文章编号:1007-6069(2018)01-0179-08

双向地震作用下高铁 FPS 隔震简支梁桥纵向 地震碰撞反应研究

黄宇辰

(中设设计集团股份有限公司,南京 210014)

 摘 要:为了准确分析 FPS 隔震桥梁的纵向地震碰撞反应,针对一典型 3 跨 FPS 隔震简支梁桥,建立 了考虑 FPS 双向耦合效应和梁缝处三维碰撞效应的非线性动力计算模型,分析双向地震作用下 FPS 隔震简支梁桥纵向地震碰撞反应;研究支座半径和摩擦系数对简支梁桥纵向地震碰撞反应的影响规
 律。研究结果表明:横向地震作用会增大简支梁邻梁间纵向地震碰撞次数和碰撞力,降低墩底纵向 剪力;为减小地震碰撞反应,设计时可适当增大支座半径和支座摩擦系数。
 关键词:双向地震作用;简支梁桥;FPS;双向耦合效应;碰撞反应
 中图分类号:TU375.4

Study on longitudinal seismic pounding response of high-speed railway simply supported girder bridge isolated with FPS under bilateral earthquake excitation

HUANG Yuchen

(China Design Group Co. Ltd, Nanjing 210014, china)

Abstract: For accurate analysis of longitudinal seismic pounding response of bridge isolated with FPS, based on a typical simply supported girder bridge(SSGB) isolated with FPS, a nonlinear dynamic model was established which considers bi-directional coupled effect of FPS and three-dimensional pounding effects at expansion, the influence of longitudinal seismic pounding response of SSGB isolated with FPS under bilateral earthquake excitation was analyzed, and effects of FPS's frictional coefficient and radius on longitudinal seismic pounding response of SSGB were investigated. The results show that the transversal earthquake excitation increases longitudinal numbers of pounding and pounding force between adjacent girder, while reduces the longitudinal shear force in bottom of pier, appropriate increases of frictional coefficient and radius of FPS are recommended to mitigate seismic pounding response in design.

Key words: bilateral earthquake excitation; SSGB; FPS; bi-directional coupled effect; seismic pounding response

引言

FPS(Friction Pendulum System)是摩擦摆支座的简称,其原理是通过一个球形滑动表面与一个抗压能力 很强的滑块形成摆系统,在地震作用时,通过滑块的摆动来延长系统的周期,实现隔震,并通过滑块在滑面 上的摩擦来消耗地震能量,实现减震。优越的特性和出色的自恢复能力,使其在桥梁抗震上的应用越来越

收稿日期:2017-03-07; 修订日期:2017-08-01

作者简介:黄字辰(1992-),男,硕士,助理工程师,主要从事桥梁抗震方向研究. E-mail:jxlchyc920712@ yeah. net

广泛。

多次震害调查表明邻梁间纵向碰撞是影响桥梁结构地震反应的一个重要因素^[1-4]。由于 FPS 会显著影 响梁体的位移和速度,改变邻梁间的碰撞效应,而碰撞反过来又使 FPS 的运动状态变化,这种耦合关系会使 结构地震反应发生较大变化。因此,深入研究高铁 FPS 隔震桥梁的纵向地震碰撞反应是一项重要课题。

目前国内外学者对 FPS 隔震桥梁的纵向碰撞效应进行了一些基础研究;其中:刘金成^[5]分析了 FPS 隔 震简支梁桥的纵向地震碰撞反应,指出隔震桥与非隔震桥的地震碰撞反应差异较大,但研究忽略了横向地 震作用对纵向地震碰撞反应的影响。Mosqueda 和王建强等^[6-7]通过研究发现:在水平双向地震作用下,FPS 具有双向耦合效应,并指出双向耦合效应对 FPS 的单向滞回特性有较大影响;吴陶晶分析了双向耦合效应 对 FPS 隔震桥梁地震反应的影响,结果表明若忽略双向耦合效应,会低估 FPS 的支座最大变形;由此可见; 水平双向地震作用下,FPS 耦合效应会改变支座变形和梁体位移,进而改变邻梁间纵向碰撞反应。另外,横 向地震作用使梁体发生横向位移,改变了梁体的纵向碰撞条件,使邻梁间碰撞是随机的点一面接触;目前已 有较多针对碰撞效应的数值计算研究,但能模拟随机点 - 面碰撞目与模型试验吻合较好的理论模型并不 多。Chau 等^[8]采用 Hertz 接触模型对振动台试验结果进行了数值验证,结果表明: Hertz 模型能较准确的预 测碰撞发生的正弦波频率、最大相对速度及避免碰撞的最小间隙;李青宁等和 Jankowski^[9-10]基于振动台试 验,对当前常用的多种接触单元碰撞模型进行数值验证,研究表明:基于非线性并考虑阻尼的 Hertz - damp 模型与试验碰撞力时程响应精度最高,但 Hertz - damp 模型在模拟随机点 - 面碰撞效应上还有一定不足。 为了研究任意接触碰撞,学者 Zhu 等^[11]发展了三维接触 - 摩擦碰撞模型,并通过试验验证了这种模型的合 理性,该模型结合了恢复系数法与接触单元法的优点,可以模拟任意方向的碰撞;朱兴龙^[12]考虑碰撞渗透区 域的嵌入深度和碰撞体的几何材料特性,建立了合理的三维接触 - 摩擦碰撞模型,对比模型振动台试验后 发现,在适当选取参数的前提下,该模型能较好的模拟试验实测数据。

综上所述,在水平双向地震作用下,结构纵向地震碰撞反应较为复杂,有必要深入研究。且碰撞模型及 参数的合理选用对任意碰撞的数值模拟精度尤为关键。将利用 OpenSees 地震仿真模拟平台,基于考虑双向 耦合效应的 FPS 模型及等效三维接触一摩擦碰撞模型,分析双向地震作用下高铁 FPS 隔震非规则简支梁桥 的纵向地震碰撞反应。

1 计算分析模型

1.1 FPS 双向耦合模型

基于 Mosqueda^[6]提出的 FPS 双向耦合模型,其各个方向的恢复力模型相互耦合。假定 $d_i \ R_i \ n \mu_i \ fm h_i \ dm h_i \ dm$

$$\begin{cases} F_1 = f_{1W} + f_{1f} \\ F_2 = f_{2W} + f_{2f} \end{cases}$$
(1)

其中:μ1 和μ2 由下式计算:

$$\begin{cases} \mu_1 = f_{\text{max1}} - (f_{\text{max1}} - f_{\text{min1}})e^{-rv} \\ \mu_2 = f_{\text{max2}} - (f_{\text{max2}} - f_{\text{min2}})e^{-rv} \end{cases}$$
(2)

式中: f_{min1} 和 f_{min2} 为滑块滑动速度较低时的摩擦系数; f_{max1} 和 f_{max2} 为滑块滑动速度较高时的摩擦系数。v 为双向运动下的支座相对运动速度; r 为控制双方向的摩擦系数与相应滑动速度之间关系的参数, 其值为:

$$\dot{} = (a_1 \dot{d}_1^2 + a_2 \dot{d}_2^2) / v^2 \tag{3}$$

式中: *a*₁ 和 *a*₂ 分别为控制纵、横桥向的摩擦系数与单向滑动速度之间关系的参数,这些参数一般通过实验确 定; 设 *z*₁ 和 *z*₂ 是反映支座运动状态、摩擦力方向和双向耦合作用的内部滞回分量, 满足以下耦合微分方程:

$$\begin{cases}
Yz_1 \\
Yz_2
\end{cases} =
\begin{cases}
\dot{Ad_1} \\
\dot{Ad_2}
\end{cases} =
\begin{bmatrix}
z_1^2(\gamma \operatorname{sgn}(\dot{d}_1 z_1) + \beta) & z_1 z_2(\gamma \operatorname{sgn}(\dot{d}_2 z_2) + \beta) \\
z_2 z_1(\gamma \operatorname{sgn}(\dot{d}_2 z_2) + \beta) & z_2^2(\gamma \operatorname{sgn}(\dot{d}_2 z_2) + \beta)
\end{bmatrix} =
\begin{cases}
\dot{d}_1 \\
\dot{d}_2
\end{cases}$$
(4)

式中: $A \cdot \gamma \ \pi \beta$ 为控制摩擦力滞回曲线整体形状的参数,通过实验确定,一般取 $A = 1 \cdot \gamma = 0.9 \ \pi \beta = 0.1$ 。 **1.2 碰撞单元模型** $F \blacktriangle$

研究表明:常用的接触碰撞单元模型中,基于非线性并考虑 阻尼的 Hertz – damp 模型与试验数据吻合较好,OpenSees 里的 等效三维接触 – 摩擦碰撞单元(Zero Length Impact3D)在 Hertz – damp 模型的基础上,采用 Muthkumar^[14]的研究成果,通过在 两实际接触点间引入广义接触弹簧、阻尼器并考虑碰撞区域嵌 入深度及几何材料特性来模拟点一面间多向的接触力及能量耗 散,可以较精确的计算双向地震作用下邻梁的纵向碰撞反应。

在法向,单元的恢复力模型如图1所示。图1中: δ_y 为屈服 位移; K_{eff} 、 K_{t1} 和 K_{t2} 分别为碰撞等效刚度、初始刚度和屈后刚 度,计算公式如下:



图1 碰撞单元的恢复力模型

Fig. 1 Restoring force model of impact element

$$K_{\rm eff} = K_{\rm h} \sqrt{\delta_{\rm m}} \tag{5}$$

$$K_{\rm tl} = K_{\rm eff} + \Delta E / (a \cdot \delta_{\rm m}^2) \tag{6}$$

$$K_{\rm t2} = K_{\rm eff} - \Delta E / \left[(1 - a) \cdot \delta_{\rm m}^2 \right] \tag{7}$$

式中: K_h 为碰撞刚度参数,建议取为梁体轴向刚度^[15]; δ_m 为碰撞时最大侵入深度,实际情况中 δ_m 难于准确确定,一般取为2.54 cm; ΔE 为碰撞过程损失的能量;a为屈服系数,分别由式(8)和式(9)确定。

$$\Delta E = k_{\rm h} \cdot \delta_{\rm m}^{\rm n+1} (1 - e^2) / (n + 1)$$
(8)

$$a < 1 - 2(1 - e^2)/5 \tag{9}$$

式中:n为碰撞刚度系数,取3/2;e为恢复系数。则法向力为碰撞力加上粘滞阻尼力:

$$N = \begin{cases} K_{i1}(\delta_{y} - g_{p}) + K_{i2}(u_{1} - u_{2} - \delta_{y}) + c(\dot{u}_{1} - \dot{u}_{2}) & u_{1} - u_{2} \ge \delta_{y} \\ K_{i1}(u_{1} - u_{2} - \delta_{p}) + c(\dot{u}_{1} - \dot{u}_{2}) & \delta_{y} \ge u_{1} - u_{2} \ge g_{p} \\ 0 & u_{1} - u_{2} \le g_{p} \end{cases}$$
(10)

在切向,切向力计算公式为 $T = \mu_e N + c, \mu_e$ 为混凝土面与面之间的摩擦系数, c 为与接触点有关的切向 粘聚力。



图 2 简支梁有限元模型

Fig. 2 FEM model of simply-supported girder bridge

1.3 基于 OpenSees 的有限元分析模型

选取某3 跨高铁 FPS 隔震简支梁桥,跨径为32 m,每跨主梁重1400 t(含桥面铺装),主梁采用 C55 混凝 土,梁体每端布置2个 FPS 支座,墩柱采用 C40 混凝土,桥墩为圆端形重力式墩,边墩高15 m,中墩高25 m; 墩底与地面固结,不考虑桩-土相互作用;图2所示为有限元计算模型,其中主梁和桥墩都用弹性梁柱单元 (ElasticBeamColumn)模拟,邻梁间碰撞采用1.2节所述零长度等效三维接触一摩擦碰撞单元模拟;对于碰撞 单元法向初始参数,由公式(5)~公式(9)计算出 K₁₁和 K₂分别为4 980 MN/m 和1 120 MN/m,屈服变形 δ_y 取 2.54 mm,初始间隙 g_p 取 50 mm;对于碰撞单元初始切向参数,切向动摩擦系数μ_e 取 0.4。FPS 支座全部 采用 OpenSees 中的 SingleFPBearing 单元模拟,此单元能考虑双向耦合效应以及修正的库伦摩擦系数;支座 与主梁、桥墩采用刚臂连接;由于不考虑支座竖向动轴力的影响,故忽略竖向地震作用对 FPS 隔震桥地震反 应的影响;FPS 支座初始参数取值见表1。由于只研究地震作用下的桥梁反应,可假设在设计地震下 FPS 抗 剪螺栓全部剪断,并且梁体位移在支座设计最大位移之内。

		表 1 FPS 衫	刃始参数		
	Т	able 1 Initial pa	rameter of	FPS	
μ	<i>R</i> /m	$K_{\rm i}/({\rm MN}\cdot{ m m}^{-1})$	$f_{\rm max1,2}$	$f_{\min 1,2}$	$r/(s \cdot m^{-1})$
0.05	2	343	0.04	0.02	20

2 地震波的输入

从 PEER 地震数据库选取 12 组常用地震波见表 2,将各波加速度峰值统一调整为 0.4 g 进行组合输入。 地震波数据中按照美国 USGS 规定的场地类别划分为 B 类、C 类和 D 类,分别对应于我国抗震设计中的 I(II) 类、III 类和 IV 类场地类别。

		Table 2 Sele	ctea grouna ma	otions		
方向编号(<i>i-j</i>)	名称	记录台站	场地类别	加速度峰值/g	持时/s	0.4g 调幅系数
1 – 1	Chi – Chi, Taiwan 1999	СНҮ080	В	0.902	90.0	0.444
1 - 2				0.968		0.413
2 - 1	Kern County1952	1095 Taft Lincoln Sc	В	0.156	54.2	2.565
2 - 2				0.178		2.250
3 – 1	L D: 1000	16 LGPC	В	0.563	24.9	0.710
3 - 2	Loma Prieta 1989			0.605		0.661
4 - 1	L D' 1090	570(4 F	D	0.124	40.0	3.215
4 - 2	Loma Prieta 1989	57064 Fremont	Б	0.106	40.0	3.784
5 - 1	V	125 IA II.lland d	С	0.044	78.5	9.132
5 - 2	Kern County1952	155 LA Hollywood		0.057		7.067
6 – 1	E	05 Emin	C	0.515	20.8	0.776
6 – 2	Erzincan Turkey 1992	95 Erzinean	L	0.496		0.807
7 – 1	Northeriday 1004	7481 Communitien Sta	C	0.612	40.0	0.653
7 - 2	Northridge 1994	7451 – Converter Sta	L	0.897		0.446
8 - 1	S., F., I. 1071	135 LA Hollywood	С	0.210	28.0	1.906
8 - 2	San Fernando 1971			0.174		2.296
9 – 1	Kaha 1005	Telesconder	D	0.693	40.9	0.577
9 - 2	Kobe 1995	Такагаzuка	D	0.694		0.577
10 – 1	K 1 1005		0 Shin – Osaka D 0. 243 0. 212	0.243	40.0	1.646
10 – 2	Kobe 1995	0 Shin – Osaka		40.9	1.887	
11 – 1		5057 ELC . A#2	D	0.266	20.5	1.502
11 – 2	Imperial Valley 1979	3037 El Centro A#3	D	0.221	39.3	1.809
12 – 1	K	A	D	0.249	150.4	1.609
12 – 2	Kocaeli Turkey 1999	Ambarii	D	0.184		2.164

表 2 选用的地震波 le 2 Selected ground motior

注:方向编号栏 i-j中 i 代表地震波编号,j 代表地震波方向,顺桥向为1,横桥向为2。

3 双向地震下 FPS 隔震简支梁的纵向碰撞反应

在基于1.3节建立的有限元分析模型上,将上述12组地震波分为2种工况,工况I:只输入纵向地震作用;工况II:纵向地震作用和横向地震作用同时输入;分场地类别取中跨梁的纵向地震反应均值,以分析对比考虑横向地震作用前和后的纵向碰撞反应差异;2种工况下的计算结果见表3。

由表3可见:相比单一输入纵向地震作用,输入双向地震作用后,3类场地波作用下的支座纵向变形明显增大,最大增加幅度达22%;邻梁间的纵向碰撞次数和最大碰撞力都有不同程度的增大;而2#墩的最大墩 顶纵向位移基本不变,2#墩的最大墩底纵向剪力却有一定降低。

Table 5 Comparison of response for two conditions							
项目	场地类别	工况 I	工况 II	偏差/%			
	В	0.083	0. 101	22			
支座纵向最大变形/m	С	0.129	0.144	12			
	D	0.107	0. 123	15			
	В	2	3	50			
碰撞次数/次	С	5	6	20			
	D	5	8	60			
	В	6.896	8.417	22			
最大碰撞力/MN	С	11.46	11.91	4			
	D	6.890	7.701	12			
	В	0.247	0. 249	1			
2#墩顶最大纵向位移/m	С	0.358	0.345	- 4			
	D	0.295	0. 293	- 1			
	В	1.347	1.170	-13			
2#墩底最大纵向剪力/MN	С	1.222	1.171	- 4			
	D	1 249	1 136	_ 9			

表3 2种工况反应对比

Table 3 Comparison of response for two condition





Fig. 3 Hysteretic curve of FPS





为了研究上述反应差异的主要原因,选取3号地波作用下 FPS 支座纵向滞回曲线(图3)进行分析,由图 3可见:对比地震作用单向输入,双向输入时支座的滞回曲线不够饱满,表现为支座最大纵向位移增大,最大 纵向力减小。支座最大纵向位移的增大,使邻梁间更易发生碰撞;支座最大纵向力的减小,致使最大墩底纵 向剪力降低。

4 FPS 隔震桥梁纵向碰撞反应的参数研究

4.1 FPS 支座半径的影响

对于 FPS 隔震,支座半径 R 影响着滑块的屈服后刚度,直接决定了支座的隔震周期,是 FPS 的一个重要 参数。假设支座半径 R 分别为1 m、2 m、3 m、4 m 和5 m,保持模型其他初始参数不变,输入12 组双向地震 作用,对桥梁纵向碰撞反应进行分析。为兼顾各类地震波的平均反应趋势和地震反应离散性,分场地类别 取中跨梁的纵向地震反应均值及最大值,得出了3 类场地波作用下邻梁间碰撞次数和最大碰撞力随支座半 径的变化规律如图 4-5 所示,图 6-7 分别给出了3 类场地波作用下 2#墩最大墩顶纵向位移和最大墩底纵 向剪力随支座半径的变化规律。

由图 4-7 可见:随着支座半径的增大,3 类场地波作用下结构的纵向碰撞反应均不同程度的降低,其中 最大墩顶纵向位移、墩底纵向剪力在半径从1 m 增大到2 m 时,降低幅度较大,而后降低幅度变小,并慢慢趋 于稳定,另外,各类场地波下地震反应最大值与平均值变化趋势基本一致。为探究引起以上变化的原因,给 出6号地震波作用下支座的纵向滞回曲线随 R 的变化(图8)。由图8 可知:随着半径 R 的增大,支座最大纵 向力降低,滞回曲线面积增大,最大纵向位移增大;支座最大纵向力的降低使最大墩底纵向剪力降低,支座 耗能的增加使最大墩顶纵向位移减小;虽然支座最大纵向位移的增大,会使邻梁间更易发生碰撞,但支座半 径 R 增大后支座屈后刚度 K₂ 减小,导致邻跨结构的周期差异减小,邻梁间碰撞次数和最大纵向碰撞力仍然 减小^[16]。因此,考虑碰撞的 FPS 隔震设计时,在保证 FPS 自复位能力的前提下,支座半径不宜太小。



4.2 FPS 支座修正库伦摩擦系数的影响

由于考虑 FPS 双向耦合模型的滑块速度等于 2 个方向速度的平方和开方,在双向地震作用下的滑块高速运动的时间较长,使得修正库伦摩擦系数 μ_1 和 μ_2 趋于高值 f_{max} 的时间更长,增大支座摩擦力;因此, f_{max} 也是 FPS 的一个重要参数。通常 f_{max} 的取值范围为0.04 ~ 0.14,假设 $f_{max1} = f_{max2} = f_{max}$ 分别取0.04、0.06、0.08、0.10 和 0.12,保持模型其他初始参数不变,输入12 组双向地震作用,对桥梁纵向碰撞反应进行分析。分场地类别取中跨梁的纵向地震反应均值及最大值,得出3 类场地波作用下邻梁间碰撞次数和最大碰撞力随 f_{max} 的变化规律分别如图 9 – 10 所示,图 11 – 12 为3 类场地波作用下 2# 墩最大墩顶纵向位移和最大墩底纵向剪力随 f_{max} 的变化规律。









位移的影响







pounding between adjacent girders





图 10 fmax 对邻梁最大碰撞力的影响

Fig. 10 Effect of fmax on maximum pounding force of adjacent girders



由图 9-12 可见:随着 f_{max} 的增大,3 类场地波作用下邻梁间的碰撞次数变少,最大碰撞力相应减小;最 大墩底纵向剪力均不同程度的增大;而对于最大墩顶纵向位移,则变化较小;另外,各类场地波下地震反应 最大值与平均值变化趋势大致相同。为探究引起以上变化的原因,给出 6 号地震波作用下支座的纵向滞回曲 线随 f_{max} 的变化图(图13):由图13 可知:随着 f_{max} 的增大,支座最大纵向力逐渐增大,支座的最大纵向位移逐 渐减小,支座滞回曲线面积变化不大;支座纵向力的增大使最大墩底纵向剪力增大,支座最大纵向位移的减 小使邻梁的碰撞次数和最大纵向碰撞力减小;另外,支座耗能变化不大,故最大墩顶纵向位移变化较小。因 此,在 FPS 减隔震设计时,应综合考虑碰撞反应的变化,f_{max} 不宜太小也不应过大;对于本算例,f_{max} 取 0.08 左 右较为合适。

5 结论

基于 FPS 的双向耦合模型和三维接触 - 摩擦碰撞模型,建立了3 跨高铁 FPS 隔震非规则简支梁桥动力 计算模型,分析了双向地震作用下结构纵向地震碰撞反应。结果表明:

(1)横向地震作用增大了非规则简支梁桥邻梁间碰撞次数和最大碰撞力,并减小最大墩底纵向剪力。

(2)随着支座半径 R 的增大,支座屈服后刚度 K₂ 减小,非规则 FPS 隔震简支梁桥的邻梁碰撞次数、最大碰撞力、最大墩顶纵向位移和最大墩底纵向剪力均不同程度减小。

(3)随着支座摩擦系数增大,支座摩擦力增大,非规则 FPS 隔震简支梁桥邻梁碰撞次数和最大碰撞力减 小,最大墩底纵向剪力逐渐增大,最大墩顶纵向位移则变化不大。

(4)即便只考虑 FPS 隔震桥梁的纵向地震碰撞反应,也不能忽略横向地震作用;应考虑 FPS 双向耦合效应及点 - 面碰撞效应进行参数敏感性分析,选择合适的支座参数,减小碰撞反应。

参考文献

- [1] Earthquake Engineering Research Institute(EERI). Northridge earthquake of January 17, 1994 reconnaissance report[R]. Report No. 95 03, Oakland California: EERI, 1995.
- [2] Earthquake Engineering Research Institute(EERI). The Hyogo Ken Nanbu Earthquake of January 17, 1995 preliminary reconnaissance report
 [R]. Report No. 95 04, Oakland California: EERI, 1995.
- [3] Earthquake Engineering Research Institute(EERI). 1999 Chi Chi, Taiwan earthquake reconnaissance report[R]. Report NO. 01 04, Oakland California: EERI, 2001.
- [4] 王东升,郭迅,孙治国. 汶川大地震公路桥梁震害初步调查[J]. 地震工程与工程振动,2009, 29(3): 84-94.
 WANG Dongsheng, GUO Xun, SUN Zhiguo. Damage to highway bridges during Wenchuan earthquake[J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2009, 29(3): 84-94. (in Chinese)
- [5] 刘金成. 摩擦摆支座隔震梁桥地震碰撞反应分析及粘滞阻尼器防撞控制研究[D]. 北京:北京交通大学,2011. LIU Jincheng. Study on seismic pounding responses for FPB isolated girder bridge and viscous damper pounding control[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2011. (in Chinese)
- [6] GILBERTO Mosqueda, ANDREW S, WHITTAKER, et al, FENVES, Characterization and modeling of friction pendulum bearings subjected to multiple component of excitation[J]. J Struct Engng. ASCE, 2004, 130(3): 433 - 442.
- [7] 王建强,管品武,李大望. 摩擦摆基础隔震结构双向地震反应分析[J]. 世界地震工程,2005,21(3):11-15.
 WANG Jianqiang, GUAN Pinwu, LI Dawang. Analysis of seismic response of base-isolated structures with friction pendulum system under bilateral ground motions[J]. Journal of World Earthquake Engineering, 2005,21(3):11-15. (in Chinese)
- [8] CHAU K T, WEI X X, GUO X. Experimental and theoretical simulations of seismic poundings between two adjacent structures [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2003, 32(4): 537 – 554.
- [9] 李青宁, 尹俊红, 张瑞杰,等. 桥梁碰撞振动台试验及参数敏感性分析[J]. 长安大学学报, 2016, 36(4): 58-66.
 LI Qingning, YIN Junhong, ZHANG Ruijie, et. al. Shaking table test of bridge pounding and analysis on parameter sensitivity [J]. Journal of Changan University, 2016, 36(4): 58-66. (in Chinese)
- [10] JANKOWSKI R. Non-linear viscoelastic modeling of earthquake-induced structural pounding[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2005, 34(6): 595-611.
- [11] ZHU P, ABE M, FUJINO Y. Modeling three-dimensional non-linear seismic performance of elevated bridges with emphasis on pounding of girders
 [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2002, 31(11): 1891 1913.
- [12] 朱兴龙. 曲线桥梁的地震碰撞及试验研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2015.
 ZHU Xinglong. Pounding analysis and experimental investigation of curve bridges under earthquake excitation[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2015. (in Chinese)

- [13] 焦驰宇,胡世德,管仲国. FPS 抗震支座分析模型的比较研究[J]. 振动与冲击,2007,26(10):113-117.
 JIAO Chiyu, HU Shide, GUAN Zhongguo. Comparison study on analysis models of FPS seismic isolation support[J]. Journal of Vibration and Shock, 2007, 26(10):113-117. (in Chinese)
- [14] MUTHKUMAR S. A contact element approach with hysteresis damping for the analysis and design of pounding in bridges[D]. Atlanta Botanical: Atlanta Georgia institute of Technology, 2003.
- [15] PRAVEEN K Malhotra. Dynamics of seismic pounding at expansion joints of concrete bridges [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1998, 124 (7): 794 - 802.
- [16] 谢旭,高博青,吴善幸,等. 柔性橡胶支座上的桥梁结构地震碰撞响应分析[J]. 浙江大学学报,2004,38(6):725-741.
 XIE Xu, GAO Boqing, WU Shanxing, et. al. Earthquake response of bridges bearing on flexible rubber considering pounding of girders[J].
 Journal of Zhejiang University, 2004, 38(6): 725-741. (in Chinese)