

南京航空航天大学

2018 年硕士研究生入学考试初试试题 (A 卷)

科目代码: 618

满分: 150 分

科目名称: 量子力学

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

共 5 道大题, 无选择题、填空题, 满分 150。

一、简答题 (30 分, 每题 10 分)

- ① 若两个算符有一个共同本征态, 这两个算符是否彼此对易? 若两个算符彼此不对易, 是否会有共同本征态? 举例说明。
- ② c_1 、 c_2 是彼此不相等的两个复常数, 波函数 ψ 与 $c_1\psi_1$ 是否描述同一状态? 波函数 $\psi_1 + \psi_2$ 与 $c_1\psi_1 + c_2\psi_2$ 是否描述同一状态? 举例说明。
- ③ 一中性原子束通过 Stern-Gerlach 装置后, 变为五束等间距原子束, 解释该现象。

二、已知 \hat{a}_1^+ 、 \hat{a}_1 、 \hat{a}_2^+ 、 \hat{a}_2 分别为两谐振子的升降算符, 满足 $[\hat{a}_1, \hat{a}_2] = [\hat{a}_1^+, \hat{a}_2^+] = 0$, 由此构造

$$\hat{J}_x \equiv \frac{1}{2}(\hat{a}_1^+ \hat{a}_2 + \hat{a}_2^+ \hat{a}_1), \quad \hat{J}_y \equiv \frac{1}{2}(\hat{a}_1^+ \hat{a}_2 - \hat{a}_2^+ \hat{a}_1), \quad \hat{J}_z \equiv \frac{1}{2}(\hat{a}_2^+ \hat{a}_2 - \hat{a}_1^+ \hat{a}_1)$$

求: ① 求 J_x 、 J_y 、 J_z 两两之间的对易关系。(20 分)

② 用 \hat{a}_1^+ 、 \hat{a}_1 、 \hat{a}_2^+ 、 \hat{a}_2 表示 $\hat{J}^2 \equiv \hat{J}_x^2 + \hat{J}_y^2 + \hat{J}_z^2$ (10 分)

三、中微子的两种能量本征态为 ψ_1 和 ψ_2 , 对应能量本征值分别为 $E_i = (p^2 c^2 + m_i^2 c^4)/pc$ ($i=1,2$), 电子中微子本征态为 $\psi_e = \cos\theta\psi_1 + \sin\theta\psi_2$, μ 子中微子本征态为 $\psi_\mu = -\sin\theta\psi_1 + \cos\theta\psi_2$, 其中 θ 是混合角。某体系在 $t=0$ 时处于电子中微子态 ψ_e 。

求: ① t 时刻中微子所处的状态; (15 分)

② t 时刻体系仍处于电子中微子态的概率。(15 分)

四、计算氢原子分别处于 ψ_1 、 ψ_2 、 ψ_3 态下的电矩平均值, 其中 $\psi_1 = e^{-r/2}(r-2)$ 、 $\psi_2 = e^{-r/2}r\cos\theta$ 、 $\psi_3 = \psi_1 + \psi_2$ (这里采用原子单位制), 电矩算符 $\hat{D} \equiv -e\vec{r}$, e 为电子电量绝对值。(30 分)

(可能用到伽玛函数 $\Gamma(n) = \int_0^\infty x^{n-1} e^{-x} dx = (n-1)!$, 注意波函数归一化, 以及 ψ_1 、 ψ_2 、 ψ_3 与 ψ_{nml} 关系)

五、一维无限深势阱 $V = \begin{cases} 0, & 0 < x < a \\ \infty, & x > a \text{ 或 } x < 0 \end{cases}$ 中的粒子受到微扰 $H'(x) = \begin{cases} 2\lambda x/a, & 0 \leq x \leq a/2 \\ 2\lambda(1-x/a), & a/2 \leq x \leq a \end{cases}$ 作用, 试求基态能级的一级修正。(30 分)