第17卷第6期	交通运输系统工程与信息	Vol.17 No.6
2017年12月	Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology	December 2017

文章编号:1009-6744(2017)06-0077-08

中图分类号:U491.2

文献标志码:A

DOI:10.16097/j.cnki.1009-6744.2017.06.012

道路几何设计对IDM模型跟驰行为的影响

覃频频*1,裴世康1,杨春兰1,孟 强2,万 千3

(1. 广西大学 机械工程学院,南宁 530004; 2. 吉林大学 汽车学院,长春 130012; 3. 华蓝设计(集团)有限公司,南宁 530004)

摘 要: 考虑道路几何设计参数转弯半径、超高、坡度对车辆跟驰行为的影响,对车辆 跟驰智能驾驶员模型(IDM)进行了改进.结合二自由度车辆动力学模型,利用 Matlab/ Simulink 建立改进后的跟驰模型并进行仿真.仿真分析发现:在具有转弯、超高和坡度的 道路上,改进后的模型,其跟驰车辆车头时距增大,行驶速度减小,保证了车辆行驶的安 全性:车辆横摆角速度和侧向速度随半径和超高的增加而减小,保证了汽车操纵稳定性. 结果表明,改进后的模型能够更准确地描述道路几何设计对车辆跟驰行为的影响. 关键词: 交通工程;跟驰行为;车辆动力学;智能驾驶员模型;道路几何设计

Influence of Road Geometrics on Car-following of the **Intelligent Driver Model**

QIN Pin-pin¹, PEI Shi-kang¹, YANG Chun-lan¹, MENG Qiang², WAN Qian³

(1. College of Mechanical Engineering, Guangxi University, Nanning 530004, China;

2. College of Automotive Engineering, Jilin University, Changchun 130012, China;

3. Hua Lan Desgin (group)CO., LTD. Nanning 530004, China)

Abstract: An improvement of Intelligent Drive Model (IDM) considering the influence of road geometrics (slope, curve and superelevation) on car-following is established. Combining the two degree freedom vehicle dynamics model, the car-following simulation of the improved IDM is carried out by using Matlab/Simulink. The simulation results show that the improved IDM following car's headway increases and speed decreases in the road with turning, super-elevation and some certain downhill or uphill gradient, which ensures the carfollowing safety. It is also found that the yaw rate and lateral velocity decrease with superelevation and radius increasing at certain gradients, which ensures the handling stability of the following car. The research results indicate that the modified IDM can more precisely response to the influence of gradients, radius and super-elevation than non-modified IDM.

traffic engineering; car- following; vehicle dynamics; intelligent driver model (IDM); road Keywords: geometrics

引 0 言

收稿日期:2017-06-02

车辆跟驰理论是运用动力学方法,研究在无 法超车的单车道上车辆列队行驶时,后车跟随前 车行驶状态的一种理论凹车辆跟驰模型的研究对

于了解和认识交通流的特性,进而把这些了解和 认识应用于交通规划、交通管理与控制,充分发挥 交通设施的功效,解决交通问题有着极其重要的 意义[2].

录用日期:2017-09-19

基金项目:国家自然科学基金/National Natural Science Foundation of China(51478113); 广西自然科学基金/Guangxi Natural Science Foundation(2015GXNSFAA139280).

修回日期:2017-08-07

作者简介: 覃频频(1975-), 女, 广西柳州人, 副教授, 博士.

*通信作者:qpinpin@gxu.edu.cn

早在1950年Reuschel A.就已经开始研究交通 流中车辆列队运行状态,1953年Pipes L.A.建立了 车辆跟驰模型并给出了解析结果.此后,各国研究 学者从不同角度建立、完善了车辆跟驰模型.有代 表性的如Newell模型,Bando等的最优速度模型, Gipps模型,GM模型和NETSI模型等[3-5].早年的线 性、非线性等模型均不能简单、准确、统一地表达 各种交通状态及车流行驶状态下车辆的跟驰行 为.2002年,Helbing等在广义力模型基础上,提出 了一个只需要少数有明确意义的参数的智能驾驶 员模型(Intelligent Driver Model, IDM)^[6-7].该模型是 目前最简单、完整和无事故模型,和经验符合很好 且易于标定,能够用统一的模型形式描述不同交 通流状态下,所有的单车道的驾驶员跟驰行为[8-9]. 但驾驶行为是一个多信息、多通道的复杂处理过 程,模型未充分考虑不同的道路设计几何条件对 跟驰车辆行为的影响[10-11].

近几年来,无人驾驶汽车技术发展迅速,实现 车与车,车与基础设施及人类活动之间的交互通 信必将是未来无人驾驶的发展方向^[12-13].但由于无 人驾驶技术的复杂性,从安全角度出发,采用仿真 手段研究无人驾驶对交通流的影响是当前研究的 重要手段.智能驾驶员模型已经被用来仿真无人驾 驶情况下的交通流,研究基本都假设交通流中的 车辆为直线跟驰,未考虑道路几何设计对车辆跟 驰行为的影响.为此,本文对智能驾驶员模型进行 改进,结合二自由度车辆动力学模型,通过仿真研 究道路几何设计(如坡度、转弯、超高等)对IDM模 型车辆跟驰行为的影响.

1 IDM 模型

1.1 基本模型

IDM模型描述单辆车的位置和速度.对于车辆 $n, \bigcup x_n 为 t$ 时刻的位移, $v_n 为 t$ 时刻的速度,前车n-1与跟车n的车头时距 $s_n = x_{n-1} - x_n - l_{n-1}$,前后车速度 差 $\Delta v_n = v_n - v_{n-1}$,车辆的动态特性用两个微分方程 来表示.

$$\dot{x}_n = \frac{\mathrm{d}x_n}{\mathrm{d}t} = v_n \tag{1}$$

$$\dot{v}_n = \frac{\mathrm{d}v_n}{\mathrm{d}t} = a \left(1 - \left(\frac{v_n}{v_0}\right)^\delta - \left(\frac{s^*(v_n, \Delta v_n)}{s_n}\right)^2 \right) \tag{2}$$

式中: $s^*(v_n, \Delta v_n) = s_0 + v_n T + \frac{v_n \Delta v_n}{2\sqrt{ab}}$; v_0 表示车辆在自由 交通流的期望速度; s_0 表示最小的期望车间距;T表 示反应时间;a表示最大加速度,b表示舒适制动减 速度, δ 表示加速度指数.

1.2 模型特性

IDM 跟车公式可以分为自由流状态 (v_n^{inv}) 和相互作用状态 (v_n^{inv}) 两部分.

$$i^{ee} + \dot{v}_n^{int}$$
 (3)

$$1 - \left(\frac{v_n}{v_0}\right)\right)^o \tag{4}$$

$$\dot{v}_{n}^{\text{int}} = -a \left(\frac{s^{*}(v_{n}, \Delta v_{n})}{s_{n}} \right)^{2} = -a \left(\frac{s_{0} + v_{n}T + (v_{n}\Delta v_{n})/2\sqrt{ab}}{s_{n}} \right)^{2}$$
(5)

自由流状态,后车与前车的间距 $s_n 较大,$ $\left(\frac{s^*(v_n,\Delta v_n)}{s_n}\right)^2 \rightarrow 0,$ 加速度由自由流状态决定.当低速时加速度接近最大加速度a,因此单车道的自由流跟驰车辆速度 v_n 将逐渐接近期望速度 v_0 .此时,IDM模型退化为式(4).两车速度差较大时,后车以较高的速度接近前车,相互作用大小决定于 $-a(v_n\Delta v_n)^2/(2\sqrt{ab}s_n)^2 = -(v_n\Delta v_n)^2/(4bs_n^2).$

密集交通流状态下,车辆间速度差异微小且 间距较小,相互作用约等于-a(s₀+v_nT)²/s²_n,它类似 于一个排斥力使小间距迅速扩大为一个平衡间距. 由此可见,IDM模型可以将各种交通流状态下的 车辆跟驰行为,用统一的模型较自然、连贯地进行 描述.

2 模型改进

车辆在具有弯度、超高的道路上,最小转弯半 径的计算公式为

$$R = \frac{V^2}{127(\mu + i)}$$
(6)

式中:V表示设计时速(km/h); μ 表示横向力系数;i表示路面横坡度,即道路超高, $i = \tan \theta_e$,对双向横坡的路面弯道外侧行驶时用"-"号,在内侧行驶时用"+"号;R表示平曲线半径(m).

汽车曲线安全行驶时速度 v≤V=

第17卷第6期

√127·*R*(μ+i),跟驰车辆在曲线行驶时与直线行驶
 不同,由于转弯的影响,跟驰行为与直线时存在
 差异.

在原模型的基础上,加入曲率半径的影响.

$$a_{n}(t) = a_{\max} \left[1 - \left(\frac{v_{n}}{v_{0}}\right)^{\delta} - \left(\frac{s^{*}(v_{n}, \Delta v_{n})}{s_{n}}\right)^{2}\right] \cdot \left(1 + \beta \frac{R_{0}}{R}\right)$$
(7)

式中:R₀表示汽车转弯行驶所需的最小安全转弯半径;R表示道路曲率半径;β表示与R₀有关的常数.

在弯道上,当前车减速行驶时,跟驰车辆对前 车的反应比直线行驶更加敏感^[14],此时 $\beta > 0$,与 R_0 有关, R_0 越大, β 越小,即曲线对跟驰行为的影响越 小;反之,则越大.此外,半径R越大,驾驶员的敏感 性越弱,当道路为直线时, $R \rightarrow \infty$,此时 $\beta \frac{R_0}{R} \rightarrow 0$, $(1+\beta \frac{R_0}{R}) \rightarrow 1$,与原模型相同.

前车加速行驶时,跟驰车辆对前车的反应比 在直线上弱,此时 $\beta < 0, R$ 越大,驾驶员的敏感性越强,即加速反应越强,驾驶员会以一个相对较大的 加速度行驶,但低于直线上的加速度;反之,则较 弱^[14].当 $R \rightarrow \infty$ 时,此时 $\beta \frac{R_0}{R} \rightarrow 0, (1 + \beta \frac{R_0}{R}) \rightarrow 1$,与原模 型相同.

汽车在平直路面行驶时,车辆受到合外力为 F=ma_x:汽车上坡时的受力情况如图1所示.





图1中跟驰车辆以低于原有模型给出的加速 度a,行驶,由牛顿经典动力学得出

$$F = ma_x - mg\sin\theta_G \tag{8}$$

式中: θ_c 较小时有 $\sin \theta_c \approx \tan \theta_c = \frac{G}{100}$, G/100为坡

此时,实际的加速度变为

$$a'_{x} = F/m = a_{x} - g \frac{G}{100}$$
 (9)

$$a_{n}(t) = a \cdot \left[1 - \left(\frac{v_{n}}{v_{0}}\right)^{\delta} - \left(\frac{s^{*}(v_{n}, \Delta v_{n})}{s_{n}}\right)^{2}\right] \cdot \left(1 + \beta \frac{R_{0}}{R}\right) - g \cdot \frac{G}{100}$$
(10)

$$\mathbb{E} \stackrel{*}{\hookrightarrow} \stackrel{*}{=} s^*(v_n, \Delta v_n) = s_0 + v_n T + \frac{v_n \Delta v_n}{2\sqrt{ab}}.$$

3 轮胎转角

车辆转弯时,输入转角为δ₁,如图2所示.



Fig. 2 Sketch of front and rear wheel sideslip angle and simplified two degree of freedom vehicle 如果车辆的前进速度为u_e,横摆角速度为r,车

轮的前进速度 $u_u = u_e \pm \frac{B}{2}r$,其中B为轮距.实际中

$$u_c >> \frac{B}{2}r$$
,可以近似认为 $u_w = u_c$.

单轨模型中,前轮的侧向速度为

 $v_r = v$

$$v_f = v_y + L_a r \tag{11}$$

$$-L_b r$$
 (12)

轮胎前轮的侧偏角:
$$\alpha_f = \tan^{-1}(\frac{v_y + L_a \cdot r}{u_c}) - \delta$$
,后

轮的侧偏角 $\alpha_r = \tan^{-1}(\frac{u_r - L_b}{u_c})$.当 α 较小时,可近似 认为 $\tan \alpha = \alpha$,则

$$\alpha_{f} = \frac{v_{y} + L_{a} \cdot r}{u_{c}} - \delta_{f}$$
(13)

$$\alpha_r = \frac{v_y - L_b \cdot r}{u_c} \tag{14}$$

在具有超高的弯道上,如图3所示,曲线半径

79

与旋转半径不等,旋转半径为

$$R' = \frac{R}{\cos \theta_e} = R \sec \theta_e \tag{15}$$

此时,前转向轮的实际转角为[15]

$$\delta = \frac{L}{R'} + \alpha_f - \alpha_r \tag{16}$$



图 3 具有超高的弯道曲线半径和旋转半径 Fig. 3 Rotation radius and curve radius for superelevated curve

若前轴2个轮胎的侧向力合力为F_e,后轴2个轮胎的侧向合力为F_e,则有

$$F_{c} = F_{cf} + F_{cr} = m\frac{v^{2}}{R} - mg \cdot \tan \theta_{e} = m\frac{v^{2}}{R} - mg\frac{e}{100}$$
(17)

式中:e/100为超高值,道路曲线内侧e取正值.

如图4所示,车辆稳态转向,横摆角加速度近 似为0或*M_z=I*ώ相对较小时,可忽略不计,根据力 矩平衡,则有

$$\frac{F_{cf}}{F_{cr}} = \frac{L_b}{L_a} \Longrightarrow \frac{F_{cf}}{F_{cf} + F_{cr}} = \frac{L_b}{L_a + L_b} = \frac{L_b}{L}$$
(18)

前后轴的侧向力为

$$F_{cf} = \frac{L_b}{L} \left(\frac{mv^2}{R} - mg\frac{e}{100}\right)$$
(19)

$$F_{cr} = \frac{L_a}{L} (\frac{mv^2}{R} - mg\frac{e}{100})$$
(20)

在线性操纵动力学分析中,假定轮胎载荷F₂ 为恒定,且偏角α较小,所以只需已知α=0时的斜 率C₀^[10].在这种情况下,侧向力为

$$F_c = -C_\alpha \alpha \tag{21}$$

式中:系数C。值总为正,定义为某特定垂直载荷下的轮胎侧偏刚度.

联立式(11)~式(21)可得轮胎输入转角为

$$\delta = \frac{L}{R'} - \left(\frac{L_b}{C_{\alpha f}} - \frac{L_a}{C_{\alpha r}}\right) \cdot \frac{m}{L} \left(\frac{v^2}{R} - mg\frac{e}{100}\right)$$
(22)

4 仿真实验 在具有转弯、超高及坡度的道路上,利用 Matlab/Simulink 对原有模型及改进后的模型进行 仿真实验,对比改进后的模型与原模型仿真实验 结果,验证改进后的模型是否能够更好地描述车 辆跟驰行为.实验中假设前车的位置,加速度等信 号能够顺利地传递给后车,后车根据这些信息判 断车距并调整速度、加速度等响应.仿真模型如图5 所示.



图 4 在具有超高的道路稳态转弯时车辆受力示意图 Fig. 4 Moment balance about z-axle in a steady turn on a super-elevated curve

4.1 基本仿真参数设定

车辆参数:整车质量1 833 kg,转动惯量 $I_{z}=2.765$ kg·m,质心距前轴距离1.402 m,轴距L=3.048 m,车身长度l=5 m,前轮总侧偏刚度 $C_{or}=$ - 229 180 N/rad ,后轮总侧偏刚度 $C_{or}=$ - 229 180 N/rad.

4.2 IDM 模型参数

取期望车速120 km/h,安全时间间距T=1 s,拥 堵交通流最小车间距 $s_0=2$ m,期望的最大加速a=1.0 m/s²,制动舒适减速度b=1.5 m/s²,加速度指 数 $\delta=4^{[9]}$.

4.3 仿真工况设定

根据公路路线设计规范(JTGD20-2006)^[17],设 置转弯半径*R*=180 m, β=±0.5,转弯弯道总长度 180 m(约400~580 m),缓和曲线—圆曲线—缓和曲 线比例为1:1:1,设计车速60 km/h,转弯时长控制 在11 s左右,初始车速80 km/h,车头距与速度有 关,初始车距设为30 m^[18].根据不同道路转弯半径、 超高(2%~8%)及坡度(0~9%),仿真分析车辆跟驰

80

2017年12月

第17卷第6期

行为和车辆操纵稳定性.



图 5 Simulink 建立的车辆跟驰模型 Fig. 5 Established car-following model by Simulink

4.4 实 验

(1)汽车在转弯半径180m,坡度为0,超高(2%~8%)道路上行驶,观察模型改变前后速度、车头时距、横摆角速度、侧向速度及跟驰效果的变化.

仿真结果如图 6~图9所示.由于IDM 模型是 基于加速度的驾驶员模型,由改进后的模型定义 可知,当汽车弯道行驶时,若头车的加速度没有 变化即匀速行驶, $(1 + \beta \frac{R_0}{R})$ 值为1,不起作用;当头 车有加速度变化时才有作用,符合车辆加速特性 和弯道跟车安全性.由图7可知,模型改进后,当 半径一定时,超高越大车头时距越小,但影响较 小.由图8和图9可知,超高越大横摆角越小、侧 向速度越小,但影响较小,跟驰行为较稳定.



(2) 模型改进后,汽车在弯道半径180~240 m, 超高为2%,坡度为零的道路上行驶,观察模型改 变前后速度、车头时距、横摆角速度、侧向速度及 跟驰效果的变化.



仿真结果如图 10~图 14 所示.由图 11 可知改进 后的模型,半径影响车头时距,半径越大,车头时 距越小,当半径趋于无限即直线行驶时,与原模型 相同.但由于汽车在单独的曲线行驶时基本保持勾 速行驶,小半径差对车头时距影响并不明显,只有 在半径相差较大时才会有明显影响.由图12和 图13可知,半径越大,车辆横摆角速度和侧向速度 越小,最终横摆角越小,符合实际.图14表明前后 车车辆轨迹重合,跟驰效果良好.





Fig. 11 Part of the headway (local)

时间/s

(3) 在半径180 m, 超高2%, 坡度0~9%道路上 仿真实验, 观察模型改变前后速度、车头时距、跟 驰效果的变化.



实验结果如图 15~图 17 所示.图 15 和图 16表 明,原有跟驰模型在具有弯度、超高及坡度的道路 上,后车的跟驰行为曲线在不同道路参数时完全 重合,车辆的跟驰行为与直线行驶无异.在相同道 路设施条件下,改进后的模型在坡度发生变化时 跟驰距离也发生变化,坡度越大,跟驰距离越大, 符合车辆安全驾驶要求,且跟驰稳定,坐标轨迹曲 线如图 17 所示.



Fig. 16 Front and rear vehicle's headway



图 17 车辆行驶轨迹坐标(G=3、6、9) Fig. 17 Coordinate of vehicle traveling trajectory

5 结 论

本文考虑道路几何设计参数转弯半径、超高、 坡度对车辆跟驰行为的影响,改进了IDM模型, 并利用 Matlab/Simulink进行了改进后模型的仿真 实验.仿真结果表明,转弯半径、超高、坡度都不同 程度影响车辆跟驰行为和车辆操纵特性,改进后 的模型能够更符合实际地反映道路几何设计对车 辆跟驰行为的影响,为将改进后的IDM模型用于 无人驾驶交通流仿真的后续研究提供了理论模型 支持.

参考文献:

- 吴芳, 马昌喜. 交通工程学[M]. 北京: 人民交通出版 社, 2014. [WU F, MA C X. Traffic engineering[M]. Beijing: China Communications Press, 2014.]
- [2] 刘运通,石建军,熊辉.交通系统仿真技术[M].北京: 人民交通出版社,2002. [LIU Y T, SHI J J, XIONG H. Traffic system simulation technology[M]. Beijing: China Communications Press, 2002.]
- [3] BANDO M, HASEBE K, NAKANISHI K, et al. Phenomenological study of dynamical model of traffic flow[J]. Journal De Physique I, 1995, 5 (11): 1389– 1399.
- [4] GIPPS P G. A behavioral car-following model for computer simulation[J]. Transportation Research Part B Methodological, 1981, 15(2): 105-111.
- [5] ARMED K I. Modeling driver's acceleration and lane changing behavior[D]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 1999.
- [6] HELBING D, HENNECKE A, SHVETSOV V, et al. Micro- and Macro-Simulation of freeway traffic[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2002, 35(PII S0895-7177(01)00180-75-6): 517-547.
- [7] HELBING D, TILCH B. Generalized force model of traffic dynamics[J]. Physical Review E, 1998, 58(1): 133-138.
- [8] 朱山江, 屈山, 史其信. 对智能驾驶员模型的改进及其应用[J]. 中南公路工程, 2006, 31(3): 135-139. [ZHU S J, QU S, SHI Q X. Improvement for intelligent driver model and its application[J]. Central South Highway Engineering, 2006, 31(3): 135-139.]
- [9] TREIBER M, KESTING A. Traffic flow dynamics[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2013.
- [10] 张伟, 王武宏, 沈中杰, 等. 考虑驾驶员的多信息处理 和多通道判断能力时车辆跟驰模型的改进[J]. 交通运 输系统工程与信息, 2004, 4(1): 104-108. [ZHANG W, WANG W H, SHEN Z J, et al. Improvement of car following model with driver's multi-typed information system and multi-ruled decision-making mechanism[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2004, 4(1): 104-108.]
- [11] ZIDEK K, KOUBEK T, PROCHAZKA D, et al. Assistance system for traffic signs inventory[J]. Enterprise & the Competitive Environment, 2015, 63 (6): 2197–2204.
- [12] 王世峰,戴祥,徐宁,等.无人驾驶汽车环境感知技术 综述[J].长春理工大学学报(自然科学版),2017,

40(1): 1–6. [WANG S F, DAI X, XU N, et al. Overview on environment perception technology for unmanned ground vehicle[J]. Journal of Changchun University of Science and Technology(Natural Science Edition), 2017, 40(1): 1–6.]

- [13] 陈慧岩,熊光明,龚建伟,等. 无人驾驶汽车概论[M]. 北京:北京理工大学出版社, 2014. [CHEN H Y, XIONG G M, GONG J W, et al. Introduction to selfdriving car[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2014.]
- [14] 王浩, 马寿峰. 适用于弯度与坡度的跟驰模型及其仿 真研究[J]. 土木工程学报, 2005, 38(11): 106-111.
 [WANG H, MA S F. Car-following model and simulation with curves and slopes[J]. China Civil Engineering Journal, 2005, 38(11): 106-111.]
- [15] 余志生,夏群生. 汽车理论[M]. 北京: 机械工业出版 社, 2014. [YU Z S, XIA Q S. Automobile theory[M].

Beijing: Mechanical Industry Press, 2014.]

- [16] 喻凡,林逸. 汽车系统动力学[M]. 北京: 机械工业出版 社, 2011. [YU F, LIN Y. Vehicle system dynamics[M]. Beijing: China Machine Press, 2011.]
- [17] 中交第一公路勘察设计研究院. 公路路线设计规范 (JTG D20-2006)[S]. 北京: 人民交通出版社, 2006.
 [CCCC First Highway Consultants. Specification for design of highway route[S]. Beijing: China Communications Press, 2006.]
- [18] 杨龙海,赵顺,徐洪.基于改进优化速度函数的跟驰模型研究[J]. 交通运输系统工程与信息, 2017, 17(2): 41-46. [YANG L H, ZHAO S, XU H. Car-following model based on the modified optimal velocity function[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2017, 17(2): 41-46.]

上接第62页

- [4] FELISA M, ZANI P. Robust monocular lane detection in urban environments[C]. Intelligent Vehicles Symposium. IEEE, 2010: 591–596.
- [5] MCCALL J C, TRIVEDI M M. Video-based lane estimation and tracking for driver assistance: survey, system, and evaluation[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2006, 7(1): 20–37.
- [6] MAIRE F, BIGDELI A. Obstacle- free range determination for rail track maintenance vehicles[C]. International Conference on Control Automation Robotics & Vision. IEEE, 2010: 2172–2178.
- [7] WOHLFEIL J. Vision based rail track and switch recognition for self-localization of trains in a rail network[C]. Intelligent Vehicles Symposium. IEEE, 2011: 1025–1030.
- [8] NASSU B T, UKAI M. A Vision-based approach for rail extraction and its application in a camera pan-tilt control system[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2012, 13(4): 1763-1771.
- [9] KALELI F, AKGUL Y S. Vision-based railroad track extraction using dynamic programming[C]. International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems. IEEE, 2009: 1–6.
- [10] BADINO H, FRANKE W, MESTER R. Free space computation using stochastic occupancy grids and dynamic programming[C]. Proc. Int'l Conf. Computer Vision, Workshop Dynamical Vision, 2007.

- [11] 唐湘娜, 王耀南. 铁轨表面缺陷的视觉检测与识别算法[J]. 计算机工程, 2013, 39(3): 25-30. [TANG X N, WANG Y N. Visual inspection and classification algorithm of rail surface defect[J]. Computer Engineering, 2013, 39(3): 25-30.]
- [12] 吴禄慎,李彧雯,陈华伟,等. 基于图像区域划分的轨 道缺陷自动检测技术研究[J]. 激光与红外, 2012, 42
 (5): 594-599. [WULS, LIYW, CHENHW, et al. Research on rail defects automatic detection technology based on image region partition[J]. Laser and Infrared, 2012, 42(5): 594-599.]
- [13] 闵永智, 殷超, 党建武, 等. 基于图像色相值突变特征 的钢轨区域快速识别方法[J]. 交通运输工程学报, 2016(1): 46-54. [MIN Y Z, YIN C, DANG J W, et al. Fast recognition method of rail region based on hue value mutation feature of image[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2016(1): 46-54.]
- [14] 郭保青,许西宁,余祖俊. 单幅轨距图像中轨道特征识别与定位方法研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2011, 25
 (4): 309-314. [GUO B Q, XU X N, YU Z J. Research on recognition and positioning method of rail landmark in single gauge image[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrument, 2011, 25(4): 309-314.
- [15] GAVRILA D M. A Bayesian, exemplar-based approach to hierarchical shape matching[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2007, 29(8): 1408.