

文章编号:1007-6069(2017)01-00129-08

基于弹性模型的桩基沉降计算

杨程,侯兴民,包汉莹

(烟台大学 土木工程学院,山东 烟台 264005)

摘要:国内外学者已对桩-土相互作用的弹性模型做了大量的先期研究。将该模型应用于桩基动力响应和沉降计算。利用该模型计算桩基沉降具有如下的优点:容易与工程中广泛采用的有限元软件如 ABAQUS 结合;只要合理选取模型参数,就可模拟桩端下所有压缩土层的沉降量,而现行规范计算桩基最终沉降量时,只考虑了计算深度内土层的压缩量。动力和静力工程算例计算结果表明,该方法具有较高的精度。

关键词:桩基沉降;弹性模型;分层总和法;桩-土相互作用

中图分类号:TU473.1

文献标志码:A

Pile foundation settlement calculation based on elastic model

YANG Cheng, HOU Xingmin, BAO Hanying

(School of Civil Engineering, Yantai University, Yantai 264005, China)

Abstract: Early and advanced research work of elastic model for pile-soil interaction has been studied widely at home and abroad. A method of using the elastic model to calculate the settlement and dynamic response of pile foundation was presented in this paper. Using the model to calculate settlement of pile foundation has the following advantages: the model is easily to combine with finite element software widely used in engineering such as ABAQUS. If we can reasonably select the model parameters, settlement of all compressible soil layers under the pile, can be simulated, while the current code method only considers the final settlement of pile foundation. Dynamic and static engineering examples show that the method has higher precision.

Key words: pile foundation settlement; elastic model; layer-wise summation method; pile-soil interaction

引言

桩基础沉降变形直接影响上部建筑结构的正常使用,正确地计算桩基沉降成为地基基础设计中必须考虑的问题。《建筑桩基技术规范》(JGJ 94-2008)中规定:对于以控制沉降为目的的桩基,在基础设计中,应考虑桩-土相互作用的效应。为考虑桩-土相互作用,通常采用的方法是在实际应用基础上对所分析的问题进行简化。Poulos 提出:为了系统分析桩基沉降,首先需要在实际问题进行理想化,得到物理模型,并逐步修正,以使简化的模型与实际问题尽量接近^[1]。

收稿日期:2015-01-16; 修订日期:2015-04-02

基金项目:国家自然科学基金资助项目(41602284,51479174),山东省专业学位研究生教学案例库建设项目(sdyalk1684)

作者简介:杨程(1987-),男,硕士,主要从事土-结构动力相互作用方面的研究。E-mail:yewcy123@163.com

通讯作者:侯兴民(1970-),男,教授,主要从事土-结构动力相互作用方面的研究。E-mail:houxm@ytu.edu.cn

桩-土相互作用弹性模型在桩基动力及静力分析中得到广泛应用。在模型中桩被视为弹性地基上的梁,离散为若干个单元,将桩周土对桩的阻抗用连续分布的弹簧代替,在此基础上可以进一步考虑土层沿深度的非均匀变化甚至土的非线性性质。其中 Novak 模型是常见的线弹性动力相互作用分析模型,在模型中地基阻抗被一个与频率有关的弹簧所代替,弹簧刚度由嵌入无限弹性介质中的垂直无限长圆柱的振动公式计算得到。该模型是基于平面应变假设提出,桩侧土的位移沿垂直方向没有变化,剪切波仅沿着水平方向传播,在弹性范围内能够获得较满意的桩基动力响应,在桩-土动力相互作用研究的初期发挥了重要作用,为桩-土相互作用的非线性分析提供了理论基础。

正确地选取模型参数是考虑桩-土相互作用沉降计算的关键,国内外学者已做了大量的先期工作。Tomlison 和 Meyerhof 分别以桩侧摩擦承载力的 α 法和以粘性土中桩端承载力公式模拟土体的弹簧系数:

$$K_s = \alpha C_u 2\pi L_i \times R_1 \quad (1)$$

$$K_b = 9C_u 2\pi r_0 \times R_2 \quad (2)$$

式中: K_s 为桩侧土的弹簧系数; K_b 为桩端土的弹簧系数; C_u 和 α 分别为土层的不排水抗剪强度和相关系数; L_i 为各桩轴段的长度; R_1 和 R_2 分别为套用极限承载力公式的修正系数^[2]。

Randolph 和 Worth 根据弹性半空间上的刚性基础沉降解答给出了桩端土的弹簧系数的值:

$$K_b = 4Gr_0(1 - \nu) \quad (3)$$

式中: G 为弹性半空间的土体剪切模量; ν 为弹性半空间的土体泊松比; r_0 为桩基半径^[3]。

Liang 和 Husein 通过竖向静力荷载作用下,桩基沉降与桩侧摩阻力和桩端反力之间的关系曲线定义了桩侧土的弹簧系数和桩端土的弹簧系数:

$$K_s = \frac{2\pi L_i G}{\ln \frac{2.5L_i(1 - \nu)}{r_0}} \quad (4)$$

$$K_b = \frac{\pi r_0 G}{(1 - \nu) I_b} \quad (5)$$

式中: I_b 为与桩深度有关的影响系数,介于 0.5 ~ 0.78 之间^[4]。

目前关于桩基沉降计算的理论方法主要有:荷载传递分析法、弹性理论法、剪切位移法、分层总和法、有限单元法以及其他简化方法^[5]。荷载传递分析方法是桩基荷载-沉降变形分析中最常用的一种方法。该方法的基本思想是:沿长度方向将桩离散化为一系列的弹性单元,假定桩体中任意一点的位移只与该点的桩侧摩阻力有关,桩体单元与土体之间以及桩端与桩端土之间用非线性弹簧联系,以模拟桩-土间的荷载传递关系。弹性理论法假定土体为均质的、连续的、各向同性的弹性半空间体,采用弹性半空间体内集中荷载作用下的 Mindlin 解求得土体位移,由桩体位移和土体位移协调条件建立平衡方程,从而求解桩体位移。剪切位移法是假定桩身周围土体以承受剪切变形为主,桩与土体之间没有相对位移,将桩-土视为理想的同心圆柱体,剪切应力传递引起周围土体沉降。在应用分层总和法进行桩基沉降分析时,仿照扩展基础进行计算,假定土体为弹性体,桩基沉降主要由桩端下土层的压缩组成,桩端下土中的附加应力值由弹性半空间表面荷载下 Boussinesq 应力解求得。有限单元法将土体视为弹塑性的连续介质,考虑桩体的弹塑性,桩-土相互作用满足力的平衡以及位移协调,通过线性或非线性方程求解得到土体位移。路桥桩基简化方法根据当地的特定地质条件和桩长、桩型、荷载等因素,经过对工程实测资料的统计分析得出估算单桩沉降的经验公式。该方法将桩视为承受压力的杆件,考虑桩身压缩,桩基沉降由桩端沉降和桩身压缩量组成,且侧阻力和端阻力对桩基沉降均有影响^[6]。

对于六种桩基沉降计算方法,由于其假设条件和原理不同,都各自有适用的条件和优缺点。荷载传递方法能较好地反映桩-土间非线性性状和地基的成层性,而且计算简便;但该方法没有考虑土的连续性,无法直接用于群桩分析。弹性理论法的优点是考虑了土的连续性,具有较完善的理论基础,可用于分析群桩;但该方法将土视为完全弹性体,不能考虑土体的非线性特性。剪切位移法可以给出桩侧土体的位移变化场,通过叠加方法可以考虑群桩的共同作用,较有限单元法和弹性理论法简单,但其假定桩-土之间没有相对位移,桩侧土体上下层之间没有相互作用,这些与实际工程的工作特性并不相符。分层总和法物理意义简单明确,在工程精度要求范围内可以较准确估计桩基沉降;但在沉降计算中附加应力采用的土体表面作用力的

Boussinesq 解,与实际情况有所差异。有限单元法的优点是理论分析较严密,考虑土的非线性,非均质性等性状,但在实际工程中土参数的复杂性、不确定性,往往会导致计算误差增大。路桥桩基简化方法的计算简便,在工程精度要求范围内可以比较准确估算桩基沉降量,但由于受具体工程条件限制,经验公式具有局限性,不能普遍采用。

本文将桩-土相互作用简化为桩-土接触面上的弹性模型,可以用于桩基动力响应和沉降计算中。通过合理选取模型中参数值,提出一种基于弹性模型的桩基沉降计算方法,该方法容易与有限元软件如 ABAQUS 结合,很好地反映桩-土间的线性性状,计算过程简单。通过计算实例与现行桩基规范推荐的桩基沉降计算方法进行计算结果对比分析,相比于现行规范只考虑计算深度内土层的压缩量,该方法在计算中考虑了桩端下半无限空间土层(所有压缩层)的沉降量,计算得到的桩基沉降量在线性分析范围内具有较高的数值精度。

1 桩-土相互作用模型

为建立桩-土相互作用模型,作如下基本假定:

(1) 桩侧土体由水平半无限空间土层组成,在桩长范围内土层都是均质各向同性的线性弹性介质,如图 1(a)所示;

(2) 桩是垂直设置,桩身材料为理想线弹性体,具有圆截面,如果是方形截面,将其边长除以 0.8 等效为圆截面桩径;

(3) 桩置于分层均质土中,桩侧土对桩的作用可简化为弹簧 K_{sk} 的方式,同一土层的特性参数相同。桩端土对桩的作用简化为弹簧 K_b 的方式,如图 1(b)、(c)所示;

(4) 施加作用力 F 沿桩纵向轴线方向,作用于桩顶^[7]。

桩-土相互作用模型如图 1 所示。

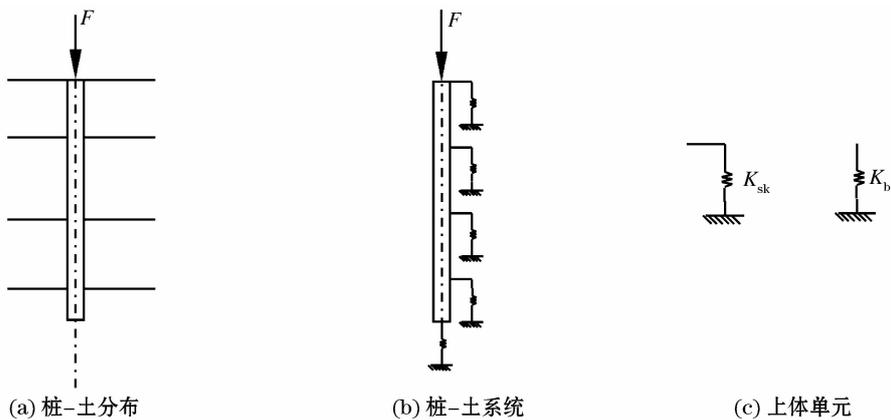


图 1 桩-土相互作用模型

Fig. 1 Pile - soil interaction model

关于模型中土的弹簧刚度系数取值,Novak 等根据弹性动力学理论推导出桩侧土的刚度系数的表达式,Rausche 在 Novak 等研究成果基础上给出了和以上工作相比更为简洁的表达式:

$$K_s = 2.75G_s \quad (6)$$

式中: K_s 为桩侧土的弹簧系数(kN/m); G_s 为桩侧土的剪切模量(MPa)。

Lysmer 和 Richart 根据弹性半空间理论推导出桩端土的刚度系数的表达式:

$$K_b = \frac{4G_b r_0}{1 - \nu} \quad (7)$$

式中: K_b 为桩端土的弹簧系数(KN/m); G_b 为桩端土的剪切模量(MPa)^[8]。

本文在前人工作的基础上,将桩-土相互作用模型和 ABAQUS 软件相结合,分析动力和静力荷载作用下,桩基动力响应和沉降计算。

2 横放在弹性地基上长桩的动力响应

合理地选取不同弹簧刚度值,计算得到动力荷载作用下的位移时程曲线,将计算结果与解析解进行对比并误差分析。通过对比分析,验证该方法的计算精度。长桩的参数如表 1 所示。

如图 2(a) 所示为弹性地基上放置的半无限长杆,直杆可以用于模拟与弹性地基相连的摩擦桩。假定直杆为无阻尼杆,截面面积为 A ,弹性模量为 E ,质量密度为 ρ ,地基对半无限杆的作用可以用一组弹簧模拟,相对于单位长度杆的地基弹簧刚度用 k_g 表示,并分别定义 \bar{t} 为无量纲时间; \bar{s} 为无量纲位移。

表 1 长桩参数

Table 1 Long pile parameters

类别	弹性模量 E /MPa	泊松比 ν	密度 ρ /($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	强度 等级	长桩半径 r_0 /m
混凝土桩	30 000	0.175	2 400	C30	0.56

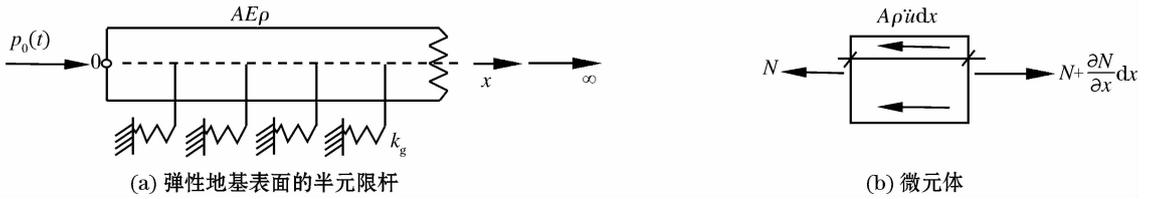


图 2 弹性地基表面的半无限长杆模型

Fig. 2 Model of semi-infinite long rod on the surface of the elastic foundation

取 dx 微元体,对微元体受力分析,如图 2(b) 所示。微元体的动力平衡微分方程:

$$\frac{\partial N}{\partial x} dx - k_g u dx - A\rho \ddot{u} dx = 0 \tag{8}$$

式中: N 表示正应力; u 代表轴向位移; \ddot{u} 为轴向加速度。

在长桩端部 0 处施加如图 3(a) 所示的作用力 $p_0(t)$,则在 0 处产生的动力响应解析解如图 3(b) 所示^[9]。不考虑土体阻尼,将桩-土相互作用模型与有限元软件 ABAQUS 结合,在物理模型上采用大尺寸桩来模拟半无限长杆,定义桩长为 100m。对于超长单桩的轴向受荷有限元分析,可简化为二维线性平面问题进行计算。为减小计算误差,同时分析网格单元尺寸对误差影响,分别取长桩单元尺寸为 $L_i = 0.1\text{m}$ 、 $L_i = 0.01\text{m}$ 。在长桩端部 0 处同样施加如图 3(a) 所示的作用力 $p_0(t)$,将 0 点处产生的动力响应计算结果与解析解进行对比如图 4、图 5 所示。

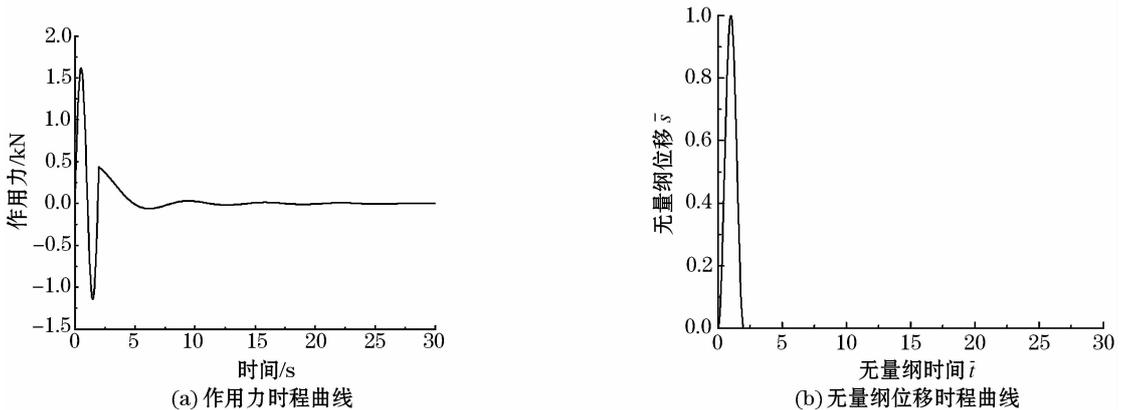


图 3 长杆端部力和无量纲位移时程曲线

Fig. 3 Time history curves of force and dimensionless displacement at long rod end

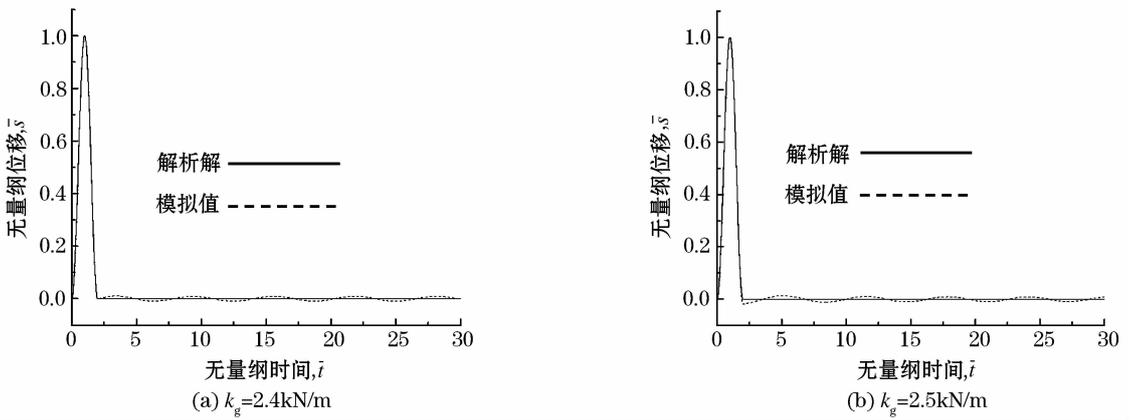


图 4 单元尺寸为 0.1 m 的桩端无量纲位移时程曲线

Fig. 4 Time history curves of dimensionless displacement at pile end ($L_i = 0.1\text{ m}$)

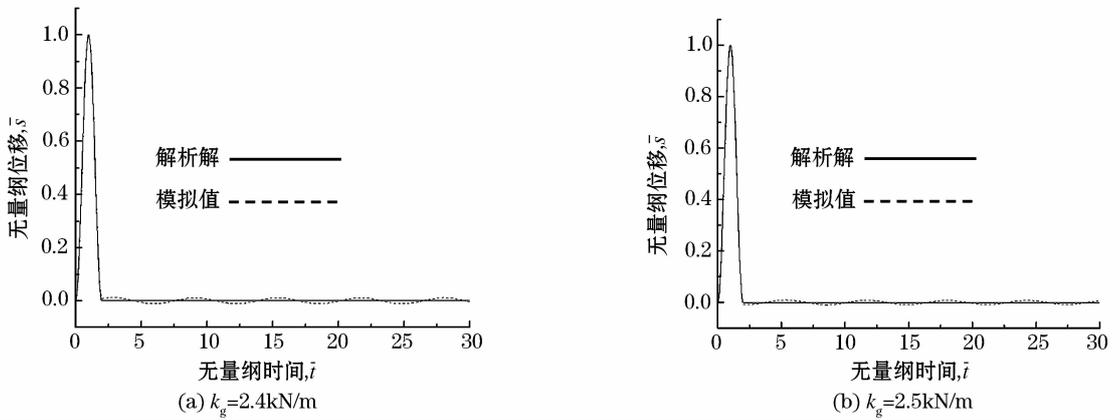


图 5 单元尺寸为 0.01 m 的桩端无量纲位移时程曲线

Fig. 5 Time history curve of dimensionless displacement at pile end ($L_i = 0.01\text{ m}$)

桩单元尺寸 0.1 m 的无量纲位移时程曲线如图 4(a)、(b) 所示, 桩单元尺寸 0.01 m 的无量纲位移时程曲线如图 5(a)、(b) 所示。对比图 4 和图 5 发现, 选取不同的弹簧刚度系数, 在整个时间阶段, 无量纲位移变化趋势基本一致, 但是无量纲位移幅值变化不同, 表明弹性地基土体性质对桩基动力响应有重要影响。根据有限元计算结果分别选取 5 个不同时刻的无量纲位移如表 2 和表 3 所示。从表 2 和表 3 对比可以看出, 桩单元尺寸划分越小, 有限元软件模拟出的结果与解析解越接近, 能够获得更好的无量纲位移时程曲线。其中取长桩单元尺寸为 $L_i = 0.01\text{ m}$, 弹簧刚度系数为 2.4 kN/m 时, 最小误差只有 0.02%。

表 2 单元尺寸为 0.1 m 的桩端无量纲位移误差分析

Table 2 Error analysis of dimensionless displacement of the pile end ($L_i = 0.1\text{ m}$)

时间 \bar{t}	弹簧刚度系数 $k_g = 2.4\text{ kN/m}$	误差 /%	弹簧刚度系数 $k_g = 2.5\text{ kN/m}$	误差 /%
0.5	0.501 10	0.22	0.502 59	0.65
0.75	0.855 25	0.20	0.857 76	0.49
1.05	0.993 49	-0.04	0.991 38	-0.25
1.25	0.850 99	-0.29	0.848 28	-0.62

表 3 单元尺寸为 0.01 m 的桩端无量纲位移误差分析

Table 3 Error analysis of dimensionless displacement of the pile end ($L_i = 0.01\text{ m}$)

时间 \bar{t}	弹簧刚度系数 $k_g = 2.4\text{ kN/m}$	误差 /%	弹簧刚度系数 $k_g = 2.5\text{ kN/m}$	误差 /%
0.5	0.500 54	-0.04	0.499 81	0.21
0.75	0.854 10	-0.04	0.853 25	0.13
1.05	0.993 68	0.02	0.993 99	-0.04
1.25	0.852 62	0.12	0.854 61	-0.26

3 单桩静力沉降计算

本文采用提出的简化模型计算单桩沉降,通过计算实例与《建筑桩基技术规范》(JGJ94-2008)中推荐的单桩沉降计算方法^[10]进行计算结果对比分析,验证该简化模型计算单桩沉降的有效性,并就桩端土泊松比对单桩沉降量的影响进行参数的敏感性分析。

某建筑工程中,采用泥浆护壁钻孔灌注,该基桩为端承桩。桩径 1.5 m,桩长 15 m,桩端持力层为粗砂,在荷载效应准永久组合下,由上部结构传至该承台底面的竖向力为 5 000 kN,承台埋置深度为 2 m,尺寸为 3 m × 3 m,桩侧及桩端土层分布如图 6 所示,分别采用《建筑桩基技术规范》(JGJ94-2008)中推荐的单桩沉降计算方法和简化模型计算方法进行计算单桩沉降量。

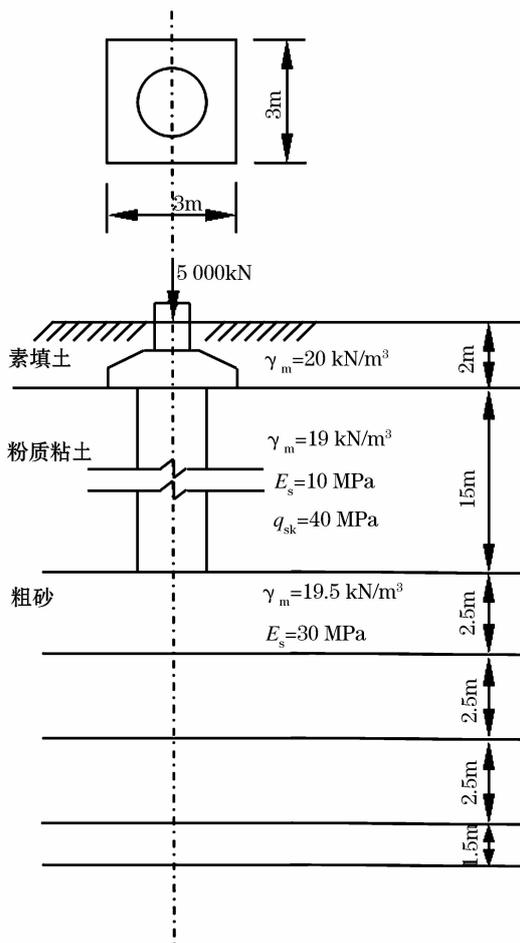


图 6 桩侧及桩端土层分布图

Fig. 6 Soil layer distribution of pile side and pile end

3.1 基于桩基规范的单桩沉降计算

桩身弹性压缩量:

$$S_e = \xi_e \frac{Q_i I_j}{E_c A_{ps}} = 1.0 \times \frac{5\,360 \times 15}{2.8 \times 10^7 \times 1.8} = 1.60 \text{ mm} \quad (9)$$

单桩的最终沉降量:

$$S = \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_{zi}}{E_{si}} \Delta z_i + S_e = \frac{326.53}{30 \times 10^3} \times 2.5 + \frac{61.19}{30 \times 10^3} \times 2.5 + \frac{14.35}{30 \times 10^3} \times 1.5 + \frac{23.23}{30 \times 10^3} \times 2.5 + 1.60 = 36.52 \text{ mm} \quad (10)$$

3.2 基于弹性模型的单桩沉降计算

在线弹性阶段,土的压缩模量与弹性模量关系式:

$$E = \beta E_s \left(1 - \frac{2\nu^2}{1 - \nu}\right) E_s \quad (11)$$

式中: E 为土的弹性模量; E_s 为土的压缩模量; β 为与土的泊松比有关的系数。

土的剪切模量与弹性模量关系式:

$$G_s = E/2(1 + \nu) \quad (12)$$

桩侧土为粉质粘土,取粉质粘土的泊松比 $\nu_1 = 0.35$,其弹性模量为 $E = 0.62 E_s = 6.2 \text{ MPa}$ 。ABAQUS软件划分桩单元尺寸为 0.1 m ,桩侧土的刚度系数为: $K_s = 632.5 \text{ kN/m}$ 。

竖向荷载作用下考虑桩-土相互作用的单桩沉降涉及到土体特性、桩自身特性等因素影响^[11],因此就其中的土体特性(如泊松比)进行敏感性分析是有必要的。针对此问题,本文根据上述计算实例取3种不同的桩端土泊松比来对比分析该参数对单桩沉降量的影响。

桩端土为粗砂,分别取桩端土泊松比为 $\nu_1 = 0.2$; $\nu_2 = 0.25$; $\nu_3 = 0.35$ 其弹性模量分别为 $E_1 = 0.9 E_s = 27 \text{ MPa}$; $E_2 = 0.83 E_s = 24.9 \text{ MPa}$; $E_3 = 0.62 E_s = 18.6 \text{ MPa}$ 。桩端土的刚度系数分别为: $K_{b1} = \frac{4G_s r_0}{1 - \nu_1} = 4218.5$

kN/m ; $K_{b2} = \frac{4G_s r_0}{1 - \nu_2} = 39840 \text{ kN/m}$; $K_{b3} = \frac{4G_s r_0}{1 - \nu_3} = 31800 \text{ kN/m}$

3.3 计算结果对比分析

单桩受到竖向荷载作用下,其沉降主要由3部分组成:(1)基于桩身弹性压缩引起的桩基沉降,(2)桩侧摩阻力向下传递引起的桩端土的压缩,(3)桩端荷载作用下引起桩端土的压缩^[6]。通过两种方法的计算结果可以看出:规范推荐的方法得到的单桩最终沉降量为 36.52 mm ;本文采用基于弹性模型的桩基沉降计算方法,取不同的桩端土泊松比计算得到的单桩最终沉降量分别为: $S_1 = 39.35 \text{ mm}$; $S_2 = 40.04 \text{ mm}$; $S_3 = 42.60 \text{ mm}$ 。

两种方法计算结果存在差异,当取泊松比 $\nu = 0.35$ 时,两种方法计算结果差值最大,为 6.08 mm 。两种方法计算桩身的压缩量时,都是基于桩身材料的弹性假定,计算得到的是桩身弹性压缩引起的桩基沉降。其差异原因是桩端土的沉降量计算,其中规范推荐的计算方法计算单桩沉降量时,采用单向压缩分层总和法计算土体压缩,用应力比法确定单桩的最终沉降量计算深度;简化模型计算方法计算桩端土沉降量时,假定用弹簧代替桩端下半无限空间的土体,考虑了整个半无限空间土体(所有压缩土层)的沉降量。

通过图7以及计算结果的对比分析可以看出:桩端土泊松比在一定范围越大,简化模型计算方法得到的单桩最终沉降量越大,但荷载-沉降曲线趋于一致,可以认为桩端土泊松比在一定范围内对单桩沉降的影响较为敏感。在单桩沉降计算过程中,选取合理的土参数,能够使沉降量计算与实际情况更接近^[12]。

4 结论

本文以桩-土相互作用弹性模型为基础,应用于桩基动力响应和沉降计算中。结合工程中广泛应用的有限元软件ABAQUS,合理地选取模型参数值,提出了一种基于弹性模型的桩基沉降计算方法,与《建筑桩基技术规范》(JGJ 94-2008)推荐的桩基沉降计算方法进行计算结果对比分析。该方法在计算过程中考虑桩端下无限半空间土层(所有压缩土层)的沉降量,而现行规范计算桩基最终沉降量时,只考虑了计算深度内土层的压缩量,验证了本文提出的简化模型计算方法具有较高的计算精度。运用该计算方法对桩端土的泊松比进行参数的敏感性分析,结果分析表明桩端土泊松比在一定范围内对单桩沉降量计算的影响较为敏感。

为了完善该模型,需要采用与实际工程地质情况更为接近的土参数,这样才能更好地模拟计算实际建筑

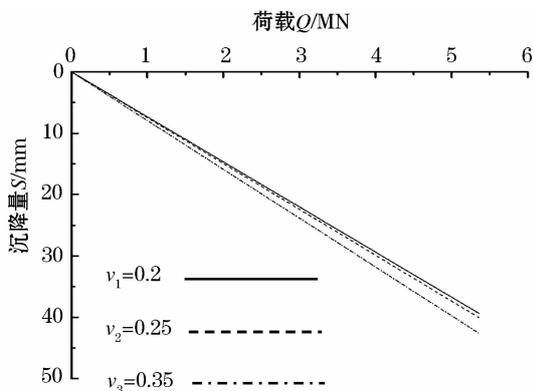


图7 不同桩端土泊松比的单桩沉降

Fig. 7 Settlement of single pile with different Poisson's ratio of pile bottom soil

工程中的桩基沉降及动力响应。在考虑桩-土相互作用的单桩沉降基础上,尚应进一步研究桩-土-桩之间相互作用和影响,以分析竖向荷载作用下的群桩沉降性状及动力响应。

参考文献

- [1] POULOS H G, DAVIS E H. *Pile Foundation and Design* [M]. New York: John Wiley and Sons, 1980.
- [2] TOMLISON M J. *Foundation Design and Construction* [M]. New York: Pitman Publishing, 1980.
- [3] RANDOLPH M F, WORTH C P. Analysis of deformation of vertically loaded piles [J]. *Journal of Geotechnical Engineering Division*, 1978, 104(12): 1465-1488.
- [4] LIANG R, HUSEIN A. Simplified dynamic method for pile-driving control [J]. *Journal of Geotechnical Engineering Division*, 1993, 119(4): 694-713.
- [5] 何思明,郭强,卢国胜. 单桩沉降计算理论研究 [J]. *岩土力学与工程学报*, 2004, 23(4): 688-694.
HE Siming, GUO Qiang, LU Guosheng. Study on settlement calculation of single pile [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, 23(4): 688-694.
- [6] 张雁,刘金波. *桩基手册* [M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2009.
ZHANG Yan, LIU Jinbo. *Pile Foundation Handbook* [M]. Beijing: China Building Industry Press, 2009.
- [7] 李强,王奎华. 成层饱和土中桩纵向振动特性研究及应用 [J]. *工程力学*, 2007, 24(10): 144-149.
LI Qiang, WANG Kuihua. A study on longitudinal pile vibration in saturated layered soil and its application [J]. *Engineering Mechanics*, 2007, 24(10): 144-149.
- [8] LEE S L, CHOW Y K, KARUNARATNE G P, et al. Rational wave equation modal for pile driving analysis [J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1988, 114(3): 306-325.
- [9] WOLF J P. A comparison of time-domain transmitting boundaries [J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1986, 14(4): 655-673.
- [10] JGJ 94—2008 *建筑桩基技术规范* [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2008.
JGJ 94—2008 *Technical Code for Building Pile Foundations* [S]. Beijing: China Building Industry Press, 2008.
- [11] 王奎华,吕述晖,吴文兵,等. 考虑应力扩散时桩端土性对单桩沉降分析方法 [J]. *岩土力学*, 2013, 34(3): 621-630.
WANG Kuihua, LV Shuhui, WU Wenbing, et al. A new method for analyzing influence of pile tip soil properties on single pile settlement considering stress dispersion [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2013, 34(3): 621-630.
- [12] 邝羽平,姜忻良,张云富,等. 基于实测值的桩基沉降计算方法对比分析 [J]. *工程力学*, 2013, 30(6): 59-62.
KUANG Yuping, JIANG Xinliang, ZHANG Yunfu, et al. Comparative analysis of settlement computation method of pile foundation based on measured data [J]. *Engineering Mechanics*, 2013, 30(6): 59-62.