

广东财经大学硕士研究生入学考试试卷

考试年度：2018 年 考试科目代码及名称：614-数学分析(自命题)

适用专业：071400 统计学

[友情提醒：请在考点提供的专用答题纸上答题，答在本卷或草稿纸上无效!]

《数学分析》 [共 150 分]

一、计算题（6 题，每题 10 分，共 60 分）

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2 - 1)}{x - 1}$ 。

2. 设函数 $f(x)$ 在 a 可导，求极限 $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(a+2t) - f(a+t)}{2t}$ 。

3. 求不定积分 $\int \frac{2+x}{\sqrt[3]{3-x}} dx$ 。

4. 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\frac{2}{3}} \frac{x^n}{1+x} dx$ 。

5. 判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$ 的敛散性。

6. 求复合函数的偏导数： $u = f(x, y), x = s + t, y = st$ 。

二、应用题（4 题，每题 15 分，共 60 分）

1. 已知圆柱形罐头盒的体积是 V （定数），问它的高与底半径多大才能使罐头盒的表面积达到最小？

2. 求一条平面曲线方程，该曲线通过点 $A(1,0)$ ，并且曲线上每一点 $P(x, y)$ 的切线斜率是 $2x - 2, x \in R$ 。

3. 求以下曲线绕指定轴旋转所成旋转体的侧面积： $y^2 = x, 0 \leq x \leq 6$ ，绕 x 轴。

4. 已知矩形的周长为 24cm，将它绕其一边旋转而成一圆柱体，试求所得圆柱体体积最大时的矩形面积。

三、证明题（2 题，每题 15 分，共 30 分）

1. 证明：若存在常数 $c, \forall n \in N$ ，有

$$|x_2 - x_1| + |x_3 - x_2| + \cdots + |x_n - x_{n-1}| < c,$$

则数列 $\{x_n\}$ 收敛。

2. 证明：方程 $x - 2 \sin x = a (a > 0)$ 至少有一个正实根。