

缺陷桩周围成层土振动响应解析解及其在旁孔透射波法中的应用

吴君涛^{1, 2}, 王奎华^{1, 2}, 刘鑫^{1, 2}, 肖偲^{1, 2}

(1. 浙江大学 滨海和城市岩土工程研究中心, 浙江 杭州 310058;

2. 浙江大学 软弱土与环境土工教育部重点实验室, 浙江 杭州 310058)

摘要: 通过建立缺陷桩-成层土耦合计算模型, 考虑桩周土的三维轴对称振动, 求解得到桩身竖向振动下周围土响应的频域解析解, 并通过傅里叶逆变换得到其在时域内的半解析表达。在此基础上建立简化模型, 并将解析解与有限元软件分析结果进行对比, 证明了本文解的合理性。随后, 分别考虑了缺陷桩-均质土、完整桩-成层土及缺陷桩-成层土各工况参数对桩周土振动响应的影响, 并得到桩周土的波动规律, 其可为旁孔透射波法的现场应用提供指导。此外, 还针对该测试方法涉及的主要技术参数展开了进一步研究, 明确了注意事项。

关键词: 桩基础; 缺陷桩; 成层土; 旁孔透射波法; 傅里叶变换; 有限元

中图分类号: TU 47

文献标识码: A

文章编号: 1000-6915(2019)01-0203-14

An analytical solution of dynamic responses of multi-layered soil around defect piles and its application in parallel seismic method

WU Juntao^{1, 2}, WANG Kuihua^{1, 2}, LIU Xin^{1, 2}, XIAO Si^{1, 2}

(1. *Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310058, China;*

2. *Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering of Ministry of Education, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310058, China)*

Abstract: A defect pile-layered soil coupled model considering the three-dimensional symmetric vibration of surrounding soil was proposed. An analytical solution of dynamic responses of surrounding soil subjected to the vertical vibration of piles in frequency domain was deduced and, further, a semi-analytical expression in time domain was obtained by applying inverse Fourier transform. A simplified model was then proposed, and the validity of the presented solution was proved by compared with the result solved by FEA software. Parameters in three cases of defect pile-homogeneous soil, intact pile-layered soil and defect pile-layered soil were discussed to research their influence on dynamic responses of surrounding soil, and the response law of pile-surrounding soil was concluded. Furthermore, some parameters of the parallel seismic method were also studied as well to further clarify considerations. The results can guide the application of the parallel seismic method on site.

Key words: pile foundations; defect piles; multi-layered soil; parallel seismic method; Fourier transform; FEA

收稿日期: 2018-06-14; **修回日期:** 2018-09-07

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51378464, 51579217, E090702)

Supported by the National Natural Science Foundation of China(Grant Nos. 51378464, 51579217 and E090702)

作者简介: 吴君涛(1992-), 男, 2015年毕业于浙江大学土木工程专业, 现为博士研究生, 主要从事桩基动力学理论及测试方面的研究工作。E-mail: wujuntao31@126.com

DOI: 10.13722/j.cnki.jrme.2018.0707

1 引言

桩基工程作为一种重要的基础形式,广泛应用于当前各种建筑形式中。鉴于桩基础在整个建筑结构中的重要性,对桩基质量的控制就显得十分重要。目前,由低应变反射波法来测试桩身完整性及缺陷情况等得到了普遍的应用^[1-2],且其理论工作也得到了长足的发展^[3-6]。在低应变测试条件下,可将桩视作一维杆件^[7-10]、考虑横向惯性效应的一维杆件^[11-12]以及考虑桩身三维效应模型^[13]等;桩周土则可简化为 Winkler 模型^[7-10]、平面应变模型^[14-15]以及考虑其三维效应模型^[16-17]等。

但同时,低应变反射波法在实际应用过程中也存在着一定的局限性:即对长径比过大或缺陷较为严重的桩基,或者上部建筑结构已经存在、桩顶部作用测试激振力困难等工况时,现有的测试结果往往差强人意。在这一背景下,旁孔透射波法得以提出,其具有更好的适用范围,可用于大缺陷桩基测试的同时也能够适应既有结构的测试。

随着旁孔透射波法这一测试手段的推广,其相关的理论研究也稳步开展: S. T. Liao 等^[18]通过 Snell 定律,提出了通过 2 条拟合直线交点来推算桩基深度的估计方法;黄大治和陈龙珠^[19]建立了桩-土体系的三维有限元模型,并对该方法在水泥搅拌桩中的应用进行了分析;陈龙珠和赵荣欣^[20]建立了均匀地底下首至 P 波传播路径的简化模型,并由此对既有桩基深度的评价方法进行了修正;随后,杜焯等^[21]通过有限元模拟分析,进一步验证了陈龙珠和赵荣欣^[20]所提出简化模型的合理性;黄大治和陈龙珠^[22]通过建立三维有限元桩-土模型,对饱和土、非饱和土地基中完整桩和缺陷桩的旁孔透射波信号进行了分析;张敬一等^[23]基于三维有限元模型,研究了不同激振方式对旁孔透射波法测试结果的影响;吴君涛等^[24]考虑了半无限空间均质土的三维轴对称振动,得到了弹性支承桩周围土的时域响应半解析解,其振动响应规律为旁孔透射波法提供了理论依据。至此,通过旁孔透射波法对既有结构桩长的评估已经有了较为完整的处理方法及理论支持,但是对于该法在考虑成层地基或桩基缺陷条件下的理论研究尚不完善。

同时可以看到,现阶段对于旁孔透射波法的研究主要以有限元软件分析为主^[19, 21-23],其解析研究的相关工作仍较少开展。本文基于上述研究现状及

存在的不足,将同时考虑缺陷桩及周围土成层的工程条件,使其结果能够为旁孔透射波法在工程测试中的应用提供理论补充与指导意见。

2 计算模型及其定解问题

2.1 缺陷桩-成层土耦合振动模型

为了对缺陷桩-成层土耦合振动响应进行求解,需要对该工况下的桩-土结构进行模型化处理。本文将缺陷桩简化为一维变截面阻抗杆,同时考虑桩周土的三维轴对称振动,并引入简化条件如下:

(1) 根据桩基缺陷位置及周围土的成层情况,将桩-土模型对应划分为 m 层,且由下至上分别记为桩段或桩周土层 1, 2, \dots , m ,使得每一层内的桩段及土的性质均保持一致;

(2) 桩周土层为均质、各向同性的线黏弹性体,其材料阻尼为滞回阻尼,即与频率无关;

(3) 桩周土层 m 的上表面为自由边界,桩周土层 1 的下表面为黏弹性支承边界,作用沿径向均布的等效 Kelvin 体,其弹性系数、黏弹性系数分别记作 k_{s0} , c_{s0} ;其余桩周土层 k ($k=2, 3, \dots, m-1$) 的上、下表面也均视作均布支承 Kelvin 体,其中下表面各参数记作 $k_{s(k-1)}$, $c_{s(k-1)}$,上表面各参数记作 $k_{s(k+1)}$, $c_{s(k+1)}$;

(4) 缺陷桩-成层土系统作小变形谐和振动,桩-土界面完全接触,即界面两侧的力及位移连续,桩-土界面处的径向位移可忽略;

(5) 将不同类型桩身缺陷均等效成与正常桩身密度、截面积相同,弹性模量不同,截面声阻抗与原缺陷段相同的情况,且桩长方向按弹性波走时相等的原则予以概化;

(6) 桩身为竖直、圆形截面的线弹性体;桩段 m 顶部作用均布荷载,其幅值为时间的函数;桩段 1 底部视作弹性支承边界,可简化为均布支承阻抗 Z_0 。

上述缺陷桩-成层土耦合计算模型示意如图 1 所示。

2.2 控制方程

(1) 土体动力平衡方程

根据计算模型及其简化假设,可以得到缺陷桩-成层土振动响应的定解问题。为研究方便,下文推导过程中所涉及的竖向深度 x ,若无特殊说明,均指该质点在当前土层内的局部坐标,即 $x \in [0, h_k]$ ($k=1, 2, \dots, m$),其中 h_k 为桩段 k 长度或土层 k 厚度。对桩周土层 k 中任意一点的径向、竖向位移,

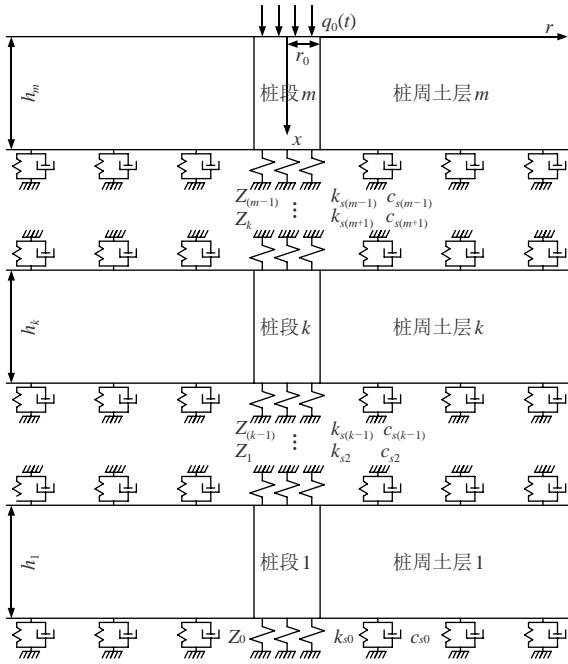


图 1 计算模型示意图

Fig.1 Generalized calculation model

令其谐和振动形式为： $u_{rk}(r, x, t) = U_{rk}(r, x)e^{i\omega t}$ ， $u_{xk}(r, x, t) = U_{xk}(r, x)e^{i\omega t}$ ，其中， $U_{rk}(r, x)$ ， $U_{xk}(r, x)$ 均为位移幅值， i 为虚数单位 $\sqrt{-1}$ ， ω 为振动圆频率。根据弹性动力学理论，桩周土层 k 内一土质点考虑三维轴对称振动的动力平衡方程有：

径向：

$$(\lambda_{sk}^* + 2G_{sk}^*) \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) u_{rk} + 2(\lambda_{sk}^* + G_{sk}^*) \frac{\partial}{\partial x} \omega_{\theta k} = \rho_{sk} \frac{\partial^2 u_{rk}}{\partial t^2} \quad (1)$$

竖向：

$$(\lambda_{sk}^* + 2G_{sk}^*) \nabla^2 u_{xk} - 2(\lambda_{sk}^* + G_{sk}^*) \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) \omega_{\theta k} = \rho_{sk} \frac{\partial^2 u_{xk}}{\partial t^2} \quad (2)$$

其中，

$$\omega_{\theta k} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{xk}}{\partial r} - \frac{\partial u_{rk}}{\partial x} \right)$$

$$\lambda_{sk}^* = \lambda_{sk} (1 + iD_{sk}), \quad G_{sk}^* = G_{sk} (1 + iD_{sk})$$

$$\lambda_{sk} = \frac{E_{sk} \mu_k}{(1 + \mu_k)(1 - 2\mu_k)}, \quad G_{sk} = \frac{E_{sk}}{2(1 + \mu_k)}$$

式中： ∇^2 为拉普拉斯算子， $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}$ ； D_{sk} 为土层 k 的材料滞回阻尼； λ_{sk} ， G_{sk} 为土层 k 的材料拉梅常数； E_{sk} ， μ_k 分别为土层 k 的材料弹性模量及泊松比； ρ_{sk} 为该层土的密度。

(2) 桩动力平衡方程

在缺陷桩 - 成层土系统小变形谐和振动的条件下，假定桩作一维竖向振动，桩段 k 的竖向位移及桩周土对单位长度桩身的侧壁摩阻力分别记作 $u_{pk}(x, t) = U_{pk}(x)e^{i\omega t}$ 和 $f_k(x, t) = F_k(x)e^{i\omega t}$ ，其中， $U_{pk}(x)$ ， $F_k(x)$ 均为频域幅值。

取桩身微元段作动力平衡分析，得到桩段 k 的控制方程：

$$E_{pk} S \frac{\partial^2 u_{pk}}{\partial x^2} + f_k(x, t) = \rho_p S \frac{\partial^2 u_{pk}}{\partial t^2} \quad (3)$$

式中： E_{pk} 为桩段 k 的材料弹性模量， ρ_p 为桩身材料密度， S 为桩身截面积。

2.3 定解条件

(1) 土层边界条件：

① 径向无穷远处应力、位移趋于 0，即

$$\sigma_{rk}, \sigma_{rk} = 0 \Big|_{r \rightarrow \infty}, \quad u_{rk}, u_{rk} = 0 \Big|_{r \rightarrow \infty} \quad (4a)$$

② 下表面黏弹性性支承，即

$$E_{sk} \frac{\partial u_{xk}}{\partial x} + k_{s(k-1)} u_{xk} + c_{s(k-1)} \frac{\partial u_{xk}}{\partial t} \Big|_{x=h_k} = 0 \quad (4b)$$

③ 桩 - 土界面土体径向位移为 0，即

$$u_{rk}(r, x, t) \Big|_{r=r_0} = 0 \quad (4c)$$

④ 上表面黏弹性性支承，即

$$E_{sk} \frac{\partial u_{xk}}{\partial x} - k_{s(k+1)} u_{xk} - c_{s(k+1)} \frac{\partial u_{xk}}{\partial t} \Big|_{x=0} = 0 \quad (4d)$$

⑤ 土层 m 的上表面自由，即

$$\sigma_{xm} \Big|_{x=0} = 0 \quad (4e)$$

(2) 桩 - 土界面接触条件：

$$f_k(x, t) = -2\pi r_0 \tau_{rxk}(r, x, t) \Big|_{r=r_0} \quad (5a)$$

$$u_{xk}(r, x, t) \Big|_{r=r_0} = u_{pk}(x, t) \quad (5b)$$

(3) 桩的边界条件：

桩底部阻抗支承，即

$$E_{pk} \frac{\partial u_{pk}}{\partial x} + Z_{(k-1)} u_{pk} \Big|_{x=h_k} = 0 \quad (6a)$$

桩段 m 顶部作用有均布外荷载，即

$$E_{pm} \frac{\partial u_{pm}}{\partial x} \Big|_{x=0} = -q_0(t) \quad (6b)$$

同时，记 $Q_0(\omega)$ 为荷载 $q_0(t)$ 的傅里叶变换形式，有

$$Q_0(\omega) = \mathcal{F}[q_0(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} q_0(t) e^{-i\omega t} dt \quad (7)$$

3 定解问题的求解

3.1 土体振动响应求解

由于式(1), (2)中涉及的位移 $u_{rk}(r, x, t)$, $u_{sk}(r, x, t)$ 为相互耦合的函数, 为了实现解耦求解, 引入下列势函数:

$$U_{rk}(r, x) = \frac{\partial \xi_k(r, x)}{\partial r} + \frac{\partial^2 \eta_k(r, x)}{\partial r \partial x} \quad (8)$$

$$U_{sk}(r, x) = \frac{\partial \xi_k(r, x)}{\partial x} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial \eta_k(r, x)}{\partial r} \right] \quad (9)$$

式中: $\xi_k(r, x)$, $\eta_k(r, x)$ 分别为势函数。

结合谐和振动形式, 将势函数分别代入式(1), (2), 并化简整理得到

$$\frac{\partial^2}{\partial r \partial x} (G_{sk}^* \nabla^2 + \rho_{sk} \omega^2) \eta_k + \frac{\partial}{\partial r} [(\lambda_{sk}^* + 2G_{sk}^*) \nabla^2 + \rho_{sk} \omega^2] \xi_k = 0 \quad (10)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) (G_{sk}^* \nabla^2 + \rho_{sk} \omega^2) \eta_k - \frac{\partial}{\partial x} [(\lambda_{sk}^* + 2G_{sk}^*) \nabla^2 + \rho_{sk} \omega^2] \xi_k = 0 \quad (11)$$

由式(10), (11)可知, 其成立均需满足条件:

$$(v_{lk}^2 \nabla^2 + \omega^2) \xi_k = 0 \quad (12)$$

$$(v_{sk}^2 \nabla^2 + \omega^2) \eta_k = 0 \quad (13)$$

其中,

$$\left. \begin{aligned} v_{lk} &= \sqrt{1 + iD_{sk} VL_k} \\ VL_k &= \sqrt{(\lambda_{sk} + 2G_{sk}) / \rho_{sk}} \\ v_{sk} &= \sqrt{1 + iD_{sk} VS_k} \\ VS_k &= \sqrt{G_{sk} / \rho_{sk}} \end{aligned} \right\}$$

式中: v_{lk} , v_{sk} 分别为桩周土层 k 考虑土体材料线黏弹性修正后的纵波及剪切波波速。

由分离变量法得到式(12), (13)的通解形式, 并结合边界条件(式(4a))整理得到

$$U_{rk}(r, x) = -\frac{\varphi_k}{v_{sk}} K_1 \left(\frac{\varphi_k}{v_{sk}} r \right) \left[M_k \sin \left(\frac{\lambda_k}{v_{lk}} x \right) + N_k \cos \left(\frac{\lambda_k}{v_{lk}} x \right) \right] - \frac{\lambda_k \phi_k}{v_{lk} v_{sk}} K_1 \left(\frac{\phi_k}{v_{sk}} r \right) \left[P_k \cos \left(\frac{\lambda_k}{v_{lk}} x \right) - Q_k \sin \left(\frac{\lambda_k}{v_{lk}} x \right) \right] \quad (14)$$

$$U_{sk}(r, x) = \frac{\lambda_k}{v_{lk}} K_0 \left(\frac{\varphi_k}{v_{sk}} r \right) \left[M_k \cos \left(\frac{\lambda_k}{v_{lk}} x \right) - N_k \sin \left(\frac{\lambda_k}{v_{lk}} x \right) \right] -$$

$$\frac{\phi_k^2}{v_{sk}^2} K_0 \left(\frac{\phi_k}{v_{sk}} r \right) \left[P_k \sin \left(\frac{\lambda_k}{v_{lk}} x \right) + Q_k \cos \left(\frac{\lambda_k}{v_{lk}} x \right) \right] \quad (15)$$

式中: K_0 , K_1 分别为零阶及一阶第二类修正贝塞尔函数; M_k , N_k , P_k , Q_k 为待定系数; λ_k , φ_k , ϕ_k 为特征值, 它们之间应同时满足关系式:

$$\lambda_k^2 - \frac{v_{lk}^2}{v_{sk}^2} \varphi_k^2 = \omega^2 \quad (16)$$

$$\frac{v_{sk}^2}{v_{lk}^2} \lambda_k^2 - \phi_k^2 = \omega^2 \quad (17)$$

为求解各待定系数, 将式(14), (15)代入边界条件进行联立求解。考虑式(4b), (4c), (4d), 得到各土层内任意一点径向、竖向位移的解析表达, 有

$$U_{rk} = \sum_{n=1}^{\infty} P_{kn} AM_{kn} \frac{\lambda_{kn} \phi_{kn}}{v_{lk} v_{sk}} \sin \left(\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}} x + \theta_{kn} \right) \cdot \left[\frac{K_1 \left(\frac{\phi_{kn}}{v_{sk}} r_0 \right)}{K_1 \left(\frac{\varphi_{kn}}{v_{sk}} r_0 \right)} K_1 \left(\frac{\varphi_{kn}}{v_{sk}} r \right) - K_1 \left(\frac{\phi_{kn}}{v_{sk}} r \right) \right] \quad (18)$$

$$U_{sk} = \sum_{n=1}^{\infty} P_{kn} AM_{kn} \cos \left(\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}} x + \theta_{kn} \right) \cdot \left[-\frac{\lambda_{kn}^2 \phi_{kn}}{v_{lk}^2 \varphi_{kn}} \frac{K_1 \left(\frac{\phi_{kn}}{v_{sk}} r_0 \right)}{K_1 \left(\frac{\varphi_{kn}}{v_{sk}} r_0 \right)} K_0 \left(\frac{\varphi_{kn}}{v_{sk}} r \right) + \frac{\phi_{kn}^2}{v_{sk}^2} K_0 \left(\frac{\phi_{kn}}{v_{sk}} r \right) \right] \quad (19)$$

其中,

$$\left. \begin{aligned} AM_{kn} &= \sqrt{\alpha_{kn}^2 + 1} \\ \tan \theta_{kn} &= \frac{1}{\alpha_{kn}} \\ \alpha_{kn} &= \frac{\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}} E_{sk} + [k_{s(k-1)} + c_{s(k-1)} i \omega] \tan \left(\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}} h_k \right)}{-\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}} E_{sk} \tan \left(\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}} h_k \right) + [k_{s(k-1)} + c_{s(k-1)} i \omega]} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中: P_{kn} 为待定系数, r_0 为桩身半径。

同时, 特征值 λ_{kn} 应满足关系式:

$$\tan \theta_{kn} \frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}} + \frac{k_{s(k+1)} + c_{s(k+1)} i \omega}{E_{sk}} = 0 \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (21)$$

对超越方程式(21), 可由计算机编制程序求解得到, 此处可视作所有特征根值均为已知。特别地, 顶部桩段 m 的上部刚度及阻尼系数 $k_{s(m+1)}$, $c_{s(m+1)}$ 可根据边界条件均取为 0。各桩段其余特征值 φ_{kn} , ϕ_{kn} 均可以通过式(21)与式(16), (17)联立求解得到, 此处也均视作已知; P_{kn} 为与各阶特征值相对应的待定

系数，其值包含桩 - 土系统的动力响应特性，具体表达式将在桩的动力响应解析求解过程中联立求解。

3.2 桩周土的剪切刚度系数

基于桩周土的解析表达已经求解完成，则桩周土对单位长度桩身的各阶侧壁剪切刚度系数也可加以表达。

为了简化下文推导的表述过程，此处记土体在桩 - 土界面位置的竖向位移形式为

$$U_{sk}(x, r_0) = \sum_{n=1}^{\infty} U_{kn} \cos\left(\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}}x + \theta_{kn}\right) \quad (22)$$

$$U_{kn} = P_{kn} AM_{kn} \left[\frac{\lambda_{kn}^2 \phi_{kn}}{v_{lk}^2 \varphi_{kn}} K_1\left(\frac{\phi_{kn}}{v_{sk}}r_0\right) K_0\left(\frac{\varphi_{kn}}{v_{sk}}r_0\right) + \frac{\phi_{kn}^2}{v_{sk}^2} K_0\left(\frac{\phi_{kn}}{v_{sk}}r_0\right) \right] \quad (23)$$

由桩 - 土界面接触条件(式(5a))，单位长度桩身的侧壁土剪切应力 $F_k(x)$ 可以表示为

$$F_k(x) = 2\pi r_0 G_{sk} \sum_{n=1}^{\infty} P_{kn} AM_{kn} \cos\left(\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}}x + \theta_{kn}\right) \cdot \frac{\phi_{kn}}{v_{sk}} \left(\frac{\lambda_{kn}^2}{v_{lk}^2} - \frac{\phi_{kn}^2}{v_{sk}^2} \right) K_1\left(\frac{\phi_{kn}}{v_{sk}}r_0\right) \quad (24)$$

由此，可得到各阶桩侧土剪切刚度 β_{kn} ：

$$\beta_{kn} = -2\pi r_0 G_{sk} \cdot \frac{\frac{\phi_{kn}}{v_{sk}} \left(\frac{\lambda_{kn}^2}{v_{lk}^2} - \frac{\phi_{kn}^2}{v_{sk}^2} \right) K_1\left(\frac{\phi_{kn}}{v_{sk}}r_0\right)}{-\frac{\lambda_{kn}^2 \phi_{kn}}{v_{lk}^2 \varphi_{kn}} K_1\left(\frac{\phi_{kn}}{v_{sk}}r_0\right) K_0\left(\frac{\varphi_{kn}}{v_{sk}}r_0\right) + \frac{\phi_{kn}^2}{v_{sk}^2} K_0\left(\frac{\phi_{kn}}{v_{sk}}r_0\right)} \quad (25)$$

则桩侧土的剪切应力 $F_k(x)$ 也可表示为

$$F_k(x) = -\sum_{n=1}^{\infty} \beta_{kn} U_{kn} \cos\left(\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}}x + \theta_{kn}\right) \quad (26)$$

3.3 桩的振动响应求解

3.3.1 控制方程求解

将桩的谐和振动表达式代入控制方程式(3)，得

$$C_{pk}^2 \frac{\partial^2 U_{pk}}{\partial x^2} + U_{pk} \omega^2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_{kn} U_{kn}}{\rho_p S} \cos\left(\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}}x + \theta_{kn}\right) \quad (27)$$

式中： C_{pk} 为桩段 k 的材料一维弹性波波速：

$C_{pk} = \sqrt{E_{pk} / \rho_p}$ 。式(27)的解可写作通解与特解之和的形式：

$$U_{pk} = U_{pkg} + U_{pks} \quad (28)$$

其中，通解 U_{pkg} 可以表示为

$$U_{pkg} = A_k \sin\left(\frac{\omega}{C_{pk}}x\right) + B_k \cos\left(\frac{\omega}{C_{pk}}x\right) \quad (29)$$

式中： A_k, B_k 为待定系数。

对于式(27)的特解，可设其形式为

$$U_{pks} = \sum_{n=1}^{\infty} C_{kn} \cos\left(\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}}x + \theta_{kn}\right) \quad (30)$$

将式(30)代入式(27)，求解得到待定系数 C_{kn} 的解析表达：

$$C_{kn} = \frac{\beta_{kn} U_{kn}}{\rho_p S \left(\omega^2 - \frac{\lambda_{kn}^2}{v_{lk}^2} C_{pk}^2 \right)} \quad (31)$$

由桩 - 土接触条件(式(5b))及桩侧土剪切应力表达式(26)，可以得到

$$A_k \sin\left(\frac{\omega}{C_{pk}}x\right) + B_k \cos\left(\frac{\omega}{C_{pk}}x\right) + \sum_{n=1}^{\infty} C_{kn} \cos\left(\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}}x + \theta_{kn}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} U_{kn} \cos\left(\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}}x + \theta_{kn}\right) \quad (32)$$

利用三角函数的正交性，对式(32)进行解耦求解，于式(32)两边同时乘以 $\cos\left(\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}}x + \theta_{kn}\right)$ ，并对 x 在 $[0, h_k]$ 上进行积分，同时记：

$$\left. \begin{aligned} F_{1kn} &= \int_0^{h_k} \sin\left(\frac{\omega}{C_{pk}}x\right) \cos\left(\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}}x + \theta_{kn}\right) dx \\ F_{2kn} &= \int_0^{h_k} \cos\left(\frac{\omega}{C_{pk}}x\right) \cos\left(\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}}x + \theta_{kn}\right) dx \\ F_{3kn} &= \left[1 - \frac{\beta_{kn}}{\rho_p S \left(\omega^2 - \frac{\lambda_{kn}^2}{v_{lk}^2} C_{pk}^2 \right)} \int_0^{h_k} \cos\left(\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}}x + \theta_{kn}\right) \cos\left(\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}}x + \theta_{kn}\right) dx \right] \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

式(32)可以改写为

$$U_{kn} = \frac{A_k F_{1kn} + B_k F_{2kn}}{F_{3kn}} \quad (34)$$

由式(34)得到控制方程的完整解析解表达：

$$U_{pk} = \left[\sin\left(\frac{\omega}{C_{pk}}x\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_{kn}}{\rho_p S \left(\omega^2 - \frac{\lambda_{kn}^2}{v_{lk}^2} C_{pk}^2 \right)} \frac{F_{1kn}}{F_{3kn}} \right]$$

$$\left. \begin{aligned} & \cos\left(\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}}x + \theta_{kn}\right) \right] A_k + \left[\cos\left(\frac{\omega}{C_{pk}}x\right) + \right. \\ & \left. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_{kn}}{\rho_p S\left(\omega^2 - \frac{\lambda_{kn}^2}{v_{lk}^2} C_{pk}^2\right)} \frac{F_{2kn}}{F_{3kn}} \cos\left(\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}}x + \theta_{kn}\right) \right] B_k \quad (35) \end{aligned}$$

待定系数 A_k , B_k 的具体表达形式将由桩段间的连续条件及边界条件所确定, 其求解过程将在下文给出。

3.3.2 阻抗传递及桩顶导纳函数

为了求解得到各桩段待定系数 A_k , B_k 的具体形式, 需要考虑各桩段间的阻抗传递关系。桩段 k 的底部支撑条件为

$$Z_{k-1}U_{pk} + E_{pk} \frac{\partial U_{pk}}{\partial x} \Big|_{x=h_k} = 0 \quad (36)$$

将位移表达式(式(35))代入式(36), 有

$$\left. \begin{aligned} & \chi_{1k}A_k + \chi_{2k}B_k = 0 \\ & \chi_{1k} = Z_{k-1}\delta_{11k}(h_k) + E_{pk}\delta_{12k}(h_k) \\ & \chi_{2k} = Z_{k-1}\delta_{21k}(h_k) - E_{pk}\delta_{22k}(h_k) \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

$$\left. \begin{aligned} & \delta_{11k}(x) = \sin\left(\frac{\omega}{C_{pk}}x\right) + \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_{kn}}{\rho_p S\left(\omega^2 - \frac{\lambda_{kn}^2}{v_{lk}^2} C_{pk}^2\right)} \frac{F_{1kn}}{F_{3kn}} \cos\left(\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}}x + \theta_{kn}\right) \\ & \delta_{12k}(x) = \frac{\omega}{C_{pk}} \cos\left(\frac{\omega}{C_{pk}}x\right) - \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}} \frac{\beta_{kn}}{\rho_p S\left(\omega^2 - \frac{\lambda_{kn}^2}{v_{lk}^2} C_{pk}^2\right)} \frac{F_{1kn}}{F_{3kn}} \sin\left(\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}}x + \theta_{kn}\right) \\ & \delta_{21k}(x) = \cos\left(\frac{\omega}{C_{pk}}x\right) + \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_{kn}}{\rho_p S\left(\omega^2 - \frac{\lambda_{kn}^2}{v_{lk}^2} C_{pk}^2\right)} \frac{F_{2kn}}{F_{3kn}} \cos\left(\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}}x + \theta_{kn}\right) \\ & \delta_{22k}(x) = \frac{\omega}{C_{pk}} \sin\left(\frac{\omega}{C_{pk}}x\right) + \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}} \frac{\beta_{kn}}{\rho_p S\left(\omega^2 - \frac{\lambda_{kn}^2}{v_{lk}^2} C_{pk}^2\right)} \frac{F_{2kn}}{F_{3kn}} \sin\left(\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}}x + \theta_{kn}\right) \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

则该桩段顶部传递阻抗 Z_k 可以表示为

$$Z_k = \frac{E_{pk} \frac{\partial U_{pk}}{\partial x}}{U_{pk}} \Big|_{x=0} \quad (39)$$

将桩段位移函数表达式(35)和待定系数关系式(37), (38)代入式(39), 可得到各桩段间阻抗传递的递推关系式:

$$Z_k = E_{pk} \frac{\delta_{12k}(0) \chi_{2k} + \delta_{22k}(0) \chi_{1k}}{\delta_{11k}(0) \chi_{2k} - \delta_{21k}(0) \chi_{1k}} \quad (40)$$

同时, 根据桩顶外荷载作用条件(式(6b)), 有

$$E_{pm}\delta_{12m}(0)A_m - E_{pm}\delta_{22m}(0)B_m = -Q_0(\omega) \quad (41)$$

联立式(37), (41), 得到桩段 m 内质点振动响应函数的待定系数 A_m , B_m :

$$\left. \begin{aligned} & A_m = A'_m Q_0(\omega) \\ & A'_m = -\frac{1}{E_{pm} \left[\delta_{12m}(0) + \delta_{22m}(0) \frac{\chi_{1k}}{\chi_{2k}} \right]} \\ & B_m = B'_m Q_0(\omega) \\ & B'_m = \frac{1}{E_{pm} \left[\delta_{12m}(0) \frac{\chi_{2k}}{\chi_{1k}} + \delta_{22m}(0) \right]} \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

至此, 具有重要工程意义的桩顶位移导纳函数已经求解完成, 即

$$H_{pm}(\omega) \Big|_{x=0} = \delta_{11m}(0)A'_m + \delta_{21m}(0)B'_m \quad (43)$$

3.4 桩周各土层响应解析解

基于顶部桩段 m 的待定系数 A_m , B_m 已经求解完成, 由桩段间应力连续条件:

$$\begin{aligned} & E_{pk} [\delta_{12k}(h_k)A_k - \delta_{22k}(h_k)B_k] = \\ & E_{p(k-1)} [\delta_{12(k-1)}(0)A_{k-1} - \delta_{22(k-1)}(0)B_{k-1}] \end{aligned} \quad (44)$$

联立式(37)和(44)即可以求解得到各桩段待定系数 A_k , B_k , 其递推关系满足下式:

$$\left. \begin{aligned} & A_k = A'_k Q_0(\omega) \\ & A'_k = \frac{\chi_{2k} E_{p(k+1)} \delta_{12(k+1)}(h_{(k+1)}) A_{(k+1)} - \delta_{22(k+1)}(h_{(k+1)}) B'_{(k+1)}}{\chi_{1k} E_{pk} \delta_{12k}(0) \chi_{2k} + \delta_{22k}(0) \chi_{1k}} \\ & B_k = B'_k Q_0(\omega) \\ & B'_k = \frac{E_{p(k+1)} - \delta_{12(k+1)}(h_{(k+1)}) A'_{(k+1)} + \delta_{22(k+1)}(h_{(k+1)}) B'_{(k+1)}}{E_{pk} \delta_{12k}(0) \chi_{2k} + \delta_{22k}(0) \chi_{1k}} \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

至此, 各桩段内质点振动响应函数的待定系数

均已求解完成，即各桩段内响应均可由式(35)加以表示，此处不做展开。同时，桩段 k 中包含桩 - 土系统动力响应特性的待定参数 P_{kn} 也可加以表示：

$$P_{kn} = P'_{kn} Q_0(\omega) \left\{ \begin{aligned} & P'_{kn} = \left(A_k \frac{F_{1kn}}{F_{3kn}} + B_k \frac{F_{2kn}}{F_{3kn}} \right) \left\{ AM_{kn} \left[-\frac{\lambda_{kn}^2 \phi_{kn}}{v_{lk}^2 \varphi_{kn}} \cdot \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{K_1 \left(\frac{\phi_{kn}}{v_{sk}} r_0 \right)}{K_1 \left(\frac{\varphi_{kn}}{v_{sk}} r_0 \right)} K_0 \left(\frac{\varphi_{kn}}{v_{sk}} r_0 \right) + \frac{\phi_{kn}^2}{v_{sk}^2} K_0 \left(\frac{\phi_{kn}}{v_{sk}} r_0 \right) \right] \right\} \end{aligned} \right. \quad (46)$$

将式(46)代入桩周土层 k 的径向、竖向解析解式(18)，(19)，即可得到桩周土响应的完整解析表达。至此，各桩周土层内质点振动响应的频域解析解已经全部求解完成，可得到桩周土层内各点的径向、竖向位移导纳函数 $H_{rku}(r, x, \omega)$ ， $H_{xku}(r, x, \omega)$ ：

$$H_{rku}(r, x, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} P'_{kn} AM_{kn} \frac{\lambda_{kn} \phi_{kn}}{v_{lk} v_{sk}} \sin \left(\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}} x + \theta_{kn} \right) \cdot \left[\begin{aligned} & \frac{K_1 \left(\frac{\phi_{kn}}{v_{sk}} r_0 \right)}{K_1 \left(\frac{\varphi_{kn}}{v_{sk}} r_0 \right)} K_1 \left(\frac{\varphi_{kn}}{v_{sk}} r \right) - K_1 \left(\frac{\phi_{kn}}{v_{sk}} r \right) \end{aligned} \right] \quad (47)$$

$$H_{xku}(r, x, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} P'_{kn} AM_{kn} \cos \left(\frac{\lambda_{kn}}{v_{lk}} x + \theta_{kn} \right) \cdot \left[\begin{aligned} & -\frac{\lambda_{kn}^2 \phi_{kn}}{v_{lk}^2 \varphi_{kn}} \frac{K_1 \left(\frac{\phi_{kn}}{v_{sk}} r_0 \right)}{K_1 \left(\frac{\varphi_{kn}}{v_{sk}} r_0 \right)} K_0 \left(\frac{\varphi_{kn}}{v_{sk}} r \right) + \frac{\phi_{kn}^2}{v_{sk}^2} K_0 \left(\frac{\phi_{kn}}{v_{sk}} r \right) \end{aligned} \right] \quad (48)$$

桩周土体内任意一点径向、竖向位移的时域解析表达，则可以通过导纳函数与激振函数之积做傅里叶逆变换得到

$$u_r(r, x, t) = IFT[H_{rku}(r, x, \omega)Q_0(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H_{rku}(r, x, \omega)Q_0(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (49)$$

$$u_x(r, x, t) = IFT[H_{xku}(r, x, \omega)Q_0(\omega)] \quad (50)$$

其相应的速度时域响应解析解为

$$v_r(r, x, t) = IFT[H_{rku}(r, x, \omega)Q_0(\omega)i\omega] \quad (51)$$

$$v_x(r, x, t) = IFT[H_{xku}(r, x, \omega)Q_0(\omega)i\omega] \quad (52)$$

4 解的合理性验证

为了验证本文解的合理性，考虑到现有桩基理论中关于桩周土振动响应解析解的研究尚不完善，将本文解与有限元模拟结果进行比对。为了模拟低应变测试条件下的桩顶激振条件，令

$$q_0(t) = \begin{cases} q_{\max} \sin(\theta t) & (0 < t \leq \frac{\pi}{\theta}) \\ 0 & (t > \frac{\pi}{\theta}) \end{cases} \quad (53)$$

式中： q_{\max} 为桩顶激振幅值， θ 为激振圆频率。同时为了便于不同结果间的比较，取量纲一化的桩周土质点径向及竖向速度响应 \bar{v}_r ， \bar{v}_x 及时间 \bar{t} ，满足：

$$\left. \begin{aligned} v_r &= \frac{q_{\max} C_{pm}}{E_{pm}} \bar{v}_r \\ v_x &= \frac{q_{\max} C_{pm}}{E_{pm}} \bar{v}_x \\ \bar{t} &= \frac{t}{T_c}, T_c = \sum_{k=1}^m \frac{h_k}{C_{pk}} \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

桩底部弹性支承阻抗可根据 M. F. Randolph^[25] 建议值选取；桩周土底部及顶部均布的 Kelvin 体黏弹性系数可根据胡昌斌^[26] 建议值选取，有

$$Z_0 = K_0 + iC_0 = \frac{4G_{s0}}{\pi(1-\mu_{s0})r_0} + i \frac{3.2G_{s0}}{\pi(1-\mu_{s0})v_{s0}} \quad (55)$$

$$k_{sk} = E_{sk}, c_{sk} = 10^4 i \quad (k=0, 1, 2, \dots, m-1) \quad (56)$$

式中： G_{s0} ， μ_{s0} ， E_{s0} ， v_{s0} 为表征下卧土层的主要材料参数，其物理意义均与桩周土各项参数一致。本文采用有限元分析软件 ABAQUS 对一特定工况进行对比验证，将桩及桩周土层根据桩基缺陷、软弱土夹层等划分为 3 段，具体涉及主要参数包括： $h_1 = 3.80 \text{ m}$ ， $h_2 = 2.40 \text{ m}$ ， $h_3 = 3.80 \text{ m}$ ， $r_0 = 0.50 \text{ m}$ ， $\rho_p = 2500 \text{ kg/m}^3$ ， $\mu_p = 0.15$ ， $E_{p1} = E_{p3} = 40 \text{ GPa}$ ， $\rho_s = 1800 \text{ kg/m}^3$ ， $VS_0 = VS_1 = VS_3 = 160 \text{ m/s}$ ， $\mu_s = 0.20$ ， $D_s = 0.02$ ， $\frac{\pi}{\theta T_c} = 0.05$ 。

需要说明的是，由于本文解析研究过程中，将桩周多层土离散为上、下界面黏弹性体支承的形式，位于相邻土层界面及附近很小范围内质点的响应结果可能存在一定程度的失真。因此，在本例及下文的参数分析过程中，通过参数取值的方式对该类位置进行了规避。而在实际应用过程中，由于研究对

象一般为桩周土各层内的首波响应时深规律，可以通过剔除坏点或曲线拟合的方式对上述可能出现突变的位置进行修正，因而并不会影响该土层内的实际时深规律研究。

上述工况及有限元建模的示意简图如图 2 所示。在有限元分析软件 ABAQUS 中，建立缺陷桩 - 成层土耦合，考虑中心轴对称模型。其中桩周土径向范围取为桩半径的 30 倍，深度方向取为桩长的 3 倍^[27]，以消除边界对振动响应的影响；桩、土模型均采用线性缩减积分单元(CAX4R)；桩 - 土接触面采用 Tie 约束模拟低应变测试条件下的桩 - 土界面；模型采用 Rayleigh 阻尼，并在显式动力学条件下进行分析。同时，为消除本文解析解在求解过程中所采用的激振荷载均布简化，在有限元分析过程中采用桩顶中心点激振的形式。

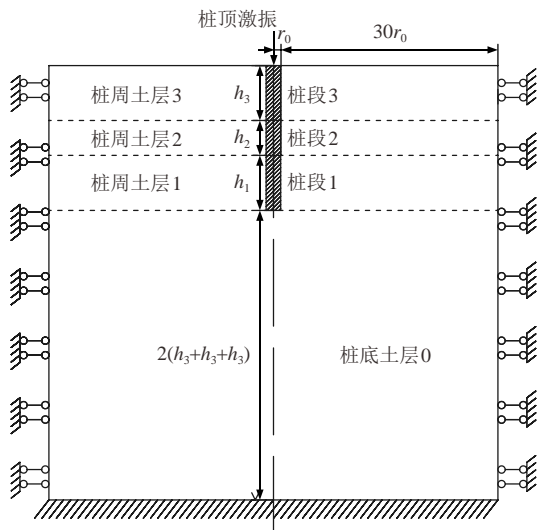


图 2 有限元模型计算简图
Fig.2 Sketch of FEA model

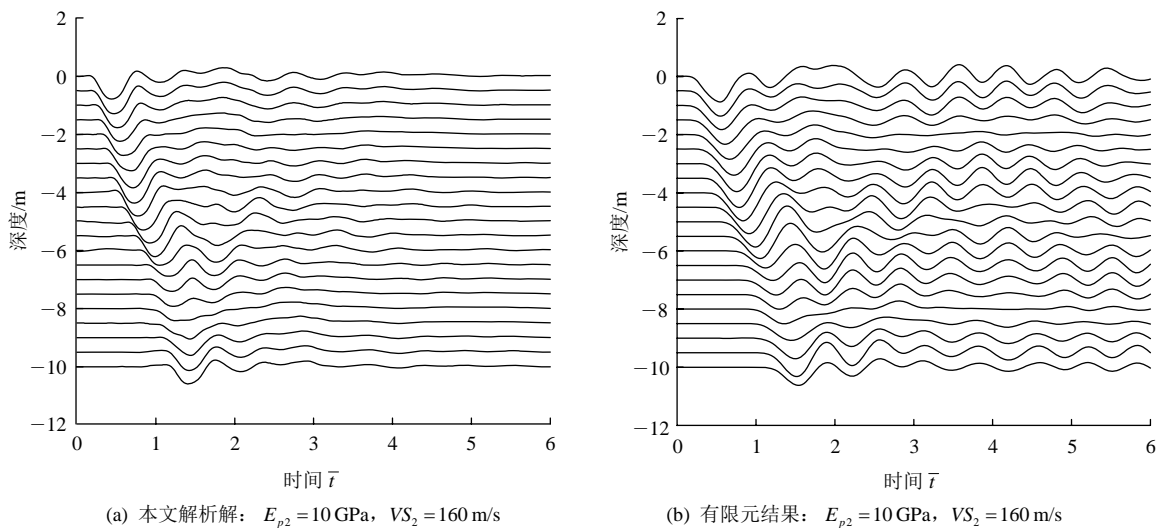
对不同程度桩基缺陷及成层情况，通过改变桩段 2 或土层 2 的模量(或波速)，来模拟缺陷桩及桩周土含软弱土夹层等的实际工况。

由本文解析解及相同工况条件下的有限元模拟结果，于径向 $r=0.60\text{ m}$ 处沿深度方向每 $\Delta h=0.50\text{ m}$ 取一个测点，得到量纲一化的梯度测点竖向速度响应结果对比曲线，如图 3, 4 所示。同时需要说明的是，在本例及下文参数分析过程中，为了与实际表达习惯相符合，各土层质点深度仍指其距离上方自由表面的垂直距离，即实际深度而非局部坐标系下深度。

对比图 3(a)和(b)及图 4(a)和(b)可以发现，本文解析得出的各测点的起振位置及幅值变化规律等均与有限元在该工况下的计算结果相符合，其具体规律将在下文展开。同时也注意到，有限元计算中由于考虑了辐射阻尼，其响应波形相对解析结果更为“宽扁”，且后继反射信号出现一定程度的迟滞现象；在解析结果中，由于仅考虑了材料滞回阻尼修正，其后继反射波形在幅值衰减的同时其脉冲宽度基本保持一致，且没有明显的迟滞现象^[24]。但是，由于本文解析主要针对各测点激励响应的起振时间、首波波形及其时深规律等内容，并对实际工程测试，特别是旁孔透射波法进行指导。因而从这一角度来看，2 种结果间的差别并不会影响上述问题的研究与判断，可以证明解的合理性。

5 桩周土波动规律研究

鉴于本文解的合理性已经得到了证明，通过设置不同工况，对各深度测点的激振响应规律进行参



(a) 本文解析解: $E_{p2} = 10\text{ GPa}$, $VS_2 = 160\text{ m/s}$ (b) 有限元结果: $E_{p2} = 10\text{ GPa}$, $VS_2 = 160\text{ m/s}$

图 3 缺陷桩时深响应解析解及有限元结果

Fig.3 Analytical solutions and FEA results of time-depth responses subjected to defect pile

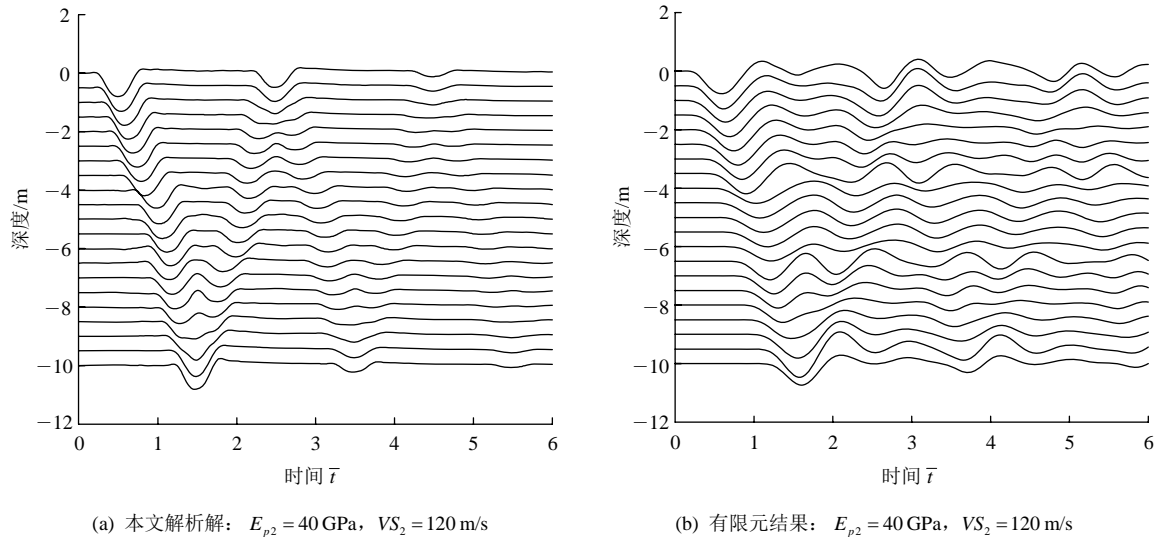


图 4 桩周含软弱土夹层时深响应解析解及有限元结果
 Fig.4 Analytical solutions and FEA results of time-depth responses subjected to pile surrounded with soft-interlayer soil

数分析。为了简化研究过程，突出各项参数的影响效果，此处仍沿用图 2 所示的“三桩段”简化模型。取桩 - 土模型的主要参数如下，且若无特殊说明，余下取值均相同： $r_0 = 0.50 \text{ m}$ ， $\rho_p = 2\,500 \text{ kg/m}^3$ ， $\mu_p = 0.15$ ， $\rho_s = 1\,800 \text{ kg/m}^3$ ， $\mu_s = 0.20$ ， $D_s = 0.02$ ， $VS_0 = 160 \text{ m/s}$ ， $\pi/(\theta T_c) = 0.30$ ， $r = 0.60 \text{ m}$ ， $\Delta h = 0.50 \text{ m}$ 。

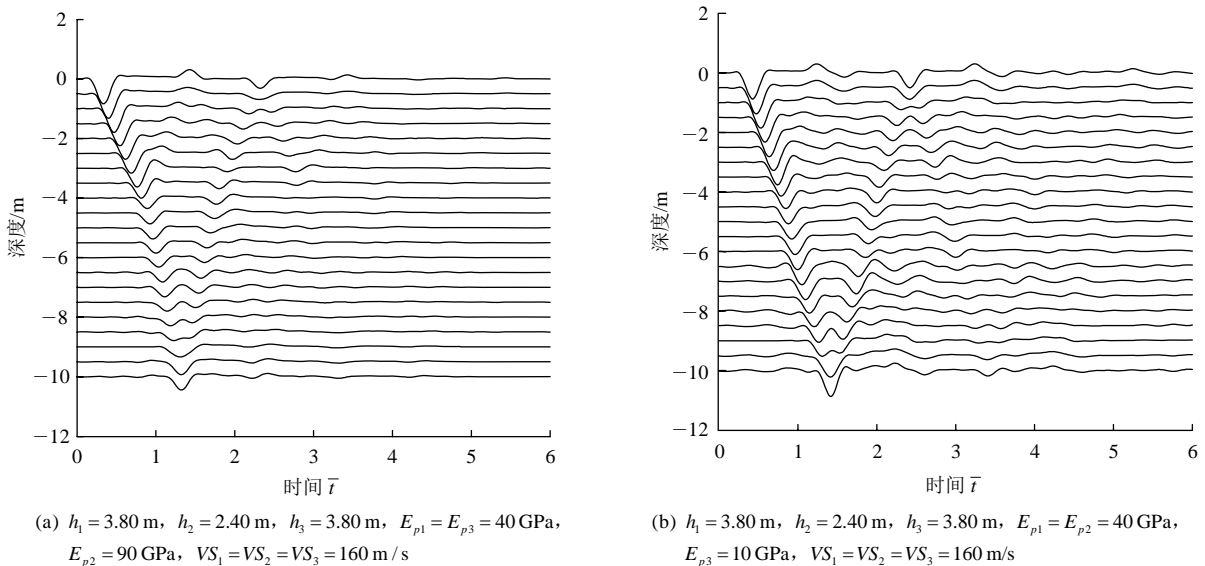
5.1 缺陷桩周围均质土的波动规律研究

考虑桩的缺陷情况、埋深、长度等对桩周土不同深度质点波动响应的影响，得到不同设计工况下均质桩周土的速度响应时深曲线如图 5 所示。

由图 3(a)与 5(a)对比可以看到，由于测点深度方向间距 Δh 取为 0.50 m ，在桩周土深度 $4 \sim 6 \text{ m}$ 范围内可以清楚地看到桩基缺陷在波动响应过程中的影响：即阻抗较小段会引起该范围内起振时间或首

波峰值所对应时间梯度增加；阻抗较大段则会引起该时间梯度的减小。若将各测点响应曲线的起振位置或首波波峰位置由直线拟合，可以得到明显的“三折线”形式，其中间段的斜率即由实际桩基缺陷段的缺陷情况及程度所控制，该结论与黄大治和陈龙珠^[19, 22]通过有限元方法所得到的结果是一致的。

在上述结论的基础上，对缺陷桩的缺陷埋深进行研究。如图 5(b), (c)所示，由缺陷桩阻抗变化引起的桩周土波动响应时间梯度的变化仍然十分显著，其主要区别在于：当缺陷段埋深较浅时，缺陷段及完好段周围土的响应曲线的波动规律及幅值均较为清晰；当缺陷埋深较深且接近桩底时，缺陷段周围土的振动响应出现较为明显的震荡，且其起振位置或首波波峰位置相对其拟合曲线出现较大程度的离散，即由其拟合的时深直线可靠性明显下降。



(a) $h_1 = 3.80 \text{ m}$, $h_2 = 2.40 \text{ m}$, $h_3 = 3.80 \text{ m}$, $E_{p1} = E_{p3} = 40 \text{ GPa}$, $E_{p2} = 90 \text{ GPa}$, $VS_1 = VS_2 = VS_3 = 160 \text{ m/s}$

(b) $h_1 = 3.80 \text{ m}$, $h_2 = 2.40 \text{ m}$, $h_3 = 3.80 \text{ m}$, $E_{p1} = E_{p2} = 40 \text{ GPa}$, $E_{p3} = 10 \text{ GPa}$, $VS_1 = VS_2 = VS_3 = 160 \text{ m/s}$

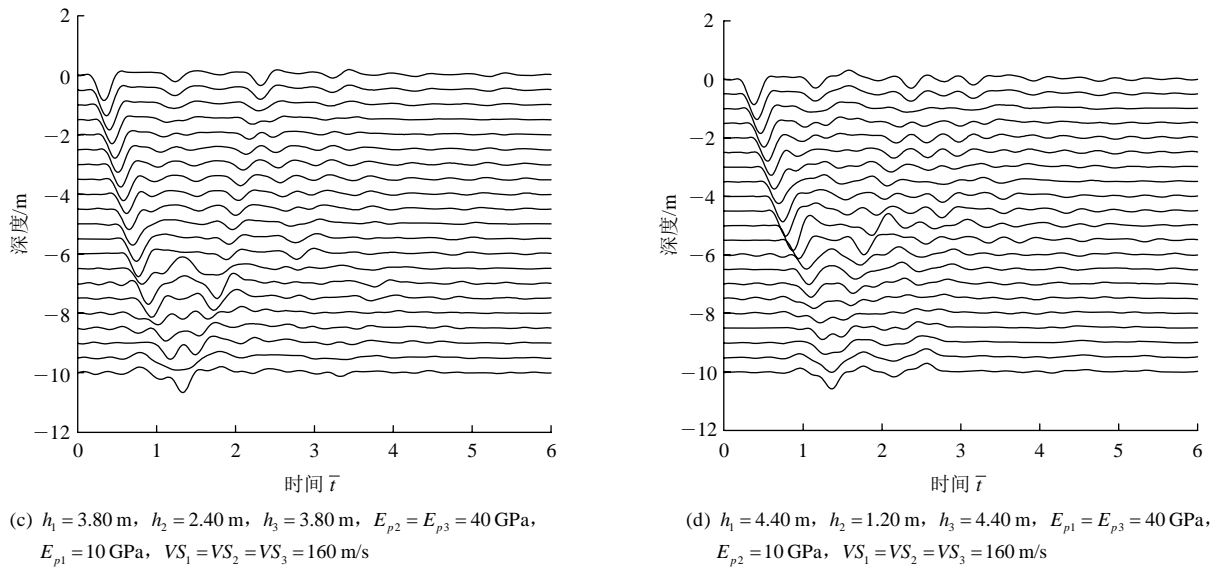


图 5 缺陷桩周围均质土波动响应时深曲线

Fig.5 Time-depth curves of dynamic responses subjected to defect pile surrounded with homogeneous soil

缺陷段埋深较大时所引起的周围土响应规律波动，其主要原因在于：靠近模型边界处，入射波与反射波会产生一定程度的叠加干扰，由桩基缺陷段所引起的界面干扰及对应时间梯度的变化会在此基础上进一步放大，最终引起波形判读困难。

本例同时考虑了缺陷段长度对周围土波动规律的影响。对比图 3(a)与 5(d)可以看到，当缺陷段长度减小时，由于该工况下的测点梯度设置，仅在 4.50~5.50 m 范围内可以对缺陷段进行测点拟合，该结果的可靠性将大大降低。可见，当测试条件允许时，需要对一些特殊工艺及容易产生桩基缺陷等位置进行测点加密。同时应该注意到，当测试信号由桩基缺陷段(阻抗较小)进入完好段(阻抗较大)时，由桩基引起的周围土层波动幅值有明显的下降，这与低应变反射波法测试理论中的能量传递规律是一

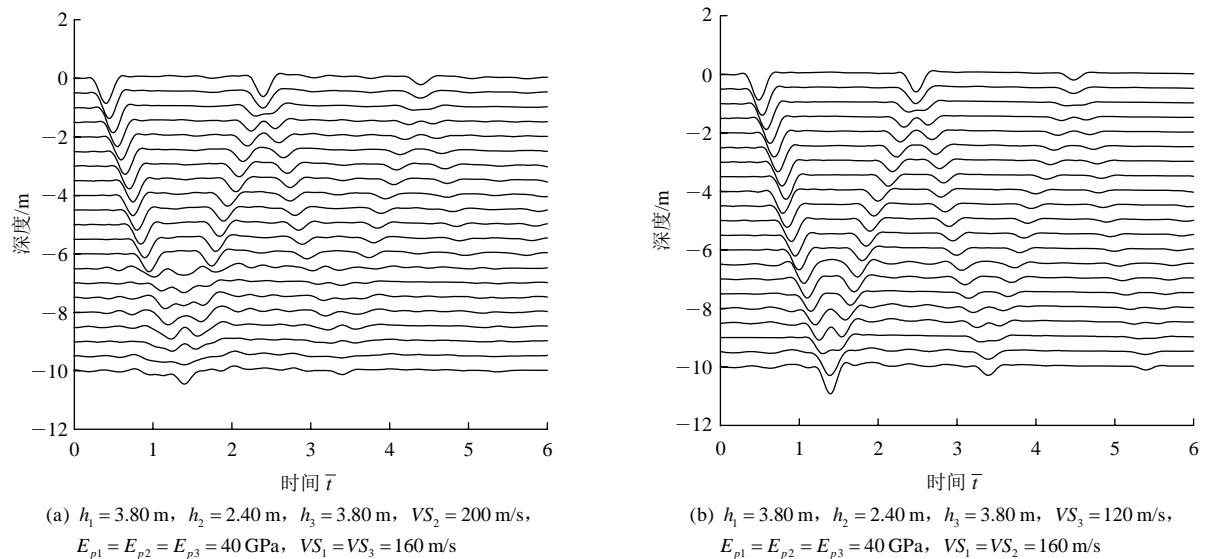
致的。

5.2 完整桩周围成层土波动规律研究

考虑桩周土成层情况、软土层埋深及厚度等对桩周土波动响应规律的影响，得到不同设计工况下桩周土的速度响应时深曲线，如图 6 所示。

对比图 4(a)与 6(a)可以看到，成层土的模量(波速)变化会引起起振位置及首波波峰位置的滞后或提前，但并不影响各土层内测点的响应时间梯度。同时也可以看出，当较软土层有上覆较硬土层时，其波动响应的幅值也会出现一定程度的下降；而较硬土层有上覆软土层时，其波动响应幅值没有明显变化。

图 6(b), (c)工况考虑了桩周软土层埋深对周围土波动规律的影响。与桩基缺陷段埋深位置类似，浅层软土层的存在不会影响其下卧土层的波动响应



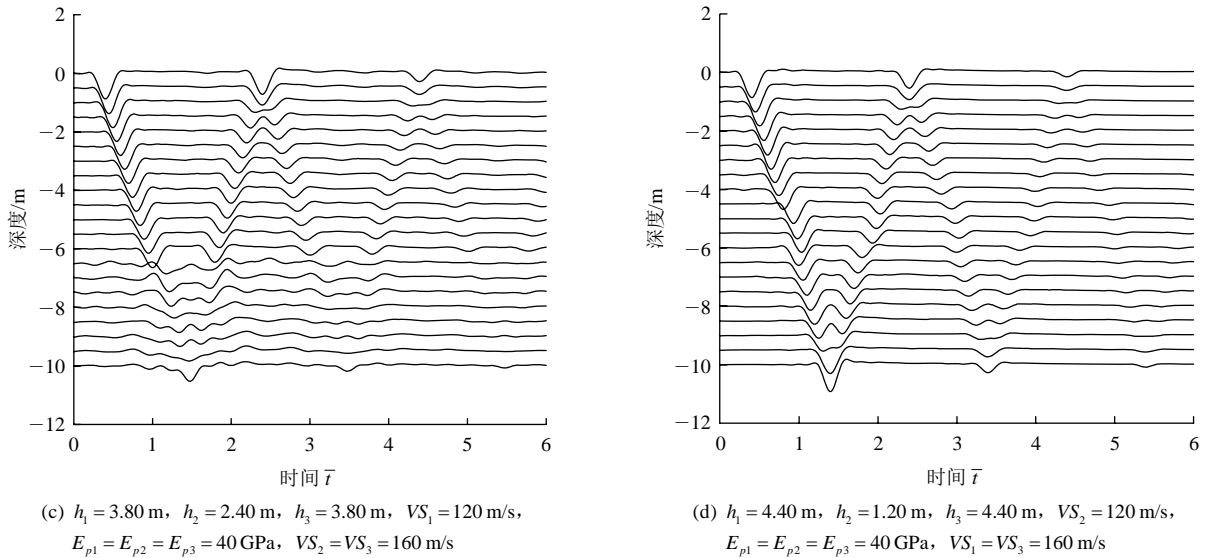


图 6 完整桩周围成层土波动响应时深曲线

Fig.6 Time-depth curves of dynamic responses subjected to intact pile surrounded with layered soil

规律；较深且近桩端的软土层会引起土层响应规律的波动，并出现明显的幅值衰减，将不利于测试人员对波形的判读。同样，软土层的存在仅影响该层内测点振动响应位置的整体延迟，而并不改变该土层内的测点响应时间梯度。

本例同时考虑了软土层厚度对桩周土波动规律的影响，如图 6(d)所示。由于测点深度方向间距的限制，该范围内拟合直线的可靠性将大大降低。在实际工程测试中，需要对出现明显拐点的深度范围进行测点加密，以探明其产生原因是桩基缺陷或是软弱土夹层或两者兼而有之。

5.3 缺陷桩周围成层土波动规律研究

基于上述参数分析结果，联合桩基缺陷及桩周土成层情况，综合考虑得到组合工况下的桩周土速度响应曲线，如图 7 所示。

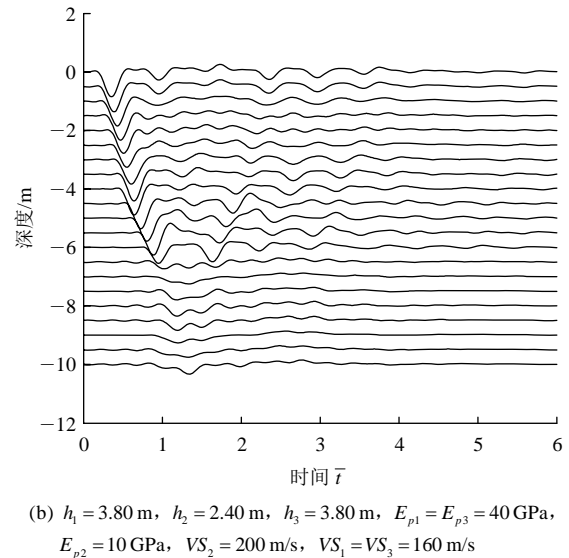


图 7 缺陷桩周围成层土波动响应时深曲线

Fig.7 Time-depth curves of dynamic responses subjected to defect pile surrounded with layered soil

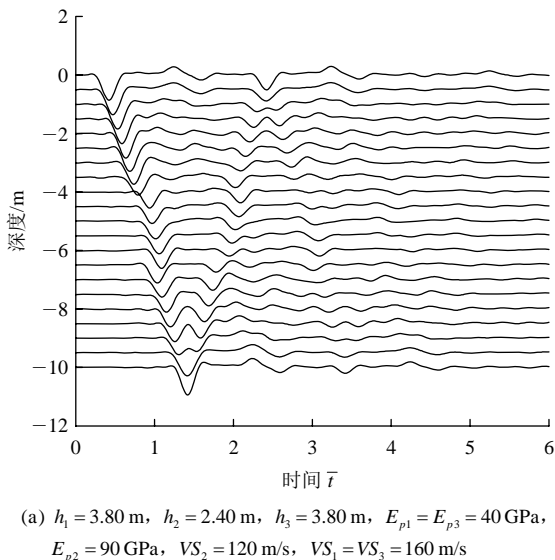


图 7(a), (b)分别考虑了桩基阻抗较大缺陷段周围有较软土层及桩基阻抗较小缺陷段周围有较硬土层的 2 种极端工况。可以看到，虽然设计工况对周围土的起振位置或首波波峰位置有所修正，但总体而言，其位置的提前或滞后仍是由桩周土的成层情况所控制；而各折线段斜率则是由桩基缺陷情况所控制。考虑到上述桩段间阻抗变化、桩周土层间模量(波速)变化所引起的土响应幅值变化规律，由阻抗较低缺陷段周围有较硬土层进入阻抗较高段周围有较软土层(即图 7(b)所示工况)时，会出现显著的幅值下降，此时则需要格外注意保证测试设备的灵敏度及测试精度。

将缺陷桩 - 成层土模型在不同工况条件下的桩周土的波动响应规律进行归纳, 整理得到如表 1 所示结果。

表 1 缺陷桩 - 成层土工况对桩周土响应影响

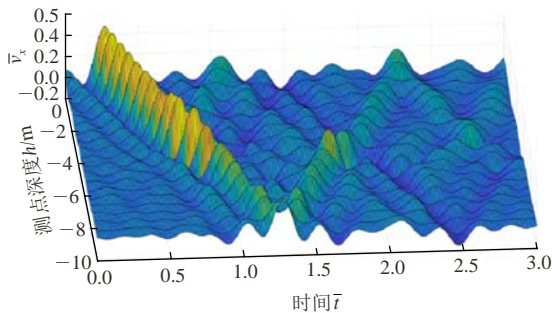
Table 1 Effect of conditions of defect pile-layered soil model on the dynamic response of surrounding soil

工况	首波响应规律	埋深	长度/厚度
缺陷段 (阻抗较小)	起振时间或首波峰值所对应时间梯度的增加		
软弱土层	起振位置及首波波峰位置滞后, 但并不影响土层内测点的响应时间梯度	浅层时, 不会影响其下卧土层的波动响应规律; 较深且近桩端时, 震荡明显, 并出现显著的幅值衰减	长度/厚度减小时, 由于测点深度方向间距的限制, 结果可靠性将大大降低
组合工况	起振位置的提前或滞后仍是由桩周土的成层情况所控制; 而各折线段斜率则是由桩基缺陷情况所控制		

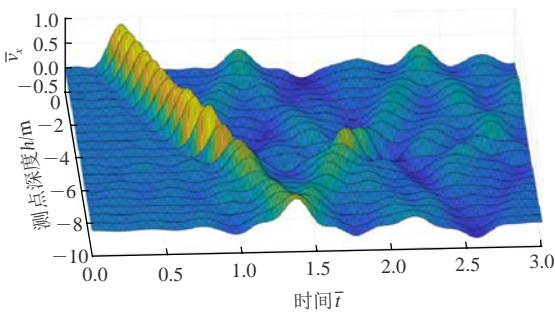
注: 由阻抗较低缺陷段或周围有较硬土层进入阻抗较高段或周围有较软土层时, 会出现显著的幅值下降, 对测试精度提出更高要求。

5.4 旁孔透射波法测试参数研究

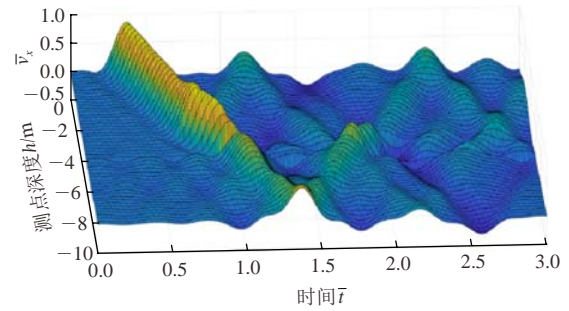
基于上述缺陷桩周围成层土的波动规律结果, 可以据此对实际工程测试, 特别是旁孔透射波法进行指导, 对旁孔透射波法在测试过程中涉及的主要参数进一步分析, 包括测试信号宽度、测点密度以及测孔与桩径向距离等。为了便于测点加密后的响应曲线表示及对比, 此处均采用三维坐标表示, 如图 8 所示。



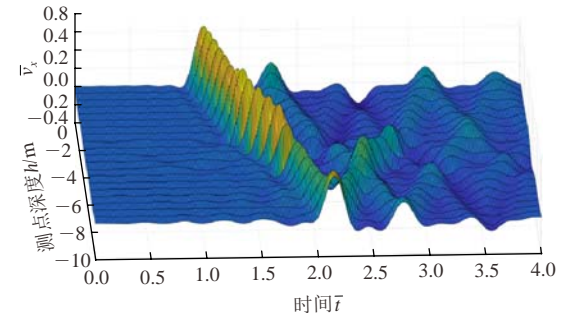
(a) $h_1=4.40\text{ m}, h_2=1.20\text{ m}, h_3=4.40\text{ m}, E_{p1}=E_{p3}=40\text{ GPa}, r=0.60\text{ m}, E_{p2}=10\text{ GPa}, VS_1=VS_2=VS_3=160\text{ m/s}, \frac{\pi}{\theta T_c}=0.10, \Delta h=0.50\text{ m}$



(b) $h_1=4.40\text{ m}, h_2=1.20\text{ m}, h_3=4.40\text{ m}, E_{p1}=E_{p3}=40\text{ GPa}, r=0.60\text{ m}, E_{p2}=10\text{ GPa}, VS_1=VS_2=VS_3=160\text{ m/s}, \frac{\pi}{\theta T_c}=0.30, \Delta h=0.50\text{ m}$



(c) $h_1=4.40\text{ m}, h_2=1.20\text{ m}, h_3=4.40\text{ m}, E_{p1}=E_{p3}=40\text{ GPa}, r=0.60\text{ m}, E_{p2}=10\text{ GPa}, VS_1=VS_2=VS_3=160\text{ m/s}, \frac{\pi}{\theta T_c}=0.30, \Delta h=0.20\text{ m}$



(d) $h_1=3.80\text{ m}, h_2=2.40\text{ m}, h_3=3.80\text{ m}, E_{p1}=E_{p3}=40\text{ GPa}, r=1.00\text{ m}, E_{p2}=10\text{ GPa}, VS_1=VS_2=VS_3=160\text{ m/s}, \frac{\pi}{\theta T_c}=0.30, \Delta h=0.50\text{ m}$

图 8 旁孔透射波法测试参数影响

Fig.8 Effect of variable test parameters of parallel seismic method

对比图 5(d)与 8(a)可见, 当测试信号宽度减小, 即分辨率提高后, 桩底附近土层原响应幅值震荡区域得到了明显的改善, 可以清晰辨别该模型边界附近的入射及反射信号, 有利于波形的判读及直线拟合, 这与低应变反射波法测试理论是一致的。

图 8(b)与(c)所示的测点加密后桩周土响应时深曲线可以显著反映缺陷段在该长度下的响应规律, 并得到具有足够测点数的拟合直线, 进而判断缺陷桩段的工程参数、评估缺陷情况。

图 8(d)考虑了测孔与桩径向距离对桩周土响应规律的影响。对比图 8(d)与图 8(b)和(c)可以看到, 随着测孔径向距离的增大, 测点起振位置及首波波峰位置都出现了明显的延迟, 且响应幅值显著降低。考虑到本例工况尚未涉及实际工程测试过程中复杂的现场施工及交通影响, 起振响应时间越迟, 出现信号干扰及失真的风险也就越大, 从而影响后期的数据整理及分析。将上述旁孔透射波法测试过程中所涉及的主要参数对桩周土波动响应规律的影响进行归纳, 整理得到如表 2 所示结果。

由图 8(a)可以看到, 高频测试信号响应幅值的衰减速度较快, 这也就意味着在实测过程中需要严

表 2 旁孔透射波法中测试参数对桩周土波动规律的影响

Table 2 Effect of parameters of parallel seismic method on dynamic response of surrounding soil

项目	信号宽度	测点密度	测孔径向距离
桩周土波动规律影响	减小时, 桩底附近土层原响应幅值震荡区域得到明显改善	加密后, 时深曲线可以显著反映缺陷情况, 并得到具有足够测点数的拟合直线	随距离增大, 测点起振位置及首波波峰位置都出现了明显的延迟, 且响应幅值显著降低

格控制测试信号宽度、测点密度以及测孔径向距离间的组合关系: 较密的测点布置可以适当放松对于测试信号分辨率的要求, 且低频信号衰减较慢, 能够适应较大的测孔径向距离, 但是也意味着工作量的大大增加。从这一角度来看, 通过运用上述缺陷桩周围成层土响应规律, 可以有效指导现场旁孔透射波法测试, 即对出现的起振及首波波峰拐点位置进行适当加密, 以判断其产生原因是存在桩基缺陷段或是土层改变或是两者兼而有之; 优化测点布置使其能够在适应测试信号宽度、测孔径向距离等既有测试条件的同时, 保证测试结果准确、有效, 并大大减少工作量。

6 结 论

(1) 本文通过建立缺陷桩 - 成层土耦合振动模型, 求解得到了桩顶激振条件下桩周各成层土中的振动响应频域解析解, 并通过傅里叶逆变换得到了其在时域内的半解析表达。

(2) 建立了考虑 3 个特征桩段及其相应桩周土层的简化模型, 并与有限元软件分析结果进行了对比, 证明了本文解的合理性。

(3) 基于简化模型, 考虑了缺陷桩缺陷情况、埋深及长度; 桩周土成层情况、软土层埋深及厚度; 缺陷桩 - 成层土组合工况等对桩周土波动规律的影响。

(4) 对旁孔透射波法所涉及的主要参数进行了研究, 结果表明, 需要根据上述结论对测试信号宽度、测点密度以及测孔径向距离等参数进行优化组合, 在保证测试结果准确性的同时, 减小测试工作量。

参考文献(References):

[1] 陈 凡. 基桩质量检测技术[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2014: 98 - 173.(CHEN Fan, Quality detection technology of base pile[M].

Beijing: China Architecture and Building Press, 2014: 98 - 173.(in Chinese))

[2] 中华人民共和国行业标准编写组. 2008 J G J 建筑桩基技术规范[S]. [S. 1.]: [s. n.], 2008.(The Professional Standards Compilation Group of People's Republic of China. 2008 J G J Technical code for building pile foundation[S]. [S. 1.]: [s. n.], 2008.(in Chinese))

[3] MILITANO G, RAJAPAKSE R. Dynamic response of a pile in a multi-layered soil to transient torsional and axial loading[J]. Geotechnique, 1999, 49(1): 91 - 109.

[4] EL NAGGAR M H. Vertical and torsional soil reactions for radially inhomogeneous soil layer[J]. Structural Engineering and Mechanics, 2000, 10(4): 299 - 312.

[5] WANG K H, WU W B, ZHANG Z Q, et al. Vertical dynamic response of an inhomogeneous viscoelastic pile[J]. Computers and Geotechnics, 2010, 37(4): 536 - 544.

[6] WU W B, WANG K H, ZHANG Z Q, et al. Soil-pile interaction in the pile vertical vibration considering true three-dimensional wave effect of soil[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2013, 37(17): 2 860 - 2 876.

[7] 王奎华, 谢康和, 曾国熙. 有限长桩受迫振动问题解析解及其应用[J]. 岩土工程学报, 1997, 19(6): 27 - 35.(WANG Kuihua, XIE Kanghe, ZENG Guoxi. Analytical solution to vibration of finite length pile under exciting force and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1997, 19(6): 27 - 35.(in Chinese))

[8] 王奎华, 谢康和. 变截面阻抗抗桩受迫振动问题解析解及应用[J]. 土木工程学报, 1998, 31(6): 56 - 67.(WANG Kuihua, XIE Kanghe. An analytical solution to force vibration of foundation pile under exciting force and its application[J]. China Civil Engineering Journal, 1998, 31(6): 56 - 67.(in Chinese))

[9] 王奎华. 变截面阻抗抗桩纵向振动问题积分变换解[J]. 力学学报, 2001, 33(4): 479 - 491.(WANG Kuihua, A study on vertical vibration of pile with inhomogeneous cross section acoustic impedance with Laplace transform[J]. Acta Mechanica Sinica, 2001, 33(4): 479 - 491.(in Chinese))

[10] 吴君涛, 王奎华, 高 柳, 等. 考虑桩身材料阻尼的桩基纵向振动积分变换解及其应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2017, 36(9): 2 305 - 2 312.(WU Juntao, WANG Kuihua, GAO Liu, et al. Study on longitudinal vibration of a viscoelastic pile by integral transformation and its application [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2017, 36(9): 2 305 - 2 312.(in Chinese))

[11] 吴文兵, 王奎华, 武登辉, 等. 考虑横向惯性效应时楔形桩纵向振动阻抗研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(增 2): 3 618 - 3 625.(WU Wenbing, WANG Kuihua, WU Denghui, et al. Study of dynamic longitudinal impedance of tapered pile considering inertial effect[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011,

- 30(Supp.2): 3 618 - 3 625.(in Chinese))
- [12] 吕述晖, 王奎华, 吴文兵. 考虑横向惯性效应时黏弹性支承桩纵向振动特性研究[J]. 振动工程学报, 2016, (4): 679 - 686.(LV Shuhui, WANG Kuihua, WU Wenbing. Longitudinal vibration of viscoelastic bearing piles considering transverse inertia effect[J]. Journal of Vibration Engineering, 2016, (4): 679 - 686.(in Chinese))
- [13] ZHENG C, KOURETZIS G P, DING X, et al. Three-dimensional effects in low-strain integrity testing of piles: analytical solution[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2015, 53(2): 225 - 235.
- [14] 王奎华, 杨冬英, 张智卿. 基于复刚度传递多圈层平面应变模型的桩动力响应研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(4): 825 - 831.(WANG Kuihua, YANG Dongying, ZHANG Zhiqing. Study on dynamic response of pile based on complex stiffness transfer model of radial multi-zone plain strain[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(4): 825 - 831.(in Chinese))
- [15] 吴君涛, 王奎华, 肖 偲, 等. 静钻根植工法下变截面管桩纵向振动特性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, 37(4): 1 030 - 1 040.(WU Juntao, WANG Kuihua, XIAO Si, et al. Longitudinal vibration characteristics of static drill rooted tubular piles with variable section[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, 37(4): 1 030 - 1 040.(in Chinese))
- [16] 阙仁波, 王奎华. 考虑土体三维波动效应时弹性支承桩的振动理论及其应用[J]. 计算力学学报, 2005, 22(6): 658 - 664.(QUE Renbo, WANG Kuihua, Theory of vibration of pile on elastic foundation considering 3D wave effect of soil and its application[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2005, 22(6): 658 - 664.(in Chinese))
- [17] 王奎华, 高 柳, 吴君涛, 等. 三维波动土中考虑桩身变截面与桩周土相互作用的大直径桩的动力特性[J]. 岩石力学与工程学报, 2017, 36(2): 496 - 503.(WANG Kuihua, GAO Liu, WU Juntao, et al. Dynamic response of a large diameter pile considering the interaction of variable pile section with surrounding layered three-dimensional soil[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2017, 36(2): 496 - 503.(in Chinese))
- [18] LIAO S T, TONG J H, CHEN C H, et al. Numerical simulation and experimental study of Parallel Seismic test for piles[J]. International Journal of Solids and Structures, 2006, 43(7): 2 279 - 2 298.
- [19] 黄大治, 陈龙珠. 旁孔透射波法检测水泥搅拌桩的三维有限元分析[J]. 上海交通大学学报, 2007, 41(6): 960 - 964.(HUANG Dazhi, CHEN Longzhu. 3D finite element analysis of parallel seismic method for integrity of cemented soil columns[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2007, 41(6): 960 - 964.(in Chinese))
- [20] 陈龙珠, 赵荣欣. 旁孔透射波法确定桩底深度计算方法评价[J]. 地下空间与工程学报, 2010, 6(1): 157 - 161.(CHEN Longzhu, ZHAO Rongxin. On determination of pile length with parallel seismic testing for existing structure[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2010, 6(1): 157 - 161.(in Chinese))
- [21] 杜 焯, 陈龙珠, 马 晔, 等. 旁孔透射波法确定桩底深度方法的有限元分析[J]. 防灾减灾工程学报, 2012, 32(6): 731 - 736.(DU Ye, CHEN Longzhu, MA Ye, et al. Determination of pile length using parallel seismic testing with FEM simulation[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2012, 32(6): 731 - 736.(in Chinese))
- [22] 黄大治, 陈龙珠. 旁孔透射波法检测既有建筑物桩基的三维有限元分析[J]. 岩土力学, 2008, 29(6): 1 569 - 1 574.(HUANG Dazhi, CHEN Longzhu. 3D finite element analysis of parallel seismic tests for integrity of piles of existing structures[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(6): 1 569 - 1 574.(in Chinese))
- [23] 张敬一, 张理轻, 陈龙珠, 等. 激振方式对旁孔透射波法检测既有工程桩的影响分析[J]. 防灾减灾工程学报, 2015, 35(2): 180 - 185.(ZHANG Jingyi, ZHANG Liqing, CHEN Longzhu, et al. Effect of exciting mode on detection of existing pile with parallel seismic method[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2015, 35(2): 180 - 185.(in Chinese))
- [24] 吴君涛, 王奎华, 肖 偲, 等. 弹性支承桩周围土振动响应解析解及其波动规律研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, 37(10): 2 384 - 2 393.(WU Juntao, WANG Kuihua, XIAO Si, et al. The analytical solution of soil around elastic bearing pile and its dynamic law studies[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, 37(10): 2 384 - 2 393.(in Chinese))
- [25] RANDOLPH M F. Dynamic and static soil models for axial pile response[C]// Proceedings of the 4th International Conference on Application of Stress-Wave Theory to Piles. The Hague, Netherlands: [s. n.], 1992: 3 - 14.
- [26] 胡昌斌. 考虑土竖向波动效应的桩土纵向耦合振动理论[博士学位论文][D]. 杭州: 浙江大学, 2003.(HU Changbin. Study on soil-pile interaction in longitudinal vibration considering vertical wave effect of soil[Ph. D. Thesis][D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2003.(in Chinese))
- [27] 费 康, 张建伟. ABAQUS 在岩土工程中的应用[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2010: 250 - 280.(FEI Kang, ZHANG Jianwei, Application of ABAQUS in geotechnical engineering[M]. Beijing: China Water Power Press, 2010: 250 - 280.(in Chinese))