



移动阅读

罗斌玉,叶义成,李玉飞,等. Mohr-Coulomb 准则下倾斜矿柱稳定性的安全系数法[J]. 煤炭学报,2018,43(9): 2408-2415. doi:10.13225/j.cnki.jccs.2017.1548

LUO Binyu, YE Yicheng, LI Yufei, et al. Safety factor method for stability of inclined pillars under Mohr-Coulomb criterion[J]. Journal of China Coal Society, 2018, 43(9): 2408-2415. doi:10.13225/j.cnki.jccs.2017.1548

Mohr-Coulomb 准则下倾斜矿柱稳定性的安全系数法

罗斌玉^{1,2}, 叶义成^{1,2}, 李玉飞^{1,2}, 罗甲渊³, 陈虎^{1,2}

(1. 武汉科技大学资源与环境工程学院, 湖北武汉 430081; 2. 冶金矿产资源高效利用与造块湖北省重点实验室, 湖北武汉 430081; 3. 贵州省六盘水市安监局, 贵州六盘水 553001)

摘要: 地下矿床开采中, 矿柱的稳定是矿床安全高效开采的基础, 是采场作业人员的安全保障。以弹性力学理论为基础, 分析正应力和剪应力共同作用下倾斜矿柱的受力状态, 应用图解法绘制出表征矿柱应力状态的应力圆。根据应力圆与 Mohr-Coulomb 强度包络线之间的关系, 建立了考虑矿体倾角及矿柱受正、剪应力共同作用下矿柱的安全系数解析式。应用该安全系数解析式能很好评价任意倾角矿柱的稳定性, 并分析了水平矿体时, 以安全系数评价的矿柱稳定性与实际矿柱稳定状态吻合。最后分析了应力圆圆心所在直线斜率 $\tan \beta$ 、矿体倾角 θ 等因素对倾斜矿柱稳定性的影响。研究表明: 应力圆圆心所在直线斜率 $\tan \beta$ 是矿体倾角 θ 及侧压系数 λ 的二元函数, 对每个侧压系数 λ , $\tan \beta$ 均能取得一次最大值, 且侧压系数 λ 值不同, $\tan \beta$ 取得最大值亦不同; 当侧压系数 $\lambda \in [0, 1]$ 时, $\tan \beta$ 取得最大值时对应的矿体倾角 $\theta \in [45^\circ, 90^\circ]$; 当 $\tan \beta$ 取得最大值时, 矿柱的安全系数最小, 矿柱最容易失稳; 随矿体倾角的增大, 矿体安全系数呈现先减小后增大的变化趋势。

关键词: Mohr-Coulomb 准则; 倾斜矿柱; 稳定性; 安全系数

中图分类号: TD82; TD31

文献标志码: A

文章编号: 0253-9993(2018)09-2408-08

Safety factor method for stability of inclined pillars under Mohr-Coulomb criterion

LUO Binyu^{1,2}, YE Yicheng^{1,2}, LI Yufei^{1,2}, LUO Jiayuan³, CHEN Hu^{1,2}

(1. College of Resources and Environmental Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China; 2. Hubei Key Laboratory for Efficient Utilization and Agglomeration of Metallurgic Mineral Resource, Wuhan 430081, China; 3. Liupanshui Administration of Work Safety of Guizhou Province, Liupanshui 553001, China)

Abstract: Stability of pillars is the basis of safety and efficient mining in underground mines, and it is the safety guarantee for operators. Based on the theory of elastic mechanics, the stress state of inclined pillars was analyzed under the combined action of normal stress and shear stress, and a stress circle was plotted by graphic method which describes the distribution of stress state of pillars. According to the relationship between stress circle and Mohr-Coulomb strength envelope, an analytical formula for the safety factor of pillars was established. Some factors had been taken into consideration in the formula, such as the dip angle of ore body, the average normal stress and shear stress of pillars etc. The analytic formula of safety factor can be used to evaluate the stability of the pillars under any angle ore body. In the flat seam case, the stability of the pillars was evaluated by the safety factor. Results show that it is in good agreement with the measured values. Finally, the pillars stability influence factors were studied, including the deposit dip angle θ with

收稿日期: 2017-11-07 修回日期: 2018-07-25 责任编辑: 许书阁

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51574183)

作者简介: 罗斌玉(1990—), 男, 贵州六盘水人, 博士研究生。E-mail: binyul@126.com

通讯作者: 叶义成(1960—), 男, 湖北汉川人, 教授, 博士生导师。Tel: 027-68862885, E-mail: yeyicheng@wust.edu.cn

the slope of the stress circle ($\tan\beta$). Research shows that $\tan\beta$ is a binary function of the deposit dip angle θ and the lateral pressure coefficient λ . $\tan\beta$ can achieve only one maximum value under any lateral pressure coefficient value, but lateral pressure coefficient is different, getting the most value is also different. When the lateral pressure coefficient is from 0 to 1, the corresponding range of θ is from 45° to 90° . When the maximum value of $\tan\beta$ is obtained, the safety factor is the smallest, and the pillar is most likely to be unstable. With the dip angle of ore body increasing, the safety factor decreases at first and then increases.

Key words: Mohr-Coulomb criterion; inclined pillars; stability; safety factor

在地下矿床开采中,矿柱的作用是确保巷道和采掘工作面的安全、防止矿井自燃、控制岩层移动及地表沉陷等^[1-3]。因此,稳定的矿柱是确保地下巷道以及工作场所的关键因素,尤其条带法、房柱法开采时,矿柱的稳定是矿床安全高效开采的基础,是采场作业人员的安全保障。如何有效地分析矿柱的应力状态以及对矿柱的安全度进行评价,是研究矿柱稳定的关键工作之一。分析矿柱稳定性的方法较多,其中安全系数法是常用的一种,亦是评价矿柱稳定性的一个重要指标^[4]。

矿柱的安全系数定义为矿柱的强度与矿柱荷载之比。根据矿柱安全系数的定义,建立矿柱的安全系数表达式,需对矿柱强度及荷载进行估算。长久以来,许多学者对矿柱强度及荷载的估算进行了大量研究,取得了许多研究成果。在矿柱强度估算研究方面:黄旭春等^[5]、刘贵等^[6]在分析 A. H. WILSON 煤柱极限强度公式存在因简化带来问题的基础上,对 A. H. WILSON 煤柱设计公式进行改进,给出了条带煤柱的极限强度公式。SHEOREY P R 等^[7-8]基于煤样的实验室三轴试验,建立了 Sheorey 经验强度准则,结合 Wilson 两区约束理论,建立了矿柱强度表达式。MOHAN G M 等^[1]和 JAISWAL A 等^[9]基于矿岩体的应变-软化本构模型分别运用三维有限差分 and 有限元数值软件,计算了矿柱的强度,认为数值计算的结果比以往用经验公式计算值要好。SALAMON M D G 等^[10]对南非不同煤田地质、不同煤层组合下矿柱的强度公式进行研究,揭示了特定煤层下的矿柱强度计算方法更加经济安全。LUNDER P J 等^[11]将从属面积法和边界单元法的分析结果结合为一约束的表达式中,建立了一种既考虑“矿柱摩擦因数”同时又考虑经验强度常数的“通用”强度公式。BERTUZZI R 等^[12]收集来自澳大利亚、南非、美国以及印度的矿柱特性情况,结合实例,应用有限元分析软件模拟了矿柱的应力分布,提出了损伤起始剥落法(DISL)来模拟矿柱的强度。MORTAZAVI A 等^[13]研究了矿柱几何尺寸以及强度参数对矿柱的特性的影响,表明矿柱的尺寸对矿柱的稳定性起重要作用。朱建明

等^[14]基于黏性材料的 SMP (Spatially Mobilized Plane) 破坏准则,建立了煤柱极限强度的解析式,研究表明基于材料的 SMP 准则下的煤柱极限强度计算符合实际。ESTERHUIZEN G S 等^[15]对矿柱稳定性特性进行调查,提出了计算矿柱强度的方法,此方法中考虑完整矿岩块强度以及矿柱中存在的缺陷。郭力群等^[16-17]基于统一强度理论,建立了条带煤柱极限强度计算公式并探究煤柱设计的强度准则效应,研究表明煤层黏聚力和内摩擦角对煤柱的设计影响明显。

矿柱荷载计算方面的研究:JAISWAL A 等^[18]运用三维边界元模拟了开采过程中矿柱上的应力变化情况,结果与实测相吻合。POULSEN B A^[19]基于最大压力拱理论,结合从属面积法计算了房柱法开采时矿柱上的荷载,与数值模拟研究的结果一致。SINGH A K 等^[20]对以往印度煤矿开采中实测得到的矿柱应力分布结果进行分析,提出了以经验关系来估算矿柱最终承受的压力。WANG X Y 等^[21]基于极限平衡理论,建立了矿柱力学模型,分析了极限平衡区与非极限平衡区的关系,对矿柱的承载能力进行了探讨。REZAEI M 等^[22-23]根据开采引起的诱导应力转移情况,基于应变能平衡原理,准确地估算出转移到矿柱上的应力。HAUQUIN T 等^[24]运用从属面积法与数值模拟相结合研究了矿柱处于线弹性时的垂直应力,结果表明矿柱上的垂直应力是相对面积采出比的二次函数。

综上所述,前人对矿柱强度及荷载计算研究取得了许多理论成果,建立矿柱强度、荷载的经验公式,为分析矿柱的稳定性奠定了基础。然而,在矿柱稳定性分析中,更多关注的是水平以及缓倾斜矿柱,而对矿体的倾角考虑需进一步探讨;同时,倾斜矿柱上作用的轴向应力和剪应力成对出现^[25],它们随矿体倾角变化而变化,这对矿柱稳定性设计提出了更高的要求。因此,考虑矿体倾角、矿柱正应力及剪应力共同作用下的矿柱稳定性值得深入研究^[26]。基于此,应用改进的从属面积法对倾斜矿柱的荷载进行估算,并应用图解法绘制表征矿柱应力状态的应力圆。在此

基础上,基于 Mohr-Coulomb 准则,根据应力圆与 Mohr-Coulomb 强度包络线之间关系,建立倾斜矿柱安全系数解析式,以此来分析矿柱的稳定性。

1 矿柱荷载计算及应力状态分析

1.1 倾斜矿柱荷载计算

基于从属面积法原理,对矿柱荷载进行计算。假设在开采前矿体处于垂直应力为 σ_{zz} 、水平应力为 σ_{xx} 的应力场中,如图 1 所示,其中 $\sigma_{zz} = \gamma H$, $\sigma_{xx} = \lambda \gamma H$, γ 为矿体上覆岩层的容重, H 为矿体平均埋深, λ 为侧压系数, λ 由矿岩体泊松比决定。通过坐标转换的方法,得到开采前倾斜矿体上的正应力 S_n 和剪应力 T_s :

$$\begin{cases} P_n = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{zz}}{2} - \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{zz}}{2} \cos 2\theta \\ T_s = -\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{zz}}{2} \sin 2\theta \end{cases} \quad (1)$$

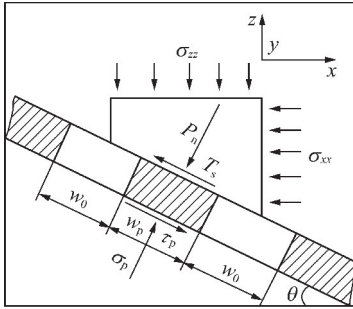


图 1 矿体及矿柱受力示意

Fig. 1 Preexcavation pillar normal and stresses and postexcavation pillar stresses

图 1 为具有均匀厚度的倾斜层状矿体的剖面,采用长矿房和留矿柱的方法开采。设矿房和矿柱跨度分别为 w_0, w_p ,并在垂直于剖面的方向取单位厚度矿体,则采出面积比为

$$\eta = \frac{w_0}{w_0 + w_p} \quad (2)$$

根据广义从属面积法原理,矿体上的应力满足以下关系:

$$\begin{cases} P_n(w_0 + w_p) = \sigma_p w_p \\ T_s(w_0 + w_p) = \tau_p w_p \end{cases} \quad (3)$$

结合式(2),(3),得到以面积采出比表示的矿柱正应力 σ_p 和剪应力 τ_p :

$$\begin{cases} \sigma_p = \frac{P_n}{1 - \eta} = \frac{\gamma H(\lambda \sin^2 \theta + \cos^2 \theta)}{1 - \eta} \\ \tau_p = \frac{T_s}{1 - \eta} = \frac{(1 - \lambda)\gamma H \sin \theta \cos \theta}{1 - \eta} \end{cases} \quad (4)$$

当采场为平面布置,矿体倾角为水平时,此时矿柱上的荷载为

$$\sigma_p = P_n \frac{(w_p + w_0)(a + w_0)}{w_p a}$$

式中, a 为矿柱的平面尺寸。

式(4)表明,矿柱上的应力除了与矿体倾角、侧压系数、矿体埋深有关外,还与面积采出比有关。分析可知,当面积采出比小于 0.75 时,矿柱的平均应力与原始应力之比随面积采出比增大而增大,增大速率较小,如图 2 所示。若面积采出比大于 0.75 时,即使采出比有微小增加,也将引起煤柱中应力的极大增加^[26]。

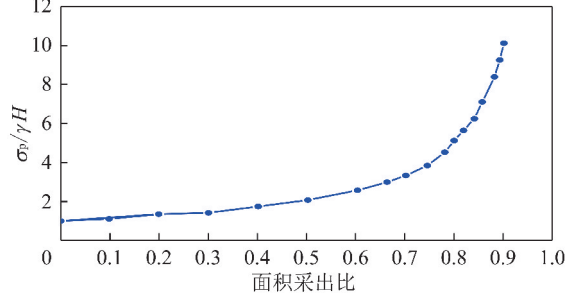


图 2 矿柱应力集中系数随面积采出比的变化^[26]

Fig. 2 Stresses concentration factor as a function of excavation ratio

1.2 倾斜矿柱应力状态分析

为了进一步分析倾斜矿柱内任意斜面上的应力状态,取矿柱内单位厚度任意斜面进行受力分析,受力如图 3 所示。由力学平衡条件,得到倾斜矿柱内任意斜面上的平均正应力 σ 和剪应力 τ 为

$$\begin{cases} \sigma = \frac{\sigma_p}{2}(1 + \cos 2\alpha) - \frac{\tau_p}{2} \sin 2\alpha \\ \tau = \frac{\sigma_p}{2} \sin 2\alpha + \frac{\tau_p}{2}(1 + \cos 2\alpha) \end{cases} \quad (5)$$

式中, α 为矿柱内任意斜面的法线方向与 σ_p 所成的夹角。

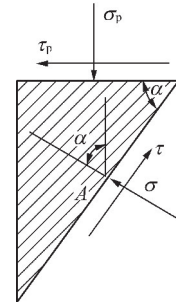


图 3 矿柱内任意斜面应力示意

Fig. 3 Pillar diagram for stresses on free inclined surface

式(5)的形式与一般应力方程坐标变换相似,但应力前面的系数不同。此外,由于矿柱两侧没有剪应力,矿柱上的平均正应力 σ_p 和剪应力 τ_p 不遵循坐标转换。为了使矿柱受的力和力矩平衡,通过力的偏移

来实现,进一步可以表征为矿柱的宽高比(w_p/h_p)满足式(6)^[25]:

$$\frac{w_p}{h_p} < \frac{\tau_p}{\sigma_p} \quad (6)$$

在满足式(6)条件下,将式(5)进行整理,得

$$\begin{cases} \sigma - \frac{\sigma_p}{2} = \frac{\sigma_p}{2} \cos 2\alpha - \frac{\tau_p}{2} \sin 2\alpha \\ \tau - \frac{\sigma_p}{2} = \frac{\sigma_p}{2} \sin 2\alpha + \frac{\tau_p}{2} \cos 2\alpha \end{cases} \quad (7)$$

式(7)表明,矿柱内任意斜面上的正应力 σ 和剪应力 τ 均是倾角 α 的函数,说明矿柱内任意斜面上的正应力 σ 和剪应力 τ 之间存在一定的函数关系。将式(7)进行整理得:

$$\left(\sigma - \frac{\sigma_p}{2}\right)^2 + \left(\tau - \frac{\tau_p}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_p}{2}\right)^2 + \left(\frac{\tau_p}{2}\right)^2 \quad (8)$$

式(8)可表示为在 τ - σ 坐标平面上圆心为 $(\sigma_p/2, \tau_p/2)$ 、半径为 $0.5\sqrt{\sigma_p^2 + \tau_p^2}$ 的应力圆,如图4所示。由图4可知,该圆的圆心与常规应力圆的圆心所在的位置不同,称为广义莫尔圆或广义应力圆,常规应力圆圆心在主应力轴上,而广义莫尔圆圆心在斜率为 $\tan \beta = \tau_p/\sigma_p$ 的直线上。为方便起见,在没有与常规应力圆比较分析、无特别说明时,均称为应力圆。

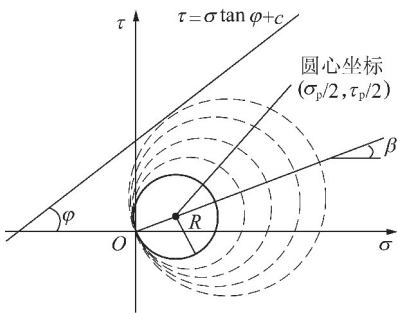


图4 广义莫尔圆

Fig. 4 Generalized Mohr's circle

对于不同的地下工程岩体,要使应力圆按照不同的方式增大,直至与强度包络线相切达到破坏的方式有3种:等圆心破坏、卸载破坏和加载破坏。图4为图解法表示的矿柱应力状态,考虑到矿柱的实际情况,矿柱无侧限压力(采空区未充填或者无支护)时,要使应力圆增大与强度包络线相切,通过加载途径可以实现。由此可知,矿柱的破坏形式为加载破坏。随矿柱上应力的增加,应力圆的半径逐渐增大,圆心在斜率为 $\tan \beta$ 的直线上向外移动,为如图4中虚线圆所示。

2 Mohr-Coulomb 准则下建立矿柱安全系数解析式

矿柱上的应力变化,会引起应力圆半径的变化,

矿柱受力到临界状态时,矿柱开始发生破坏失稳。此时,矿柱的安全系数为矿柱应力达到临界状态时的应力圆半径与原圆半径之比。假设矿柱的破坏符合 Mohr-Coulomb 准则,根据矿柱的应力状态与 Mohr-Coulomb 强度包络线的距离来判断矿柱的安全程度,本构关系如图5所示,建立考虑正应力和剪应力共同作用下矿柱的安全系数解析式:

$$F_s = \frac{|AB|}{|OC|} = \frac{|OF| + |AG|}{|OC|} = \frac{2c \cos \varphi}{\sqrt{\sigma_p^2 + \tau_p^2} [1 - \sin(\varphi - \beta)]} \quad (9)$$

式中, $\sigma_{pc} = \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin(\varphi - \beta)}$ 为矿柱的强度; $\sigma_{ts} =$

$\sqrt{\sigma_p^2 + \tau_p^2}$ 为矿柱上的荷载,为矿柱上的正应力和剪应力的合力 σ_{ts} 。将式(9)简化为

$$F_s = \frac{\sigma_{pc}}{\sigma_{ts}} \quad (10)$$

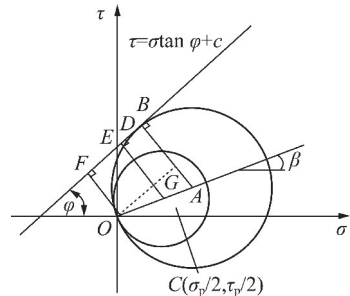


图5 倾斜矿柱应力状态及 Mohr-Coulomb 强度包络线

Fig. 5 Stresses state of inclined pillar and Mohr-Coulomb strength envelope

由式(10)可知,基于 Mohr-Coulomb 准则建立的矿柱安全系数与传统定义的安全系数概念一致,均表示为矿柱的强度与矿柱的荷载之比。对于倾斜矿柱而言,矿柱强度主要受矿柱的黏聚力 c 、内摩擦角 φ 以及倾角 β 的影响,而倾角 β 由矿柱上的正应力和剪应力确定。一般情况下,矿柱的摩擦角不受矿柱尺寸的影响,仅考虑黏聚力具有尺寸以及倾角效应。此时,矿柱黏聚力 c 由水平矿柱强度 σ_{pcs} 求出,根据 Mohr-Coulomb 准则得到了水平矿柱强度 σ_{pcs} 与黏聚力 c 之间关系为

$$\sigma_{pcs} = \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (11)$$

由式(11)求出矿柱的黏聚力 c ,再根据 $\sigma_{pc} = \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin(\varphi - \beta)}$ 便得到倾斜矿柱的强度。对于

式(11)中水平矿柱抗压强度 σ_{pcs} 前人做了许多研究,并建立了许多强度经验公式,分析了不同强度经验公式下的适用条件^[27],其中式(12)与式(13)计算

出来的矿柱强度比以往用经验公式计算值要好^[1,9], 这里选取式(12)、式(13)作为水平矿柱的强度公式来计算矿柱的黏聚力 c 。式(12)、式(13)分别为

$$\sigma_{pcs} = 0.27\sigma_c h_p^{-0.36} + \left(\frac{H}{250} + 1\right) \left(\frac{w_p}{h_p} - 1\right) \quad (12)$$

$$\sigma_{pcs} = \sigma_c^{0.66} \left(0.1514 \frac{w_p}{h_p} + 0.2664\right) \quad (13)$$

式(12)、式(13)中符号同前,将式(12)或式(13)代入式(11)中,计算出矿柱的黏聚力 c 。

在水平矿体中,矿柱上剪应力为零,这与常规求解矿柱安全系数的表达式一样,由式(9)得到水平矿柱的安全系数:

$$F_s = \frac{2c \cos \varphi}{\sigma_p (1 - \sin \varphi)} = \frac{\sigma_{pc}}{\sigma_p}$$

同理,当矿体接近 90° 时,矿柱的安全系数为

$$F_s = \frac{\sigma_{pc}}{\sigma_h} \quad (14)$$

式中, σ_p, σ_h 分别为矿体处于水平和 90° 时矿柱上的

载荷。

由以上分析可知,应用安全系数解析式能对任意倾角的矿柱进行稳定性分析,水平矿柱安全系数解析式是倾斜矿柱安全系数的一个特例,从侧面反映出倾斜矿柱安全系数表达式推导的合理性。

3 实例验算及矿柱稳定性影响因素分析

3.1 实例验算

由于水平矿柱安全系数解析式是倾斜矿柱安全系数的一个特例,为了验证基于 Mohr-Coulomb 准则的矿柱安全系数解析式的实用性,选取 28 个水平矿柱实例进行验算,其中 14 个矿柱稳定,14 个矿柱不稳定^[1],矿柱参数见表 1。矿柱强度分别采用式(12)、(13)进行估算,矿柱荷载应用从属面积法即式(4)计算,对比分析两个强度下的矿柱稳定情况。得到了以式(12)估算的矿柱强度与矿柱荷载之间的关系如图 6 所示,以式(13)估算的矿柱强度与矿柱荷载之间的关系如图 7 所示。

表 1 稳定矿柱和失稳矿柱数据^[1]

Table 1 Data for stable pillars and Failed pillars cases

矿柱状态	编号	矿体埋深(H)/m	矿柱高(h)/m	矿柱宽(w)/m	巷道跨度(B)/m	矿柱宽高比(w/h)	单轴抗压强度(σ_c)/MPa
稳定	实例 1	36	3.0	5.4	6.0	1.8	48
	实例 2	48	6.0	9.9	6.0	1.7	50
	实例 3	270	3.0	8.1	3.6	2.7	46
	实例 4	75	2.7	9.9	6.6	3.7	28
	实例 5	38	5.1	7.2	3.9	1.4	33
	实例 6	30	4.1	9.0	6.0	1.8	21
	实例 7	102	4.8	10.1	2.4	2.1	35
	实例 8	75	3.0	6.3	4.2	2.1	35
	实例 9	106	3.5	16.0	4.0	4.6	29
	实例 10	38	5.1	18.3	4.2	3.6	33
	实例 11	266	4.8	40.0	5.0	8.3	43
	实例 12	30	2.1	6.0	6.0	2.9	19
	实例 13	36	3.6	9.3	5.7	2.6	40
	实例 14	80	2.0	5.8	5.5	2.9	29
失稳	实例 1	30	4.5	3.6	5.7	0.80	45
	实例 2	30	6.0	3.6	5.4	0.60	45
	实例 3	36	3.0	3.9	6.0	1.30	26
	实例 4	30	5.4	4.5	4.5	0.83	25
	实例 5	23	8.1	4.65	5.55	0.57	24
	实例 6	90	3.75	5.4	6.0	1.44	45
	实例 7	129	3.6	7.5	6.0	2.08	38
	实例 8	54	3.6	5.4	6.0	1.50	33
	实例 9	56	3.6	4.95	6.45	1.38	33
	实例 10	42	4.8	4.5	4.5	0.94	47
	实例 11	70	1.8	2.85	3.15	1.58	26
	实例 12	51	1.8	3.0	3.6	1.67	26
	实例 13	160	6.6	19.8	4.2	3.00	27
	实例 14	140	8.4	18.6	5.4	2.20	25

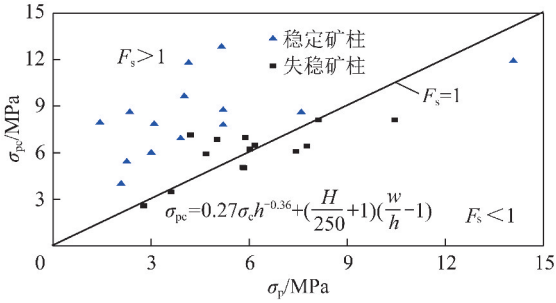


图6 失稳、稳定矿柱安全系数分布

Fig. 6 Safety factor distribution of unstable and stable pillars

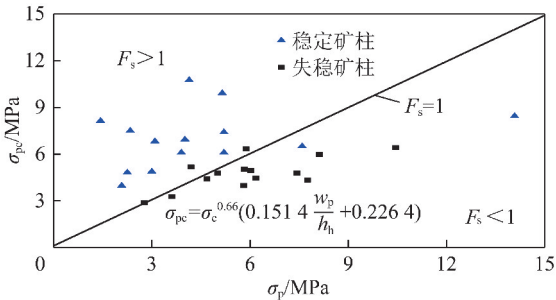


图7 失稳、稳定矿柱安全系数分布

Fig. 7 Safety factor distribution of unstable and stable pillars

比较图6、图7安全系数的分布情况,采用式(12)计算的矿柱强度得到的失稳矿柱安全系数值落在 $F_s > 1$ 的区域较多,而采用式(13)计算出的安全系数值与矿柱实际稳定性保持一致,表明式(12)计算的矿柱强度比式(13)保守,应用式(13)计算出来的矿柱强度更加与实际情况吻合。进一步表明,基于 Mohr-Coulomb 准则矿柱安全系数能有效评价矿柱的稳定性,其关键在于矿柱的强度计算。

3.2 $\tan \beta$ 对矿柱稳定性影响

由式(9)分析知,影响矿柱安全系数的因素主要有矿柱荷载、矿柱强度以及矿体倾角。矿柱强度主要受 β 的影响,而 $\tan \beta$ 为

$$\tan \beta = \frac{\tau_p}{\sigma_p} = \frac{(1 - \lambda) \sin \theta \cos \theta}{\lambda \sin^2 \theta + \cos^2 \theta} \quad (15)$$

由式(15)可知, $\tan \beta$ 仅与矿体倾角 θ 和侧压系数 λ 有关,可理解为 $\tan \beta$ 是 θ, λ 的二元函数。取函数定义域为 $\theta \in [0^\circ, 90^\circ], \lambda \in [0, 1]$ 时进行分析,应用图解法分别绘出函数的三维及二维等值线图,如图8,9所示。

在式(15)中, θ, λ 取一定值时,得到了 $\tan \beta$ 随矿体倾角 θ 、侧压系数 λ 之间的关系,如图10所示。由图10可知,在倾角 θ 相等条件下,侧压系数 λ 越小, $\tan \beta$ 值越大。随矿体倾角的变大, $\tan \beta$ 出现先增大后减小的趋势,侧压系数 λ 越小, $\tan \beta$ 随矿体倾角先增大后减小的增加速率和减小速率均变大。同

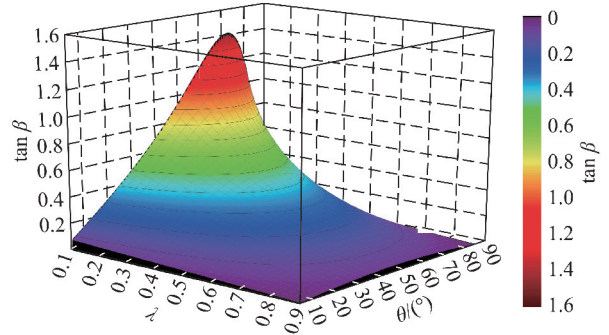


图8 $\tan \beta$ 的三维分布

Fig. 8 Three-dimensional distribution diagram of $\tan \beta$

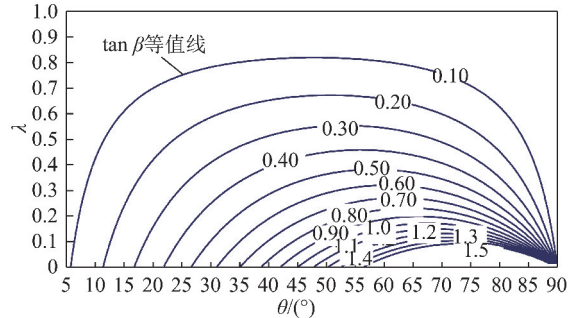


图9 $\tan \beta$ 二维等值线

Fig. 9 Two-dimensional contour map of $\tan \beta$

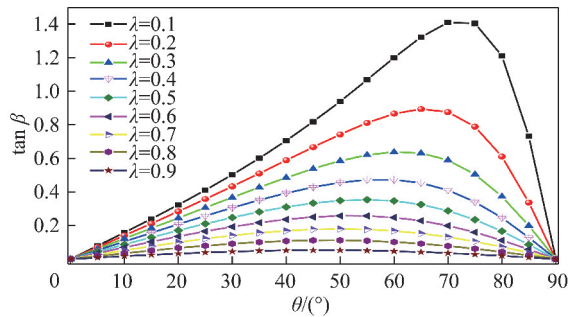


图10 $\tan \beta$ 与矿体倾角 θ 、侧压系数 λ 之间的关系

Fig. 10 Relationship between the ore body dip angle, lateral pressure coefficient λ and $\tan \beta$

时,每个侧压系数下 $\tan \beta$ 均存在一个最大值,且侧压系数取值不同,最大值不同,为探求其原因,对式(15)两边分别对 θ, λ 求偏导。经分析可知, $\tan \beta$ 对 λ 的偏导为矿体倾角 θ 的三角函数,与自变量 λ 无关。再求 $\tan \beta$ 对 θ 的偏导,得:

$$\frac{\partial(\tan \beta)}{\partial \theta} = (1 - \lambda)^2 + (1 - \lambda^2) \cos 2\theta \quad (16)$$

当 $\lambda \neq 1$ 时,令 $\tan \beta$ 对 θ 的偏导为零,化简式(16)得:

$$\cos 2\theta = \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} \quad (17)$$

由于 $\lambda \in [0, 1]$, 式(17)右边小于0,即 $\cos 2\theta \leq 0$,由三角函数知识分析得出, $\tan \beta$ 取得最大值的条

件为 $\theta \in [45^\circ, 90^\circ]$, $\lambda \in [0, 1)$, 且 $\tan \beta$ 取得最大值时对应的 θ 由压系数 λ 确定。表明任意侧压系数条件下 $\tan \beta$ 均取得一个最大值, 而对应的 θ 值由式(17)求出。特别地, 计算出了 $\lambda = 0.1, 0.2, \dots, 0.9$ 时对应的 θ 值分别为: $72.45^\circ, 65.91^\circ, 61.29^\circ, 57.69^\circ, 54.74^\circ, 52.24^\circ, 50.08^\circ, 48.19^\circ, 46.51^\circ$, 理论计算结果与图 8~10 中 $\tan \beta$ 随 θ, λ 的变化规律反映出来的结果一致。

上述分析揭示了 $\tan \beta$ 的内在变化, 结合式(9)表明 $\tan \beta$ 越大, 矿柱强度越小, 即安全系数越小。

3.3 倾角对矿柱稳定性影响

矿体倾角对矿柱稳定性具有重要的影响。在其他条件一定的情况下, 仍然以表 1 中稳定矿柱和失稳矿柱的实例参数进行分析, 探索矿体倾角的变化对矿柱稳定性的影响, 揭示矿体倾角对矿柱稳定性规律。

在不同侧压系数条件下, 分析了矿柱安全系数随矿体倾角增大的变化情况。图 11, 12 为在侧压系数 $\lambda = 0.5$ 时, 部分稳定矿柱和部分失稳矿柱安全系数随矿体倾角的变化规律。无论稳定型矿柱还是失稳型矿柱, 随矿体倾角的增加, 矿柱安全系数先减小后增大的变化趋势。当矿体倾角增加到 40° 附近时, 矿柱的安全系数最小, 矿柱最不稳定。此后, 随矿体倾角的增大, 矿柱安全系数逐渐增大。

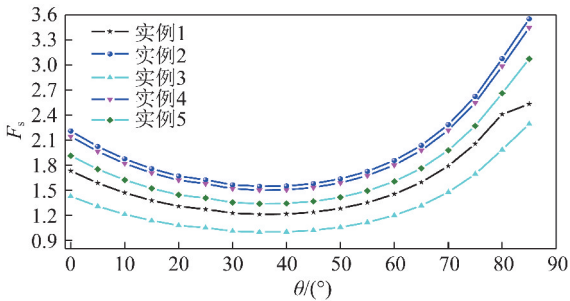


图 11 稳定矿柱安全系数与矿体倾角关系

Fig. 11 Relationship between the safety factor of stable pillars and ore body dip angle

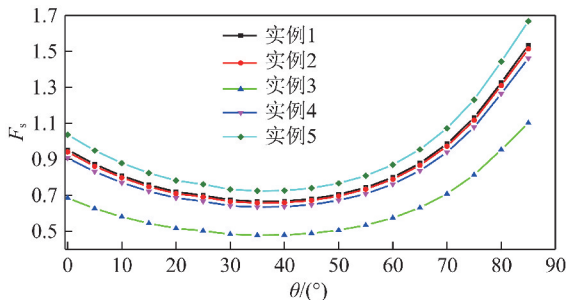


图 12 失稳矿柱安全系数与倾角关系

Fig. 12 Relationship between the safety factor of failed pillars and ore body dip angle

综上所述, 受正应力和剪应力共同作用下的倾斜

矿柱稳定性影响因素除了与矿柱矿房宽度、矿体埋深、覆岩容重、矿体强度等因素有关外, 还受矿体倾角与侧压系数的影响, 而侧压系数、矿体倾角可用函数 $\tan \beta$ 表征出来。

4 结 论

(1) 以弹性力学理论为基础, 分析了在平均正应力和剪应力共同作用下的倾斜矿柱应力状态, 绘制出描述矿柱应力状态的广义应力圆, 应力圆圆心在以 $\tan \beta$ 为斜率的直线上变化。当矿柱上应力增加时, 应力圆半径逐渐增大, 应力圆圆心在斜率为 $\tan \beta$ 的直线上向外移动。

(2) 基于 Mohr-Coulomb 准则, 由应力圆与强度包络线之间的关系, 建立了同时考虑矿体倾角因素及矿柱受正、剪应力共同作用下矿柱的安全系数解析式。应用该安全系数解析式能对任意倾角矿柱的稳定性进行评价, 并分析了水平矿体下, 以安全系数评价的矿柱稳定状态与实际矿柱稳定状态吻合。

(3) 分析了应力圆圆心所在直线斜率 $\tan \beta$ 、矿体倾角 θ 对矿柱稳定性的影响。结果表明应力圆圆心所在直线斜率 $\tan \beta$ 是矿体倾角 θ 及侧压系数 λ 的多元函数。当 $\tan \beta$ 变大时, 矿柱的安全系数越小, 亦即 $\tan \beta$ 越大, 矿柱的强度减小, 矿柱越容易失稳; 随矿体倾角增大, 安全系数呈现先减小后增大的趋势。

参考文献 (References):

- [1] MOHAN G M, SHEOREY P R, KUSHWAHA A. Numerical estimation of pillar strength in coal mines [J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2001, 38(8): 1185-1192.
- [2] 钱鸣高, 许家林, 缪协兴, 等. 煤矿绿色开采技术 [J]. 中国矿业大学学报, 2003, 32(4): 343-348.
QIAN Minggao, XU Jialin, MIAO Xiexing, et al. Green technique in coal mining [J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2003, 32(4): 343-348.
- [3] XU Jialin, XUAN Dayang, HE Changchun. Innovative backfilling longwall panel layout for better subsidence control effect-separating adjacent subcritical panels with pillars [J]. International Journal of Coal Science & Technology, 2014, 1(3): 297-305.
- [4] GUO W J, WANG H L, CHEN S J. Coal pillar safety and surface deformation characteristics of wide strip pillar mining in deep mine [J]. Arabian Journal of Geosciences, 2016, 9(2): 1-9.
- [5] 王旭春, 黄福昌, 张怀新, 等. A. H. 威尔逊煤柱设计公式探讨及改进 [J]. 煤炭学报, 2002, 27(6): 604-608.
HUANG Xuchun, HUANG Fuchang, ZHANG Huaixin, et al. Discussion and improvement for A. H. Wilson coal pillar design [J]. Journal of China Coal Society, 2002, 27(6): 604-608.
- [6] 刘贵, 张华兴, 徐乃忠. 深部厚煤层条带开采煤柱的稳定性 [J]. 煤炭学报, 2008, 33(10): 1086-1091.

- LIU Gui, ZHANG Huaxing, XU Naizhong. Coal pillar stability of deep and high seam strip-partial mining [J]. Journal of China Coal Society, 2008, 33(10): 1086-1091.
- [7] SHEOREY P R, DAS M N, BORDIA S K, et al. Pillar strength approaches based on a new failure criterion for coal seams [J]. International Journal of Mining & Geological Engineering, 1986, 4(4): 273-290.
- [8] SHEOREY P R, BISWAS A K, CHOUBEY V D. An empirical failure criterion for rocks and jointed rock masses [J]. Engineering Geology, 1989, 26(2): 141-159.
- [9] JAISWAL A, SHRIVASTVA B K. Numerical simulation of coal pillar strength [J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2009, 46(4): 779-788.
- [10] SALAMON M D G, CANBULAT I, RYDER J A. Seam-specific pillar strength formulae for South African collieries [A]. Proceedings of the 50th US Rock Mechanics Symposium, Golden CO [C]. 2006: 1154.
- [11] LUNDER P J, PAKALNIS R C. Determination of the strength of hard-rock mine pillars [J]. World Mining Express, 1998, 90: 51-55.
- [12] BERTUZZI R, DOUGLAS K, MOSTYN G. An approach to model the strength of coal pillars [J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2016, 89: 165-175.
- [13] MORTAZAVI A, HASSANI F P, SHABANI M. A numerical investigation of rock pillar failure mechanism in underground openings [J]. Computers & Geotechnics, 2009, 36(5): 691-697.
- [14] 朱建明, 彭新坡, 姚仰平, 等. SMP 准则在计算煤柱极限强度中的应用 [J]. 岩土力学, 2010, 31(9): 2987-2990.
ZHU Jianming, PENG Xinpo, YAO Yangping, et al. Application of SMP failure criterion to computing limit strength of coal pillars [J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(9): 2987-2990.
- [15] ESTERHUIZEN G S, DOLINAR D R, ELLENBERGER J L. Pillar strength in underground stone mines in the United States [J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2011, 48(1): 42-50.
- [16] 郭力群, 彭兴黔, 蔡奇鹏. 基于统一强度理论的条带煤柱设计 [J]. 煤炭学报, 2013, 38(9): 1563-1567.
GUO Liqun, PENG Xingqian, CAI Qipeng. Design of strip coal pillar based on the unified strength theory [J]. Journal of China Coal Society, 2013, 38(9): 1563-1567.
- [17] 郭力群, 蔡奇鹏, 彭兴黔. 条带煤柱设计的强度准则效应研究 [J]. 岩土力学, 2014, 35(3): 777-782.
- GUO Liqun, CAI Qipeng, PENG Xingqian. Effect of strength criterion on design of strip coal pillar [J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(3): 777-782.
- [18] JAISWAL A, SHARMA S K, SHRIVASTVA B K. Numerical modeling study of asymmetry in the induced stresses over coal mine pillars with advancement of the goaf line [J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2004, 41(5): 859-864.
- [19] POULSEN B A. Coal pillar load calculation by pressure arch theory and near field extraction ratio [J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2010, 47(7): 1158-1165.
- [20] SINGH A K, SINGH R, MAITI J, et al. Assessment of mining induced stress development over coal pillars during depillaring [J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2011, 48(5): 805-818.
- [21] WANG X Y, BAI J B, WANG R F, et al. Bearing characteristics of coal pillars based on modified limit equilibrium theory [J]. International Journal of Mining Science and Technology, 2015, 25(6): 943-947.
- [22] REZAEI M, HOSSAINI M F, MAJDI A. Determination of long-wall mining-induced stress using the strain energy method [J]. Rock Mechanics & Rock Engineering, 2015, 48(6): 2421-2433.
- [23] REZAEI M, HOSSAINI M F, MAJDI A. Development of a time-dependent energy model to calculate the mining-induced stress over gates and pillars [J]. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2015, 7(3): 306-317.
- [24] HAUQUIN T, DECK O, GUNZBURGER Y. Average vertical stress on irregular elastic pillars estimated by a function of the relative extraction ratio [J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2016, 83: 122-134.
- [25] PARISEAU W G. Design analysis in rock mechanics, second edition [M]. CRC Press, 2011.
- [26] 崔希民, 缪协兴. 条带煤柱中的应力分析与沉陷曲线形态研究 [J]. 中国矿业大学学报, 2000, 29(4): 392-395.
CUI Ximin, MIAO Xiexing. Analysis of stresses acting on strip pillar and form of subsidence curve [J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2000, 29(4): 392-395.
- [27] MATHEY M, MERWE J N V D. Critique of the South African squat coal pillar strength formula [J]. Journal of the Southern African Institute of Mining & Metallurgy, 2016, 116(3): 291-299.