and retrace

由以上弊端可知,提出一种更合理的出租车合乘定价方法迫在眉睫.目前,学术界对车辆合乘问题给予了较多关注.Furuhata等对其发展现状进行了综述^[1];Agatz等则对合乘系统中的优化问题,尤其是司机与乘客间的匹配问题进行了综述^[2];Stiglic等则研究了合乘系统中参与者弹性,如出发时间弹性、绕道里程弹性等与系统中成功匹配率的关系^[3].然而,上述文献的研究对象均为合乘系统,其主要研究合乘系统中司机与乘客间的匹配问题,而对其中的费用分摊问题鲜有关注.事实上,一方面,由于发达国家私家车保有量高,因而其合乘多发生于私家车之间;另一方面,发达国家的人口密度小,因而合乘过程中也很少出现多名乘客合乘同一辆车的现象.因此,出租车合乘可视为一类中国特色现象.对应地,出租车合乘定价问题也属于一类中国特色问题.目前,对该特色问题的研究工作尚不多见.

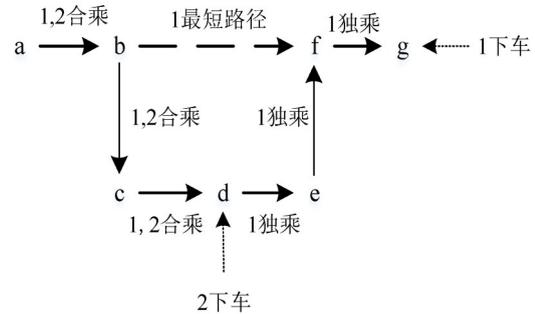


图2 有绕道的行驶路线示例

Fig. 2 A driving route with detour

1 合乘阶段破产模型

出租车合乘是指乘客及出租车司机经协商同意共同乘坐同一辆出租车的行为模式.依据出租车所载的乘客数^①,出租车的状态可分为0、1、2、3、4这5种类型.其中:状态0代表出租车处于空驶状态;状态1、2、3、4则依次代表出租车搭载了1名、2名、3名、4名乘客.状态2、3或4代表合乘状态,而一次合乘则指出租车从进入状态2、3或4到其状态再次改变的过程.

1.1 基本假设

出租车合乘又可分为静态合乘和动态合乘.静

① 现实中也存在1组熟悉的乘客同时上车,但只有1人付费,这种方式不能称为合乘.为了行文方便,本文所指的“乘客”有可能是这样的“1组乘客”.

态合乘是指乘客之间事先约定好上车顺序,司机按序载客所实现的合乘.动态合乘则指在行驶过程中实现的合乘,其过程如下:首先,出租车通过电召(包括电话预约及智能手机打车APP等)或街头巡洋载到第1名乘客,乘客上车后司机询问其是否允许合乘,若乘客允许,则司机将乘客的目的地及车辆的空座数等信息输入控制终端并显示在车内的电子显示牌上.此后,司机关闭其智能手机打车APP^①,并按照乘客的最短线路行驶,其间若有路边乘客街头遥招,则可载运第2名乘客,并询问第1、2位乘客是否允许继续合乘,若两名乘客都允许合乘,司机可继续载运第3名乘客,以此类推.若第1、2名乘客中有一人不同意继续合乘,则司机应关闭车内的电子显示装置,并载运2名乘客到达目的地.下客的顺序则依据最短路径确定.

2名合乘乘客的最短路径之间具有4种可能的关系:相同、包含、存在绕道但不折返、存在绕道且要折返,依次如图3~图6所示.

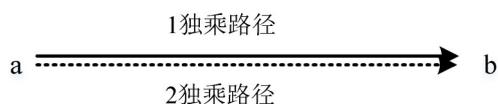


图3 合乘路径相同

Fig. 3 The same ride-sharing route

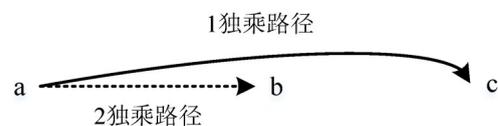


图4 合乘路径包含

Fig. 4 The including ride-sharing route

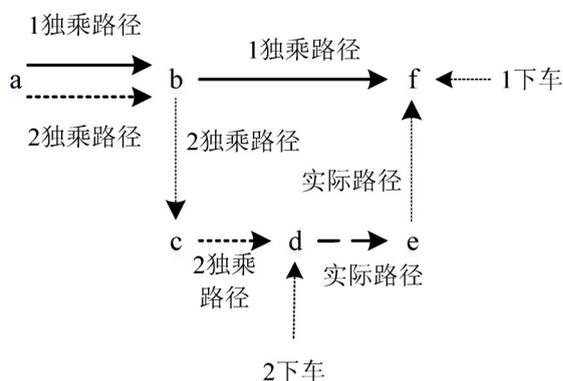


图5 合乘路径存在绕道但不折返

Fig. 5 The ride-sharing route with detour but no retrace

为了能给这4种路径准确计费,计价器及其计费方式应具有如下特点:

① 应能同时为4名乘客分别计费,且可打印发票.

② 本文假设在图5中的 $d \rightarrow e \rightarrow f$ 段,乘客1与司机均分费用(这可视为绕行对乘客1的补偿及对司机的惩罚).相应地,计价器应能设置为只记独乘费用的 $1/2, 1/3, 1/4$.

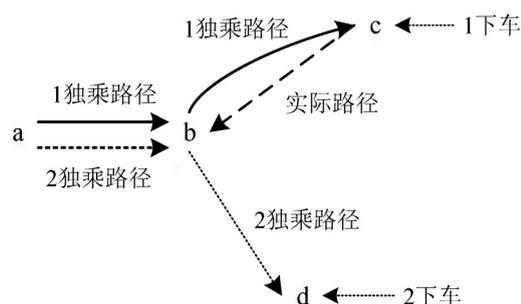


图6 合乘路径存在绕道且要折返

Fig. 6 The ride-sharing route with detour and retrace

③ 本文假设图6中 $b \rightarrow c$ 段及 $c \rightarrow b$ 段不计乘客2的费用.相应地,计价器应能暂停计费.

④ 本文假设图6中出租车从 c 点返回 b 点后,能继续为乘客2计费.相应地,计价器应能继续计费.

此外,本文还假设合乘乘客对城市道路非常熟悉,能判断合乘是否划算,知道自己将处于哪几种路径类型,从而能在合适的时刻提醒司机调整计费方式(图5中的 $d \rightarrow e \rightarrow f$ 段)、暂停计费(图6中的 $b \rightarrow c$ 段及 $c \rightarrow b$ 段)及继续计费(图6从 c 点返回 b 点后).事实上,目前这一点通过智能手机APP很容易做到.

1.2 模型构建

合乘阶段所对应的合乘模型(破产模型)^[5]是一个有序三元组 (N, c, E) ,其中: N 代表合乘乘客集; $c \in \mathbb{R}_+^n$ 为独乘费用向量; $E \in \mathbb{R}_+$ 代表合乘总费用,满足 $E \leq \sum_{i \in N} c_i$.

(1) 独乘费用向量 c .

各乘客在一次合乘中的独乘费用可通过其对应的计价器得到,即通过将合乘结束时计价器的读数减去开始时的读数.

(2) 合乘总费用 E .

由于出租车属于以营利为目的的交通工具,

① 要求司机关闭智能手机打车APP是为了让其将注意力集中在驾车上,从而增加行车的安全性,这也是发达国家的做法,见文献[4].

合乘总费用即为司机在本次合乘中的收入,因而其确定相较于独乘费用向量要复杂.本文把合乘总费用 E 当作合乘乘客数 n 及独乘费用向量 c 的函数,并给出该函数应满足的一些性质.至于其具体选择,则应是出租车司机、乘客及相关管理部门博弈的结果.为了避免第0节中提到的前两个问题,函数 E 应满足如下条件:

① E 是关于 $|N|$ 及 c 的增函数.由此,合乘人数越多、距离越长,司机收入越高.

② $E/|N|$ 是关于 $|N|$ 的减函数.由此,人均费用分摊率会随着合乘人数的增加而减少.

③ $E \geq \max_{i \in N} c_i$.由此,出租车司机在合乘状态下的收入不低于不实行合乘的最高收入.

1.3 合乘模型求解

一旦合乘发生,如何在乘客间分摊合乘总费用就是一个亟待解决的问题.毋庸置疑,任何乘客所分担的费用均不应大于其独乘费用,否则该乘客就没有合乘动机.与此同时,也不应该允许“搭便车”现象产生,即任何乘客的费用均应是非负的.具体地,若向量 $x \in \mathbb{R}^N$ 满足

$$0 \leq x_i \leq c_i (i \in N) \text{ 且 } \sum_{i \in N} x_i = E$$

则称其为合乘模型 (N, c, E) 的一个费用分摊向量.合乘费用分摊方法 f 将赋予任意合乘模型 (N, c, E) 一个唯一的费用分摊向量 $f(N, c, E)$.为了方便合乘或促进合乘的稳定性,费用分摊方法应满足如下性质.

(1) 保底支付性.

每位乘客分摊的费用都不应小于其独乘费用的 $1/|N|$.

(2) 对称性.

若两位乘客独乘费用相等,他们必须分摊等额的合乘费用.

(3) 0独乘费用无关性.

若某一乘客独乘费用为0,那么他不应该分摊合乘费用.进一步,去掉该乘客也不会对其他乘客的费用分摊造成影响.这一现象会在新乘客上车时原乘客仍在起步范围内,且原乘客也在起步范围内下车时出现.

(4) 保序性.

独乘费用大的乘客分摊的合乘费多,对应

地,他在合乘中获得的优惠额度也大.

(5) 一致性.

费用分摊向量也可以通过分摊乘客间合乘总节省间接得到.采用两种方式所得到的费用分摊向量应该是一致的.

(6) 稳定性.

一组乘客既可以选择在下车时各自支付自己的车费,也可选择先派一个代表支付他们的总车费,下车后再以他们所支付的总车费为合乘总费用来构造合乘模型在他们间分摊所支付的总车费.只要所使用的费用分摊方法相同,两种方式产生的费用分摊向量也相同.

以上6条性质中,保底支付性、对称性、0独乘费用无关性和保序性体现了相对公平,一致性和稳定性则体现了分摊方法的稳定性.在破产问题中,Talmud法则^[6]是唯一同时满足这6条性质的费用分摊方法^①.任意乘客 $i \in N$ 的Talmud法则费用分摊向量分量为

$$T_i(N, c, E) = \begin{cases} \min\left\{\frac{c_i}{2}, \lambda\right\}, & E \leq \sum_{j \in N} \frac{c_j}{2} \\ c_i - \min\left\{\frac{c_i}{2}, \lambda\right\}, & E > \sum_{j \in N} \frac{c_j}{2} \end{cases} \quad (1)$$

式中: λ 为非负实数,其取值由方程 $\sum_{j \in N} T_j(N, c, E) = E$ 确定.

2 出租车合乘定价方法

若乘客 i 乘车过程中(从上车到下车)出租车状态变化了 $m(i)$ 次,则其乘车过程可分为 $m(i)-1$ 个阶段.记阶段 $k(1 \leq k \leq m(i)-1)$ 出租车所处的状态为 S_k ,阶段 k 开始和结束时 i 的计价器读数分别为 $t_i(k)$ 、 $t_i(k+1)$,阶段 k 结束时乘客 i 应支付的车费为 $p_i(k)$,则 i 需为本次乘车所付的车费可按如下步骤确定.

Step 1 乘客 i 上车,司机为其分配计价器并开始计费,司机依据车内乘客数设置出租车状态 S_1 .

① 若 $S_1=1$,则本阶段乘客 i 独乘,特殊地,若 $t_i(1)=0$,则 $p_i(1)=t_i(2)$,即 i 仅需支付出租车起步价.

② 若 $S_1=2,3,4$,则本阶段乘客 i 处于合乘状态.记乘客集为 N_1 ,合乘总费用为 E_1 ,则合乘模型可表示为 (N_1, c_1, E_1) ,其中对任意 $j \in N_1$,

① 由Talmud法则的定义,它显然满足对称性和0独乘费用无关性.由文献[7]中的定理3a)及定理13可知,Talmud法则是唯一同时满足保底支付性、一致性及稳定性的费用分摊方法.文献[8]指出,Talmud法则满足保序性.

$(c_i)_j = t_j(2) - t_j(1)$. 由此, 阶段结束时*i*所需支付的车费为 $p_i(1) = T_i(N_1, c_1, E_1)$.

Step $k(2 \leq k \leq m(i) - 1)$ 若阶段开始时有新乘客上车, 则司机为新乘客分配计价器并开始计费; 若阶段开始时有乘客下车, 则司机将其对应的计价器清零. 随后, 司机依据车内乘客数设置出租车状态 S_k .

① 若 $S_k = 1$, 则本阶段乘客 *i* 独乘, $p_i(k) = p_i(k-1) + (t_i(k+1) - t_i(k))$.

② 若 $S_k = 2, 3, 4$, 则本阶段乘客 *i* 处于合乘状

态. 记乘客集为 N_k , 合乘总费用为 E_k , 则合乘模型可表示为 (N_k, c_k, E_k) . 由此, 阶段结束时*i*所需支付的车费为 $p_i(k) = p_i(k-1) + T_i(N_k, c_k, E_k)$.

阶段 $m(i) - 1$ 结束时, 乘客 *i* 支付车费 $p_i(m(i) - 1)$ 后下车, 出租车司机则将乘客 *i* 的计价器清零.

3 算例分析

假设某出租车从第1位乘客上车到再次空驶所行驶的路线如图7所示. 各计价器在各节点的读数如表1所示.

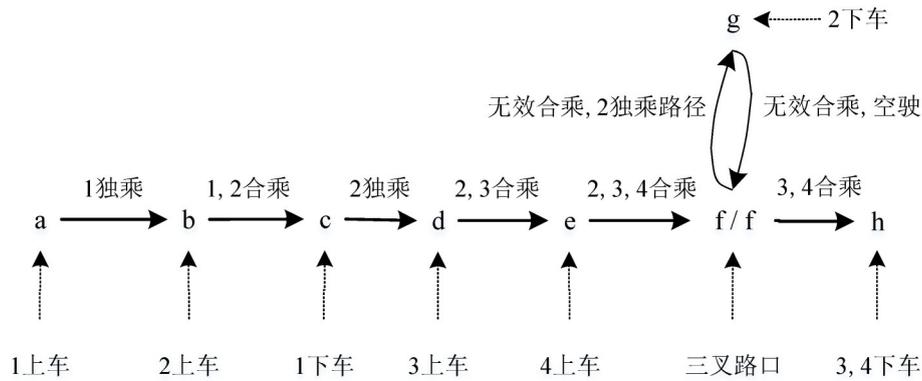


图7 出租车行驶路线示例^①

Fig. 7 An example of the taxi driving route

表1 各计价器在各节点显示的金额

Table 1 The time of every meter at every node (元)

节点	计价器			
	1	2	3	4
a	0	0	0	0
b	10	0	0	0
c	10	10	0	0
d	0	16	0	0
e	0	38	20	0
f	0	47	29	10
g	0	53	29	10
f'	0	0	29	10
h	0	0	38	16

经过出租车司机、乘客及相关管理部门的谈判, 合乘总费用 E 为

$$E = \max_{i \in N} c_i + \sum_{j \in N, \arg \max c_j} \frac{2}{n+1} c_j$$

下面将用第2节提出的合乘定价方法确定各乘客乘车所需的费用.

- (1) 在 $a \rightarrow b$ 段, 乘客1独乘, 需支付10元.
- (2) 在 $b \rightarrow c$ 段, 乘客1和2合乘, 合乘模型为

$(\{1, 2\}, (0, 10), 10)$. 由0独乘费用无关性, 乘客1需支付0元, 乘客2需支付10元. 至c点, 乘客1和2分别需支付 $10+0=10$ 元、10元.

(3) 在 $c \rightarrow d$ 段, 乘客1已在c点支付10元后下车, 乘客2独乘, 需支付 $16 - 10 = 6$ 元. 至d点, 乘客2共需支付 $10 + 6 = 16$ 元.

(4) 在 $d \rightarrow e$ 段, 乘客2和3合乘, 由此可得合乘模型为 $(\{2, 3\}, (22, 20), 106/3)$.

由于 $E = 106/3 > (22 + 20)/2 = \sum_{j \in N} c_j / 2$, 故

$$22 - \min\left\{\frac{22}{2}, \lambda\right\} + 20 - \min\left\{\frac{20}{2}, \lambda\right\} = \frac{106}{3}$$

从而 $\lambda = 10/3$, 于是乘客2和3分别需支付 $56/3$ 元及 $50/3$ 元. 至e点, 乘客2共需支付 $16 + 56/3 = 104/3$ 元, 乘客3共需支付 $50/3$ 元.

(5) 在 $e \rightarrow f$ 段, 乘客2、3、4合乘, 合乘模型为 $(\{2, 3, 4\}, (9, 9, 10), 19)$. 由式(1)得乘客2、3、4分别需支付6元、6元、7元. 至f点, 乘客2、3、4依次共需支

① 为了区别两次到达的同一个地点f, 本文用节点f'表示第2次到达该地时的情形.

付 $104/3 + 6 = 122/3$ 元、 $50/3 + 6 = 68/3$ 元及7元。

(6) 在 $f \rightarrow g$ 段, 乘客2独乘, 需支付 $53 - 47 = 6$ 元。至 g 点, 乘客2、3、4依次共需支付 $122/3 + 6 = 140/3$ 元、 $68/3$ 元及7元。

(7) 在 $g \rightarrow f$ 段, 乘客2已在 g 点支付 $140/3$ 元后下车, 本路段为空驶, 任何乘客都无需支付费用。至 f 点, 乘客3、4分别共需支付 $68/3$ 元及7元。

(8) 在 $f \rightarrow h$ 段, 乘客3和4合乘, 合乘模型为 $(\{3,4\}, (9,6), 13)$ 。由式(1)得乘客3和4分别需支付8元及5元。由于在 h 点, 乘客3和4双双下车, 因而最终乘客3支付 $68/3 + 8 = 92/3$ 元, 乘客4则为 $7 + 5 = 12$ 元。

在本次合乘中, 乘客们最终支付向量为 $(10, 140/3, 92/3, 12)$, 相应地, 出租车司机收入为 $10 + 46\frac{2}{3} + 30\frac{2}{3} + 12 = 99\frac{1}{3}$ 元。若不允许多乘, 乘客们最终支付向量为 $(10, 53, 38, 16)$ 。

(1) 乘客1没有从合乘中受益, 主要是由于他参与合乘的路段过短而被起步范围的费用震荡影响。

(2) 乘客2受益较多, 主要是由于他参与的合乘路段比较长。对应地, 乘客4则由于参与的合乘路段较短而受益较少。但若从受益比例来看, 乘客4的 $4/16 \times 100\% = 25\%$ 显然大于乘客2的 $6\frac{1}{3}/53 \times 100\% = 11.95\%$ 。

(3) 出租车司机在更短的时间内获得了更多的运费。若不允许多乘, 相同的时间内该出租车可能只能运送乘客1和3, 从而只能收入 $10 + 38 = 48$ 元, 比允许多乘所得的运费几乎少了50%。

(4) 乘客的支付占比会随着合乘距离的增加而减少。在 $d \rightarrow e$ 路段, 乘客2和3合乘, 他们依次支付了个人独乘费用的84.8%和83.3%; 在 $f \rightarrow h$ 路段, 乘客3和4合乘, 依次支付了个人独乘费用的88.9%和83.3%。从计价表上明显可以看出, $d \rightarrow e$ 路段较 $f \rightarrow h$ 路段距离长。

(5) 乘客的支付占比会随着合乘人数的增加而减少。在 $e \rightarrow f$ 路段, 乘客2、3、4合乘, 依次支付了个人独乘费用的66.7%、66.7%、70%, 明显低于 $d \rightarrow e$ 路段和 $f \rightarrow h$ 路段上任何乘客的支付占比。

4 结论

依据出租车的载客数量, 本文将出租车的一次载客过程分为若干阶段。在其中的独乘阶段, 各乘客独自支付乘车费用; 而对于其中的合乘阶段, 本文则将其归结为一类破产问题, 并利用破产模型中的Talmud法则来求解该模型, 由此得到各乘客的费用分摊向量。最终, 各乘客的支付为其在各阶段的支付之和。算例分析表明, 本文的定价方法所产生的合乘费用具有随着合乘人数和合乘距离增加而增加, 但增幅减缓的特点, 从而有效地鼓励了多人合乘和长途合乘。另外, 本文还区分了有效合乘与无效合乘, 并提出了针对绕行的特殊计费方式。研究结果丰富了对出租车合乘的研究工作, 可为相关管理部门制定出租车合乘政策提供决策参考。

参考文献:

- [1] FURUHATA M, DESSOUKY M, ORDÓÑEZ F, et al. Ridesharing: The state-of-the-art and future directions[J]. Transportation Research Part B Methodological, 2013, 57(57): 28-46.
- [2] AGATZ N, ERERA A, SAVELSBERGH M, et al. Optimization for dynamic ride-sharing: A review[J]. European Journal of Operational Research, 2012, 223(2): 295-303.
- [3] STIGLIC M, AGATZ N, SAVELSBERGH M, et al. Making dynamic ride-sharing work: The impact of driver and rider flexibility[J]. Transportation Research Part E Logistics & Transportation Review, 2016(91): 190-207.
- [4] 王一甲, 周禹佳. “互联网”时代下的出租车的供求资源匹配分析[J]. 通讯世界, 2016(4): 238-239. [WANG Y J, ZHOU Y J. The study of resource matching supply and demand of taxi in the “Internet” era[J]. Telecom World, 2016(4): 238-239.]
- [5] O'NEILL B. A problem of rights arbitration from the Talmud[J]. Mathematical Social Sciences, 1982, 2(4): 345-371.
- [6] AUMANN R, MASCHLER M. Game theoretic analysis of a bankruptcy problem from the Talmud[J]. Journal of Economic Theory, 1985, 36(2): 195-213.
- [7] THOMSON W. Axiomatic and game-theoretic analysis of bankruptcy and taxation problems: An update[J]. Mathematical Social Sciences, 2015, 74(1): 41-59.
- [8] THOMSON W. Axiomatic and game-theoretic analysis of bankruptcy and taxation problems: A survey[J]. Mathematical Social Sciences, 2003, 45(3): 249-297.