

# CDM 格栅复合黏土地基地震反应离心试验研究

王永志<sup>1, 2</sup>, Mohammad Khosravi<sup>2</sup>, Daniel W. Wilson<sup>2</sup>, 王海<sup>1</sup>, 田村修次<sup>3</sup>, 王体强<sup>1</sup>

(1. 中国地震局工程力学研究所 地震工程与工程振动重点实验室, 黑龙江 哈尔滨 150080; 2. 加州大学戴维斯分校 土工物理模拟中心, 美国 戴维斯 95616; 3. 东京工业大学 建筑学系, 日本 东京 152 - 8550)

**摘要:** 近期国际震害调查统计发现 CDM 复合地基减灾性能普遍优于预期, 提升其地震响应特征及规律认识对于发展适用抗震设计方法十分重要。介绍 2 组 CDM 格栅复合黏土地基动力离心模型试验, 包含 1 个未处理地基、3 个采用原位 TRD 工法制作的端承型和悬浮型复合地基, 分析加速度峰值放大系数、反应谱比、地表沉降、剪应力 - 剪应变等特征及变化。结果表明: 端承型复合地基加速度反应基本呈线性且放大, 平均峰值放大约 1.4 倍, 悬浮型地基下层土体及软化对局部场地放大效应、PGA 具有较强约束作用, 并在高频地震中出现减震现象; 各复合地基墙体沉降均规律性发生于震后再固结过程, 而端承型地基墙体与墙侧土体沉降差异较大, 表明产生较大负摩阻力, 悬浮型地基墙体与墙侧土体沉降则高度吻合; 同一深度反演求解得剪应力 - 剪应变响应特征, 较好地验证了地表加速度分析结果, 并反映了不同频率地震下土 - 结作用 (SSI), 分别可使墙侧土体剪应变的发展受到约束和牵引作用, 合理解释了高频地震过程中端承型地基墙侧土体的规律沉降现象。

**关键词:** 土力学; CDM 格栅; 动力离心试验; 场地放大效应; 地表沉降; 剪应力 - 剪应变

**中图分类号:** TU 43

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000 - 6915(2018)10 - 2394 - 12

## Centrifuge modeling of seismic response of soft clay grounds improved by CDM grids

WANG Yongzhi<sup>1, 2</sup>, Mohammad Khosravi<sup>2</sup>, Daniel W. Wilson<sup>2</sup>, WANG Hai<sup>1</sup>, Shuji Tamura<sup>3</sup>, WANG Tiqiang<sup>1</sup>

(1. Key Laboratory of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, Institute of Engineering Mechanics, China Earthquake Administration, Heilongjiang, Harbin 150080, China; 2. Center for Geotechnical Modeling, University of California at Davis, Davis 95616, America; 3. Department of Architecture and Building Engineering, Tokyo Institute of Technology, Tokyo 152 - 8550, Japan)

**Abstract:** Recent international damage surveys indicate that the performance of ground improved by cement-deep-mixing (CDM) method is generally better than expectations. Enhancing the understanding of the seismic response of CDM improved ground is important in developing suitable design methods of seismic resistance. Two series of dynamic centrifuge model tests to the composite soft clay grounds improved by CDM grids were presented. The unimproved ground and improved ground sites with embedded and floating CDM grids installed following a TRD-like method were tested. The responses and features of peak acceleration amplification, spectral ratios, ground settlement and shear stress-strain were analyzed. The results show that the acceleration responses of two embedded grid-improved grounds are linearly amplified at large and the peak accelerations are

**收稿日期:** 2018 - 05 - 03; **修回日期:** 2018 - 06 - 23

**基金项目:** 中国地震局工程力学研究所基本科研业务费专项资助项目(2017B05); 国家自然科学基金资助项目(51609218); 黑龙江省自然科学基金资助项目(LC2015021)

Supported by the Scientific Research Fund of Institute of Engineering Mechanics, China Earthquake Administration (Grant No. 2017B05), National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51609218) and Heilongjiang Natural Science Foundation (Grant No. LC2015021)

**作者简介:** 王永志(1984 -), 男, 2013 年于中国地震局工程力学研究所岩土工程专业获博士学位, 现任副研究员, 主要从事土工离心模型试验、地基与基础抗震等方面的研究工作。E-mail: yong5893741@163.com

**DOI:** 10.13722/j.cnki.jrme.2018.0433

amplified by a factor of 1.4 on average, which is in contrast to the response where a floating grid was used. The unimproved soft clay below the floating grid-improved ground significantly affects the local amplification effect and limits the surface *PGA* especially when the clay is softening. In this case, a reduction in high frequency content were observed. The settlements of grid walls in all cases typically occur mostly due to the post shaking reconsolidation. Differential settlements were observed between the grid walls and the enclosed soils in both embedded grid-improved ground sites, indicating that the negative skin friction was generated. Conversely, the settlements of the grid walls and the enclosed soils in the floating grid-improved ground are in agreement. The results of back analysis indicate that the grid walls by SSI(Soil-Structure Interaction) restrict or mobilize the shear strain response of their enclosed soils dependent on the frequency content and intensity of seismic motions. The effect of mobilizing gave a reasonable explanation for the settlements of the enclosed soils in the two embedded grid-improved grounds during the high frequency earthquakes.

**Key words:** soil mechanics; CDM grid; dynamic centrifuge test; site amplification effect; ground settlement; shear stress-strain

## 1 引言

深层水泥搅拌法指以水泥为固化主剂与软基土体就地强制搅拌固化硬结, 获取整体性、水稳性和强度优质地基的一种常用复合地基处理方法<sup>[1-13]</sup>, 简称为 CDM 工法(cement-deep-mixing, 也泛称 DMM 工法)<sup>[4-7, 11]</sup>。该工法具有施工便捷、环保绿色、造价经济、无附加沉降、周围地基干扰小等优点<sup>[4-13]</sup>, 被广泛应用于北京、上海、浙江等具有较厚饱和软土层地区, 是目前建(构)筑物地基提高承载力和基坑围护的一种重要处理方法<sup>[4-5, 13]</sup>。

我国 CDM 工法发展始于 20 世纪末<sup>[4, 6, 8-12]</sup>, 之后大量学者和工程师们投身并致力于美、日等深层搅拌设备的引进、吸收和研发工作, 相继自主研发了各类适合我国国情的陆上和海上先进水泥土深层搅拌机械及施工工艺<sup>[4, 6, 11-12]</sup>。然而, 其设计计算方法与应用发展历程相比, 总体而言为“理论落后实际”<sup>[6, 8-12]</sup>。在此, 对我国 2010 年后 CDM 工法方面取得的研究进展和代表性成果, 作扼要阐述。张伟丽等<sup>[7]</sup>和罗大生等<sup>[8]</sup>分别对柱、钉形两类 CDM 桩的荷载传递规律进行了现场静载试验研究, 分析了桩身应力、轴力、侧摩阻力沿深度的分布及荷载特征、褥垫层厚的影响, 给出了改善桩身荷载分布和安全的基本设计要点。李国维等<sup>[9]</sup>探讨了静力触探法检测桩体强度的适用性和黏粒含量对不同龄期桩体强度的作用, 开发了一种快速、有效、经济的 CDM 桩体强度检测新技术。章定文等<sup>[10]</sup>针对端承型、悬浮型 2 种 CDM 柱桩复合地基, 试验对比了不同桩端型式、固结速率与复合地基强度、应力迁

移和沉降之间的关联特性, 给出了控制桩体固结速率及复合地基强度的影响因素和内在机制。王卫东等<sup>[11]</sup>介绍了国内引进 TRD 设备及工艺的 CDM 处理新工法, 应用于上海地区饱和软土基坑承压水悬挂隔水帷幕, 成功制作了 56 m 超深等厚水泥搅拌墙。赵春风等<sup>[12]</sup>自主研发了我国首套五轴水泥土搅拌设备, 通过与传统二轴、三轴搅拌工艺平行试验对比, 证明新设备机械化程度与施工效率高、桩身强度大、离散性小。综上可知, 近几年我国 CDM 工法研究集中于静荷载下荷载传递规律、强度检测、固结特性、新型设备及工艺等方面, 对静荷载作用下桩体及地基的变形、强度和荷载分布规律的研究较多且较深入。但是, 地震等动荷载作用下, 我国在 CDM 桩及地基的变形、动力传递特性等方面研究基本空白。

然而, 近期 M. E. C. Bruce 等<sup>[1-2, 13]</sup>在调查美、日等国及我国台湾地区近十余年的强震震害统计中发现: CDM 地基与其他复合地基相比, 在中、强地震中表现较出色的稳定性和安全性。目前美、日等国已将 CDM 工法列为地震设防烈度 IX 度及以下地区重点考虑的一种地基处理抗震措施<sup>[1-3, 14-18]</sup>。同时, CDM 复合地基地震反应和抗震计算方法, 也成为近期国际岩土工程领域研究的一个热点。但是, 受限于地震罕遇性、时空不确定性, 开展 CDM 复合地基原位地震的试验研究却难以实现, 而现场人工激振试验成本很高并有许多不确定性。为此, 目前 CDM 复合地基地震响应研究主要采用动力离心物理试验和数值试验 2 种方法, 下面简要阐述国际取得最新成果和研究进展。B. A. Bradley 等<sup>[14]</sup>基于 3D 地震反应数值试验模拟了 9 种几何形状 CDM 格

栅处理可液化地基场地反应,分析了加速度、超静孔压、剪应力-剪应变等变化特征,指出置换面积比、格栅长:宽比对场地地震反应具有显著影响。T. V. Nguyen 等<sup>[15]</sup>利用 3D 有限元与线弹性本构模型,研究了可液化地基中 CDM 格栅设计方法和动力特征,提出抗震计算分析应以 PGA、土体与墙体剪应变及剪应力分布为基本要点。D. Rayamajhi 等<sup>[16]</sup>通过动力离心试验模拟了 4 组 CDM 柱桩处理可液化地基的地震反应,结果表明:CDM 柱桩对场地抗液化强度、沉降改善效果较小,但在液化过程中及液化后,其可保持稳定上部承载力且 0.54 g 地震荷载下未发生破坏。M. Khosravi 等<sup>[2, 17]</sup>借助几组大型动力离心试验,探索了强震荷载下 CDM 格栅复合地基的破坏型式,试验得到 2 种型式:顶部 0~0.5 m 范围墙体破碎和深 1/2 之上格栅贯穿式剪切断裂,并证明 CDM 格栅破坏后仍可保持支承力和良好整体性。以上研究对 CDM 复合地基地震反应特征、破坏型式的认识与设计计算分析方法的发展具有重要意义。但是,这些研究针对的桩型主要为柱桩,并在物理试验中以预制桩或塑胶桩替代;处理地基主要为可液化地基,并采用端承型桩处理。因此,现有物理、数值试验研究取得的数据和成果,对于 CDM 复合地基地震反应、场地特性变化、内在机制影响等分析与认识尚不完善;同时,边界条件、本构模型对数值试验研究的结果具有较严重影响。

本文将介绍 2 组大型 CDM 格栅复合黏土地基动力离心试验,包含 1 个未处理、1 个悬浮型和 2 个端承型格栅处理地基,其中加固格栅采用在模型内原位 TRD 工法制作。通过与实际相似的模型设计和制样方法,利用不同频率、强度的一系列地震波荷载输入,分析处理复合地基的地震放大效应、地表沉降、剪应力-剪应变等反应特征和变化规律,以认识与掌握 CDM 格栅对黏土地基地震响应影响的关键因素和作用机制,目标为 CDM 地基抗震性能分析、设计优化及数值方法验证提供参考和指导。

## 2 设备与试验概述

### 2.1 试验设备与模型设计

试验由 UC Davis 半径 9.1 m 大型动力离心机及水平单向台完成,主要性能指标:振动荷载 2 700 kg,频宽 20~400 Hz,位移 $\pm 12$  mm,净台面 2.1 m $\times$ 1.0 m<sup>[19]</sup>。模型采用新型铰接板式箱装载,与以往剪切箱相比,其除上、下叠层梁之间能自由滑(错)动,

端梁还可自由转动,内尺寸 1 756 mm $\times$ 649 mm $\times$ 516 mm<sup>[20]</sup>。根据已有成果与实际需求<sup>[7-18, 20-25]</sup>,结合 UC Davis 试验中心常备土料,试验土体选取 Kaolinite 黏土,基本物理参数如表 1 所示;土体的搅拌与饱和采用 HP-3415 型真空搅拌机,预固结由 UC Davis 自主研制的大型双轴液压固结装置完成;试验量测传感器,包含 ICP 型加速度计(PCB)、电位式线性位移计(BEI)和压阻式孔压计(Keller)等<sup>[23]</sup>。

表 1 Kaolinite 黏土基本物理参数  
Table 1 Basic physical parameters of Kaolinite clay

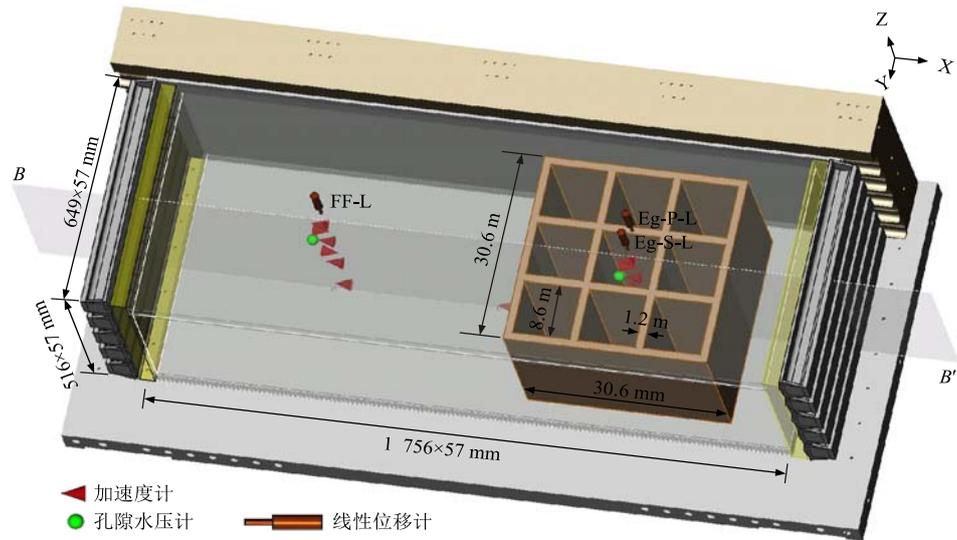
粒径/ $\mu\text{m}$	相对密 度 $G_s$	初固结系数 $C_c/(\text{mm}^2 \cdot \text{s}^{-1})$	再固结系数 $C_r/(\text{mm}^2 \cdot \text{s}^{-1})$	液限 $LL/\%$	塑性指数 $PI/\%$	土壤分类 (USCS)
4.0	2.58	0.7	2.3	46.8	18.5	ML

根据 CDM 地基处理设计手册<sup>[1, 4, 24-25]</sup>,通过反复制模尝试,得出墙体厚 $\geq 2$  cm 时方可获得较好格栅成型<sup>[18]</sup>。2 组试验模型的 3D 设计、剖面和量测传感器布设如图 1 所示,模型分别以 MKH01, MKH03 命名,试验均在离心加速度 57 g 下完成。CDM 复合地基设计中,置换面积率  $A_r$  和置换深度是 2 个核心参数,为认识二者影响,两模型设计了不同  $A_r$ 、置换深度的复合地基。

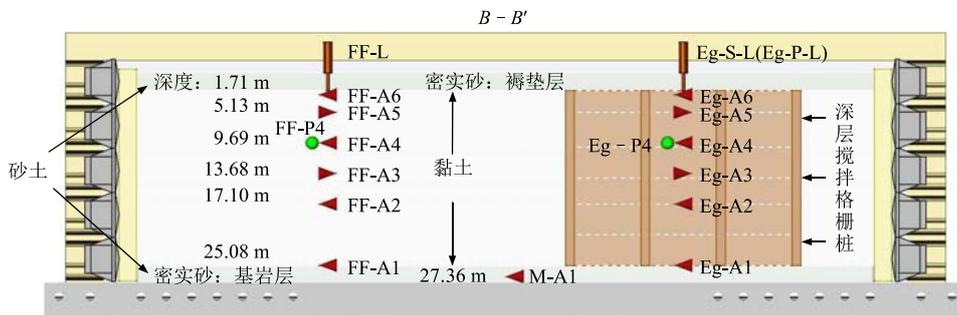
MKH01 模型包含 1 个未处理自由场(简称 FF)和 1 个  $A_r \approx 24\%$  端承型格栅复合地基(简称 Eg),其中 Eg 地基由 3 $\times$ 3 个正方形栅格构成,对应原型墙厚 1.2 m、墙间距 8.6 m。而 MKH03 模型,包含  $A_r \approx 33\%$  的 1 个悬浮型(简称 FG)和 1 个端承型格栅处理地基(简称 EG),两地基均由 4 $\times$ 4 个正方形栅格构成,对应原型墙厚 1.2 m、墙间距 5.7 m,但 FG 地基置换深度为 EG 地基的一半,即 1/2 深软黏土层。两模型上、下方均铺设了密实 Monterey 粗砂( $D_r \approx 90\%$ ),分别用作模拟褥垫层和基岩,力求与实际工程相似。图 1 中模型剖面上,给出了本文所用加速度、位移、孔压等试验量测传感器的布设位置与标识,标识中前两字母(FF, Eg, EG, FG)代表场地, A, P, L 代表加速度、孔压和位移;数字代表传感器所处黏土层数, B 和 C 指位于 3D 设计的 B-B', C-C' 剖面。实际模型中关键测点位置还平行布设了备用传感器,并在试验前后对每个量测传感器进行了 2 次标定,以确保测试数据的完整性和可靠性。

### 2.2 制样方法与输入载荷

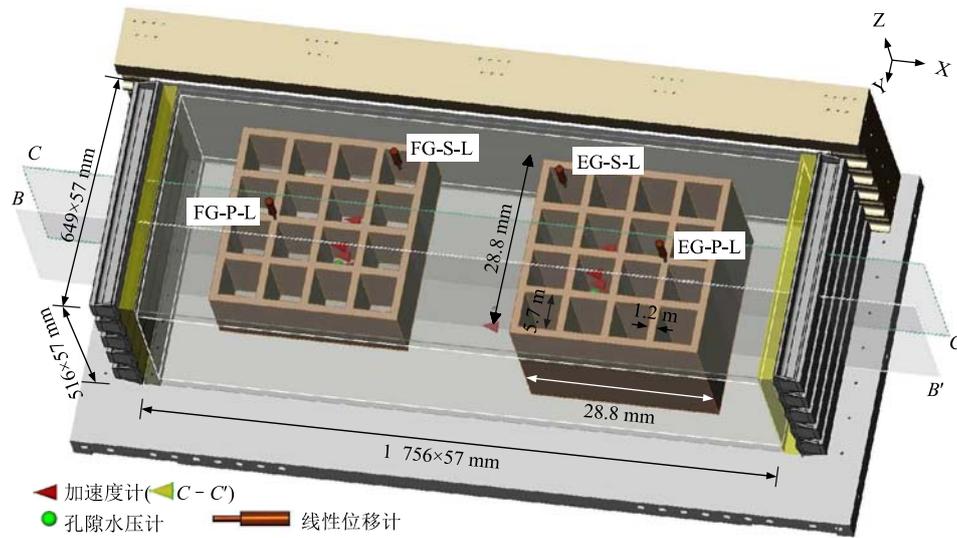
试验制样方法研究,主要包含预固结、配合比和格栅制样等 3 方面。为减少离心机上固结运行时间和充分利用箱体容积,黏土模型采用常重力下大



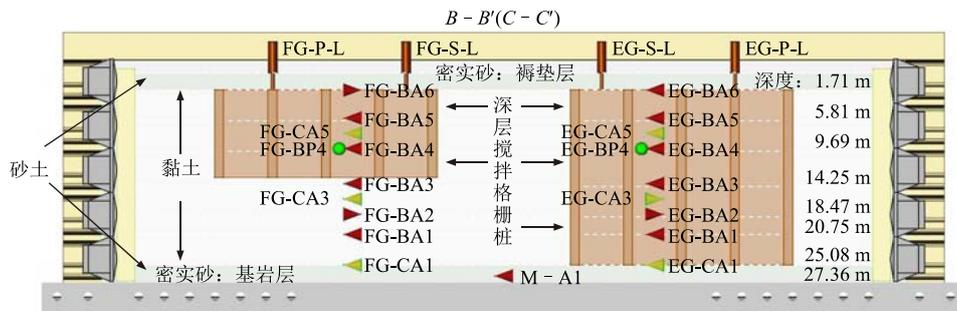
- ▲ 加速度计
- 孔隙水压计
- 线性位移计



(a) MKH01



- ▲ 加速度计 (C-C')
- 孔隙水压计
- 线性位移计



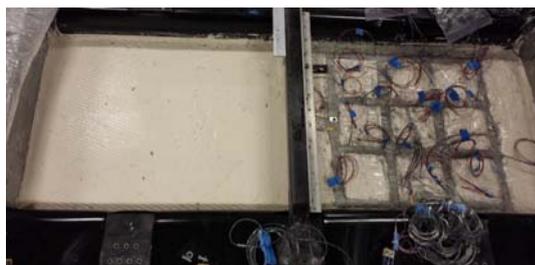
(b) MKH03

图 1 试验模型结构设计与量测传感器布设

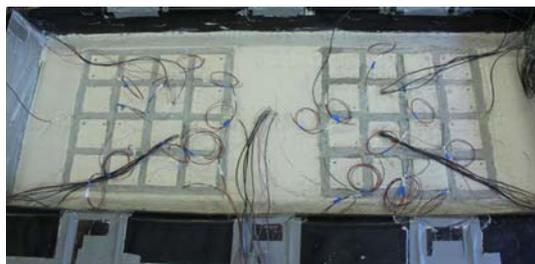
Fig.1 Design configurations and instrumentation layouts of test models

型双轴液压固结装置以分层、逐级加载方式制样，将黏土模型划分为6层(见图1)，各层先以2 kPa初始应力固结，再分8~10次逐级增大至目标应力实现预固结，目标应力即该层黏土所受57 g离心加速度下最大应力。配合比与加固格栅均匀性、强度、固化速率等关系密切，经一系列配合比搅拌、室内无侧限抗压强度试验和固化后气蚀检查结果，最终确定水泥、黏土、水质量比1:1.9:3.1。

格栅制样是本文试验面向的重要挑战之一，需解决2个关键问题：(1)墙体需要均匀等厚成型和表面平整，以保障剪切荷载下其与土体之间相互作用力均匀传递及协调变形；(2)格栅节点需要拥有足够的联接强度且各向同性，使格栅整体具备良好结构。基于几种原位工法的尝试和比较，得到原位TRD工法制作格栅试样可较好解决上述问题，其主要包含开挖、搅拌、浇注、整形4个步骤。具体实施过程：首先，依据格栅参数设计制作了一套由铝合金板构成的黏土开挖模具，用于黏土模型开挖和限位定型；其次，按照设计配合比进行水泥-土浆液的搅拌与制作；然后，向开挖完成的沟槽内浇注浆液，并要求搅拌、浇注过程一同在30 min内完成，以避免前后固化时差导致应力分布不均；最后，进行格栅表面抹平整形。模型MKH01, MKH03格栅制样完成并经历2 d固化后，实物如图2所示(未铺设褥垫层)，不难察出制作的格栅表面平整、墙体厚度均匀、整体结构良好，满足试验目标要求，详



(a) MKH01



(b) MKH03

图2 CDM 格栅浇注固化2 d后模型实物

Fig.2 CDM grid photographs after construction and 2-day curing of the actual test models

细制样方法见 M. Khosravi 等<sup>[23]</sup>研究。

借鉴已有数值和离心试验<sup>[4-18]</sup>的输入波选取方法，综合 UC Davis 地震波用户库与研究目标，试验选取 Kobe 波(1995 年 Kobe 地震台站 Kobe - 0807 记录)、TCU 波(1999 年 Chi-Chi 地震台站 TCU - 078 记录)和正弦扫频 SS 波(原型 0.1~6.0 Hz)作为动荷载输入。其中 SS 波目的是使模型在弹性范围内产生微小振动响应，一方面，可用于辨识试验系统传递函数和提高振动控制精度；另一方面，可用于模型卓越频率分析。下面所有试验数据，均已根据相似准则及比尺<sup>[19]</sup>换算为原型数值，除特别说明外。试验荷载幅值和施加序次如表2所示，依 SS, TCU 和 Kobe 波为序，分3组施加给 MKH01, MKH03 模型。台面设计目标 *PBA*(peak base acceleration)：各次 SS 波均为 0.03 g；TCU 波和 Kobe 波则由小增大，分别为 0.08 g, 0.18 g, 0.32 g 和 0.04 g, 0.08 g, 0.18 g。试验以图1中箱底加速度计 M-A1 的量测作为台面输入，各次荷载下两模型 *PBA* 设计目标值和实测值汇入表2，比较可得实测与目标 *PBA* 相近，反映离心振动台具有较好的控制精度和稳定性。

表2 荷载设计和两模型台面目标与实测 *PBA*

Table 2 Shaking motion series with target and recorded *PBA*s for the two models

序号	输入荷载	目标 <i>PBA</i> /g	实测 <i>PBA</i> /g	
			MKH01	MKH03
1	SS	0.03	0.025	0.030
2	TCU	0.08	0.074	0.093
3	Kobe	0.04	0.041	0.041
4	SS	0.03	0.025	0.033
5	TCU	0.18	0.174	0.177
6	Kobe	0.08	0.091	0.073
7	SS	0.03	0.029	0.032
8	TCU	0.32	0.316	0.307
9	Kobe	0.18	0.181	0.161

在目标 *PBA* ≈ 0.03 g SS 波、0.08 g TCU 波和 0.08 g Kobe 波输入下，模型 MKH01 台面记录的加速度时程、反应谱如图3所示，容易看出 TCU, Kobe 分属于两类地震波，分别以高频、低频成分为主。由表2、图3可知，试验设计的输入荷载，能够用于认识不同频率、不同强度地震荷载下 CDM 格栅对黏土地基地震反应的影响与规律。值得一提，每次地震荷载施加前，需确认上次荷载产生的超静孔压已充分消散并趋于稳定，待模型再次恢复稳定状态后施加下次荷载，以避免2次地震之间的多余干扰。

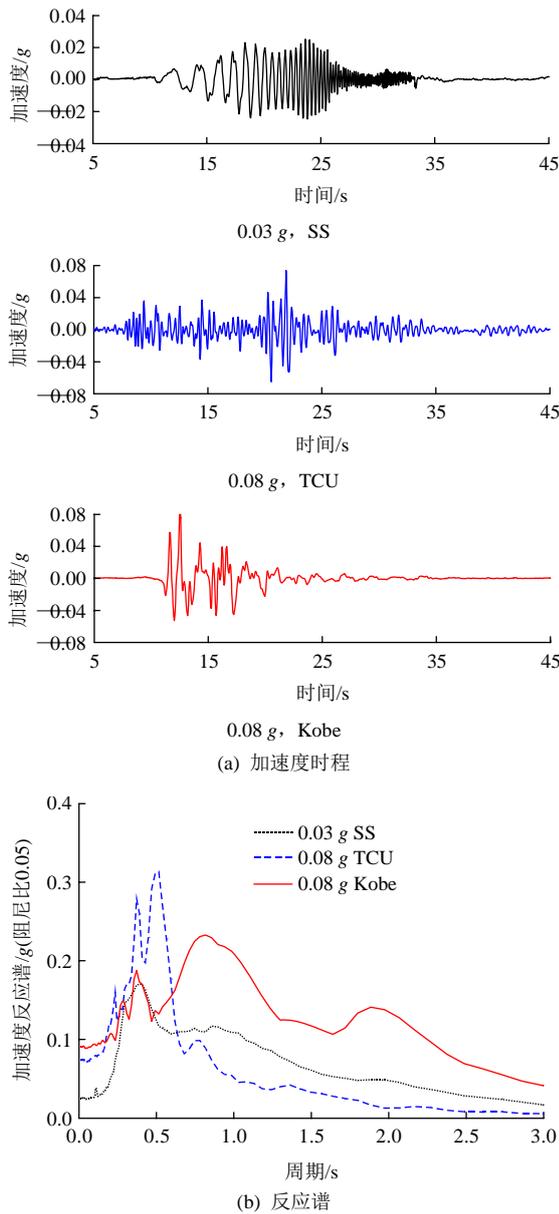


图 3 台面记录加速度时程与反应谱

Fig.3 Time series and response spectra of acceleration recorded at base

### 3 放大效应

场地放大效应是岩土地震工程领域一直争议的热点问题之一，也是建(构)筑物地震安全评价的重要组成。将从地表/台面(基底)加速度峰值放大系数、反应谱比 2 个方面，对比分析 CDM 格栅复合黏土地基局部场地放大效应与格栅影响规律。图 4 给出了各次荷载激励下，4 个地基  $PGA$ (peak ground acceleration)与  $PBA$  对比，由表 2 中数值可知，各荷载下两模型  $PBA$  记录基本相等，为便于观察，图 4 中  $PBA$  取自试验 MKH03 测试结果。4 个地基地表  $PGA$ ，分别来自加速度计 FF-A6, Eg-A6( $A_r \approx 24\%$ ),

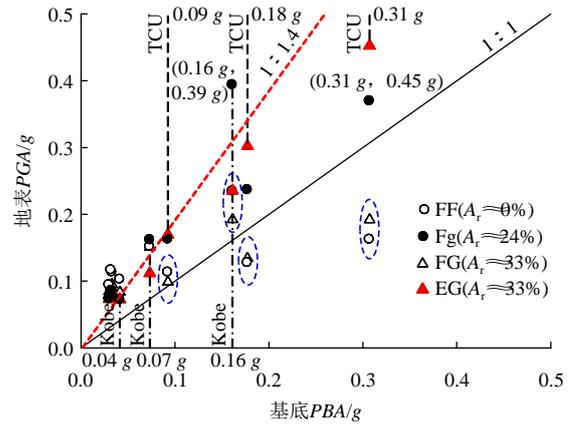


图 4 4 个地基  $PGA$  与  $PBA$  对比

Fig.4 Comparison of  $PGA$  and  $PBA$  in the four grounds

FG-BA6( $A_r \approx 33\%$ )和 EG-BA6( $A_r \approx 33\%$ )量测记录。在图 1 中可发现，各量测传感器均布设于不同地基的中心或相近位置，能较好地反映各处理地基局部场地的地震反应特征。

图 4 中峰值加速度对比变化表明，两端承型 Eg( $A_r \approx 24\%$ )和 EG( $A_r \approx 33\%$ )复合地基数据点均落于 1:1 直线上部，其  $PGA$  在各次地震作用下相比  $PBA$  均呈现放大且基本为线性， $PGA/PBA$  平均放大大约 1.4 倍。然而，悬浮型 FG( $A_r \approx 33\%$ )与未处理地基 FF 的反应却十分近似(见图 4 中椭圆)，在不同频率、强度地震输入下  $PGA$  变化非线性较凸出，随  $PBA$  提高呈总体下降趋势，甚至在  $PBA \approx 0.18 g$ , 0.31 g 高频 TCU 地震中出现减震行为  $PGA/PBA < 1$ 。在  $PBA \geq 0.1 g$  各次 TCU, Kobe 地震中，悬浮型 FG 地基  $PGA$  均小于两端承型地基。考虑与未处理地基  $PGA$  反应十分相似并在高频地震中出现减震行为，根据动力学基本原理和 FG 地基土层结构特点，推断其动力机制为：由于 FG 复合地基下层未处理黏土刚度和自然频率小于上层搅拌格栅，并具有相对较好的阻尼特性<sup>[26]</sup>，故使地震波自下而上传递过程中先后受到下、上两层的高、低频滤波作用，特别是下层土体软化后自然频率向低频迁移同时阻尼快速提高，对 FG 地基的局部场地放大效应和  $PGA$  约束起到关键作用，可使其在中、强地震荷载下出现减震现象。

反应谱是基于单自由度体系假定，描述地震动引起不同固有周期体系最大反应的直观表征。地表/基底加速度反应谱比  $SAR$ (spectral amplification ratio)则能反映地基土层对基底地震动的作用与影响<sup>[2, 20, 27]</sup>，也可用作工程结构地震危险性分析传递函数。本文  $SAR$  求解阻尼比取 0.05，6 次不同强度 TCU, Kobe 两类地震荷载下，4 个地基局部场地的  $SAR$  如图 5

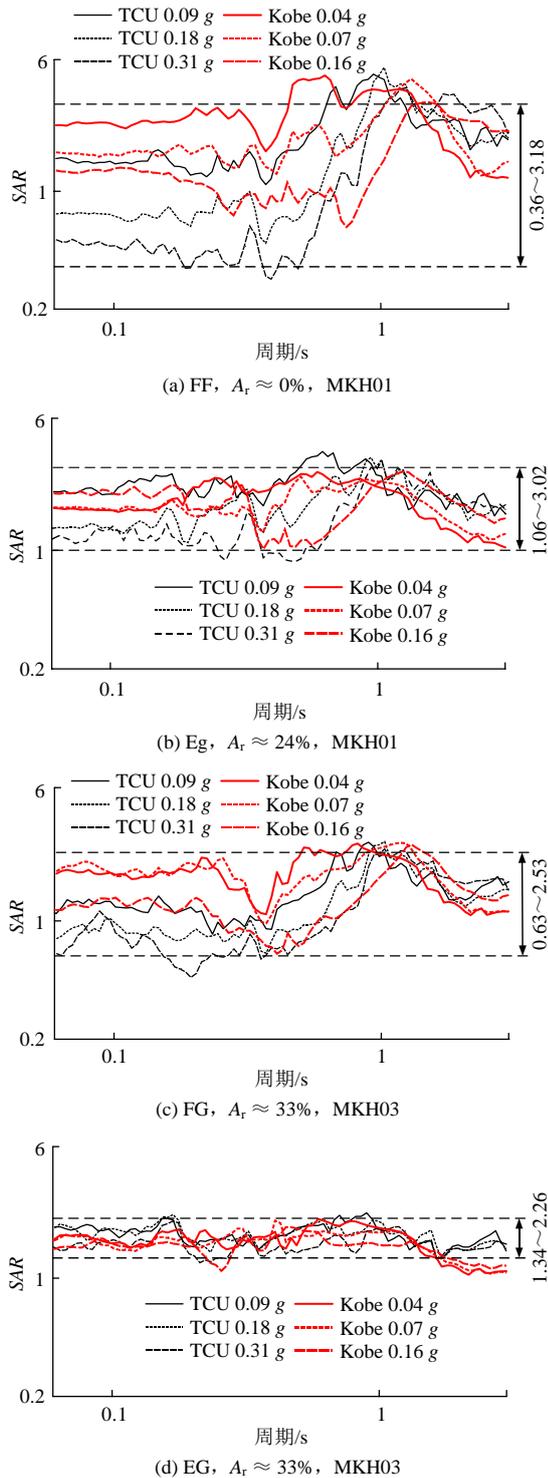


图5 6次地震荷载下4个地基地表/基底加速度反应谱比  
 Fig.5 Spectral acceleration amplification ratios of the ground surface to the model base for each ground in six earthquake motions

所示，其中地表、基底反应谱对应的加速度记录与图4中PGA, PBA相同。

观察图5中SAR随周期的波动，可发现自由场变化范围最大(0.36~3.18)，SAR随周期变化的非线性最强，随地震强度增加，其地表/基底加速度幅值

比在短周期(约≤1 s)内显著下降，长周期(约>1 s)内偏微增长，揭示了未处理土体(特别软化)对中、强地震高频成分具有强烈抑制作用。而被处理地基与之相比，SAR波动范围明显缩小，对土层地震反应影响显著。两端承型Eg( $A_r \approx 24\%$ )和EG( $A_r \approx 33\%$ )复合地基在各次地震作用下，SAR与周期变化非线性较小且受输入地震强度影响相对较弱，波动范围为1.06~3.02和1.34~2.26，但需注意2端承型地基幅值比下限>1，再一次说明端承型格栅地基具有地震放大效应，与前面PGA分析结论相一致。 $A_r \approx 33\%$ 悬浮型FG地基SAR波动范围与非线性，介于未处理自由场和 $A_r \approx 24\%$ Eg地基之间，随地震动强度增大，其幅值比在短周期内下降明显，而长周期内基本不变，波动范围为0.63~2.53。

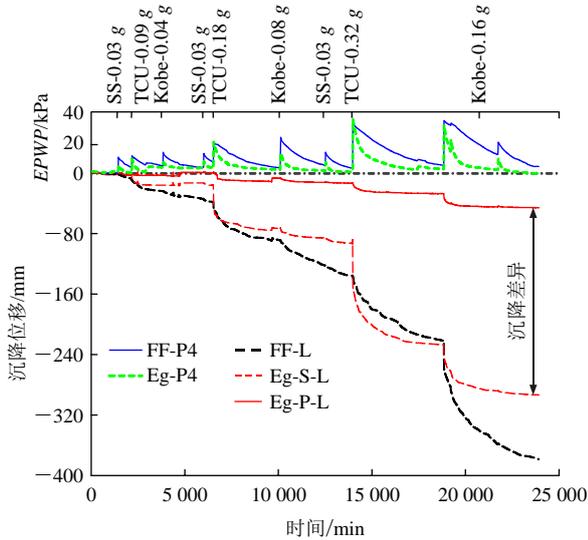
FG复合地基与FF自由场进行比较，随荷载强度提高，SAR在短周期(约≤1 s)内一致表现凸出下降规律，说明了FG地基下层未处理黏土及软化具有短周期滤波和阻尼比提高作用；而FG复合地基SAR在长周期内，未出现自由场的增长趋势，体现了FG地基上层搅拌格栅对长周期波的抑制作用。这些结果一定程度上，验证了前面悬浮型FG地基地震响应动力机制的推断，进一步解释了其中、强地震下的减震现象。

#### 4 地表沉降

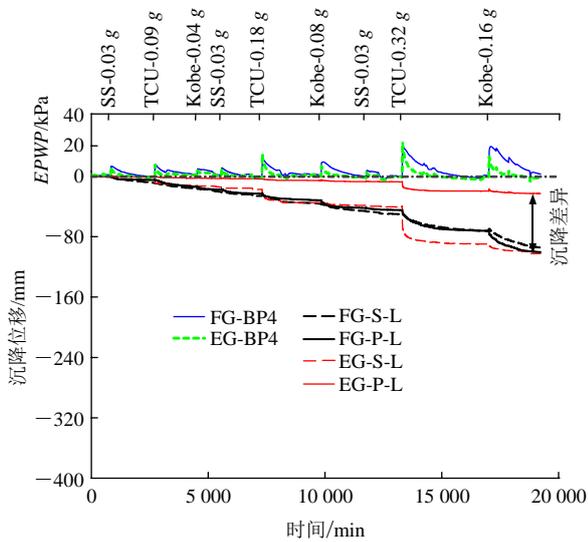
沉降是地基处理考虑的主要设计指标之一，按沉降控制设计理论已成为目前复合地基发展的新理念，但一般仅考虑静荷载沉降<sup>[4, 24-25]</sup>。而实际中，地基地震沉降触发建(构)筑物倾斜/坍塌是地震造成巨大生命财产损失的一个重要诱因，尤其不均匀沉降<sup>[13, 28-29]</sup>。逐次荷载激励下，各地基地表累积沉降和约9.69 m深处超静孔压EPWP(excess pore water pressure)的静态测试记录如图6所示，其中沉降分为墙体和墙侧土体沉降。图6中自由场和3个复合地基墙侧土体地表沉降，分别由图1中位移计FF-L, Eg-S-L, FG-S-L和EG-S-L采集；墙体地表沉降则由位移计Eg-P-L, FG-P-L和EG-P-L采集。图6中EPWP由MKH01和MKH03模型第4层黏土中，孔压计FF-P4, Eg-P4, FG-BP4和EG-BP4采集。

综合对比图6中7条沉降曲线，可总结出3个基本特征：

- (1) 以墙体沉降作为被处理地基地表沉降，9次



(a) MKH01



(b) MKH03

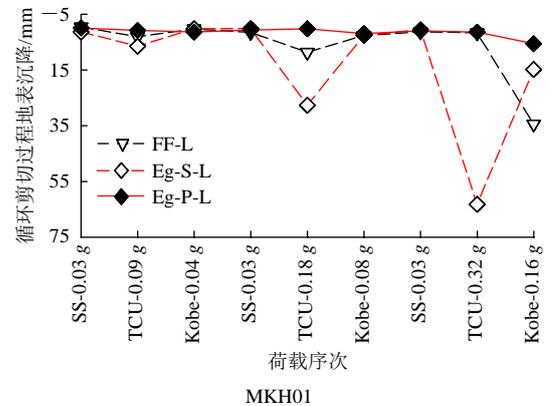
图 6 连续动荷载下地表累积沉降和超静孔压静态记录  
Fig.6 Recordings of incremental settlement and excess pore water pressure growth in the sequence of shaking events

动荷载下 FF 自由场累积沉降约 37.9 cm, 而 Eg, FG 和 EG 地基沉降分别约为 4.6, 9.4, 2.3 cm, 说明搅拌格栅能有效控制和降低地基地震沉降。

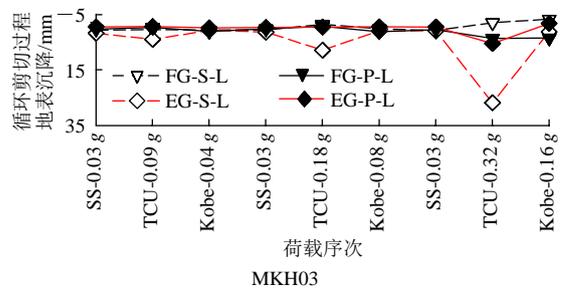
(2) 比较复合地基墙体与墙侧土体沉降, 易发现两端承型地基内二者差异显著, Eg( $A_r \approx 24\%$ )和 EG( $A_r \approx 33\%$ )地基累积沉降差异分别为 24.8 和 7.2 cm, 而悬浮型 FG 地基内墙体与墙侧土体两沉降曲线高度吻合, 几乎无差异。

(3) 对比两端承型复合地基,  $A_r \approx 33\%$  EG 地基的墙体、墙侧土体沉降均显著小于  $A_r \approx 24\%$  Eg 地基, 尤其是墙侧土体沉降, EG 约为 9.5 cm 而 Eg 为 29.4 cm, 证明置换面积率是控制格栅影响黏土复合地基地震沉降的一个关键参数。

值得注意, 特征(2): 两端承型地基内墙体和墙侧土体沉降差异显著, 悬浮型地基中二者却高度吻合, 揭露了端承型和悬浮型复合地基可能拥有不同沉降发生机制。为进一步认识两种复合地基地震沉降之间差异, 将图 6 中各次荷载下的沉降分解为循环剪切(即震中各周往返激励)和再固结(即震后超静孔压消散与孔隙率下降)2 个过程累积沉降, 示于图 7(a), (b)中, 从分解后的地表沉降观察, 可发现各复合地基墙体沉降均发生于震后黏土再固结过程, 而非循环剪切过程。墙体与墙侧土体沉降幅值及差异, 随不同地震类型、地震强度呈现了较好规律, 结合格栅桩端型式, 能够反映端承型和悬浮型复合地基具有不同沉降机制。

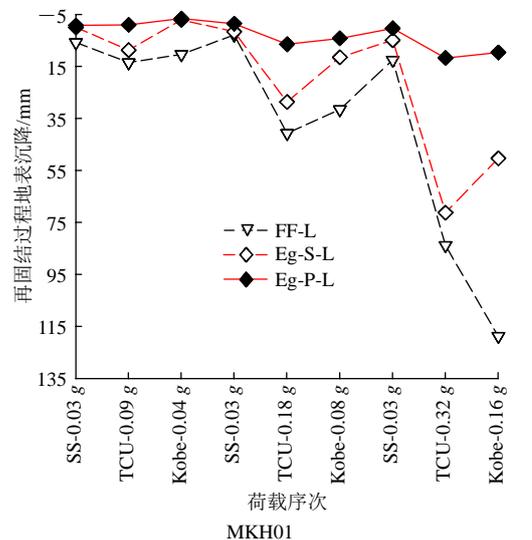


MKH01

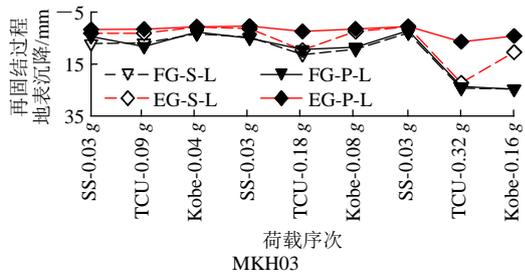


MKH03

(a) 循环剪切过程地表沉降



MKH01



(b) 再固结过程地表沉降

图7 各荷载下循环剪切和再固结过程地表沉降

Fig.7 Ground settlements during the processes of cyclic shearing and post shaking reconsolidation of each shaking motion

根据负摩阻力的概念与发生机制<sup>[5,10,28-29]</sup>可知,当桩侧土与桩体在固结或再固结过程产生相对沉降时,土体与桩体之间将产生额外向下负摩阻力作用于桩体。端承型地基墙体端部近似固定,墙体沉降只能依靠压缩变形或破坏产生。将图7(b)中两端型地基墙体和墙侧土体沉降以横、纵坐标方式绘于图8,可发现墙体和墙侧土体沉降存在良好线性关系,实测数据与拟合直线的相关系数 $R$ ,端承型Eg和EG地基分别为0.9537和0.9721,墙体沉降幅值和墙侧土体沉降比值与K. S. Wong等<sup>[28-29]</sup>现场实测数据十分近似。由此,可判断端承型地基墙体沉降是由黏土再固结过程中墙体与墙侧土体相对沉降,引发较大负摩阻力作用于墙体所导致的压缩变形,其将一定程度减小端承型地基承载力、缩短使用寿命和增加地震破坏风险。悬浮型地基墙体端部正如其名,可随下层黏土再固结变形一起下沉,其墙体沉降分别约为Eg,EG地基2和4倍,但与墙侧土体沉降却十分吻合,说明其墙体随下层黏土再固结变形下沉的同时,墙体端部还产生一定下嵌,

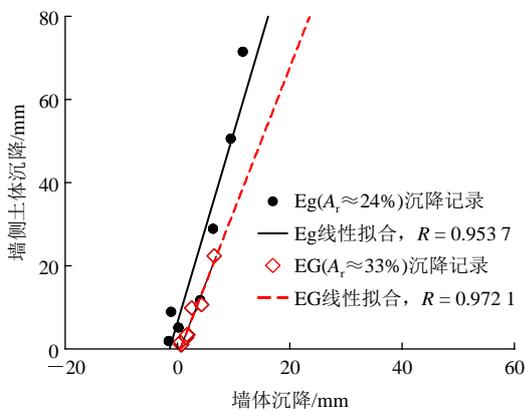


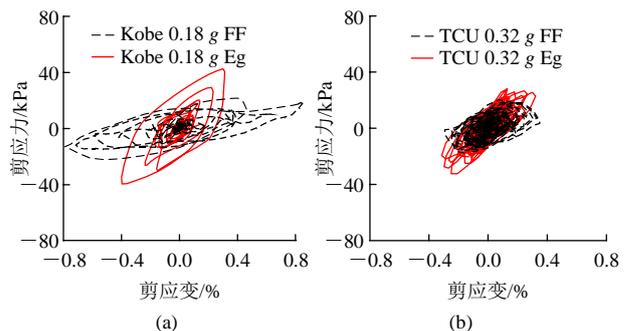
图8 震后再固结过程端承型墙体与墙侧土体地表沉降对比  
Fig.8 Comparisons of settlements of the embedded grid walls and their enclosed soils in the post shaking reconsolidation process

且下嵌深度和上部墙侧土体再固结变形大小相当,从而使悬浮型地基墙体与墙侧土体地表沉降基本相同。悬浮型地基墙体端部下嵌,可有助于避免较大负摩阻力产生和减小墙体压缩变形。综上,端承与悬浮型格栅处理地基相比,具有不同的地表沉降特征与机制。

## 5 剪应力 - 剪应变

前面从加速度和地表沉降,宏观分析了自由场和几个不同格栅复合黏土地基的地震响应特征与差异,下面将从地基内部土体剪应力 - 剪应变的单元动力响应,分析地基内在机制的变化。同时,尝试解答两端承型地基墙侧土体,在高频TCU地震过程(见图7(a))中的规律沉降现象。

假定地基变形符合一维剪切梁模型<sup>[20,30]</sup>,利用4个局部场地中心竖向加速度计阵列的数据记录,笔者对比分析了线性、3次样条、加权残差3种剪应变反演计算方法<sup>[30]</sup>。根据结果比较,本文选用剪应变幅值略偏小但结果相对稳定的加权残差法,作为剪应力 - 剪应变反演求解方法。在 $PBA \approx 0.18g$  Kobe和 $0.32g$  TCU荷载下,反演求解所得不同地基中心深约9.69m处,土单元的剪应力 - 剪应变响应滞回曲线如图9所示。比较两地震下4个局部场地中心同一深度土单元的变形响应幅值大小,可发现剪应变在自由场最大(0.85%),FG地基最小(0.16%);剪应力在 $A_r \approx 33\%$  EG地基最大,自由场最小。在抗剪强度上,图9(c),(d)中 $A_r \approx 33\%$ 悬浮型FG与端承型EG地基的表现特征基本相等,并高于 $A_r \approx 24\%$  Eg地基。值得一提的是,FG地基最大剪应力与最大剪应变在不同频率、强度地震作用下,均小于两端承型EG, Eg地基,与前面加速度放大系数与反应谱比分析结果相一致。这些特征说明格栅设计时,在具备条件下合理利用下层黏土非线性动力特性,选取悬浮型格栅处理地基并增大置换面积率可在工程减/隔震中发挥有利作用。



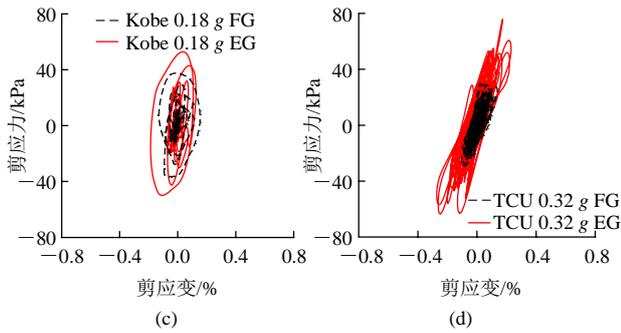


图 9 4 个局部场地深约 9.69 m 剪应力 - 剪应变滞回曲线  
Fig.9 Hysteresis curves of shear stress and shear strain at the same depth of 9.69 m inside the four different grounds

仔细观察图 9 中 4 个地基内土体的剪应力 - 剪应变发展特征，较好地反映了不同频率地震作用下墙体 - 墙侧土体之间相互作用及不同影响，即 SSI (soil-structure interaction)<sup>[27, 31-32]</sup>，并可合理解释图 7(a) TCU 地震中 2 端承型地基墙侧土体发生而墙体未发生的规律沉降现象。根据 SSI 形成条件和发生机制<sup>[27, 31-32]</sup>，地震激励下墙体与墙侧土体需在二者界面上以相等的剪应变协调发展，以维持二者界面上的有效接触和剪应力有效传递。观察图 9(a)和(c)，可发现  $PBA \approx 0.18 g$  Kobe 地震作用下两端承型地基内墙侧土体剪应变均远小于自由场，表明墙体对墙侧土体剪应变的发展起到强烈约束作用，即“加固效应”。而  $PBA \approx 0.32 g$  TCU 地震下图 9(b)和(d)中，两端承型地基内墙侧土体剪应变响应相近或略大于自由场，反映墙体对墙侧土体剪应变发展起到了一定“牵引”作用。由此可推断，在相对低频 Kobe 地震中墙侧土体响应和剪应变大于墙体，原因为墙侧土体的剪切强度小且部分激震频率与其自然频率接近；而在高频 TCU 地震中墙体响应和剪应变则大于墙侧土体，原因为部分激震频率与墙体自然频率接近。为验证此推断，将图 1 中两端承型地基内墙侧土体和墙体(同一格栅<sup>[2, 23]</sup>)的地表 PGA 作对比，示于图 10 中。不难发现，各强度 Kobe 地震中 2 端承型地基内墙体与墙侧土体 PGA 均基本相等，而不同强度 TCU 地震中两端承型地基内墙体 PGA 均大于墙侧土体且随输入强度提高而差异增大。以上这些规律较好地反映墙体与墙侧土体缘于刚度、自然频率不同(墙体相比土体高)，二者 SSI 在低、高频地震激励中，可分别对端承型地基内墙侧土体剪应变发展产生约束和牵引作用，以协调二者界面上相等剪应变发展。

在约束和牵引 2 种不同 SSI 影响下，墙侧土体将表现不同的沉降现象。当墙侧土体水平剪应变被

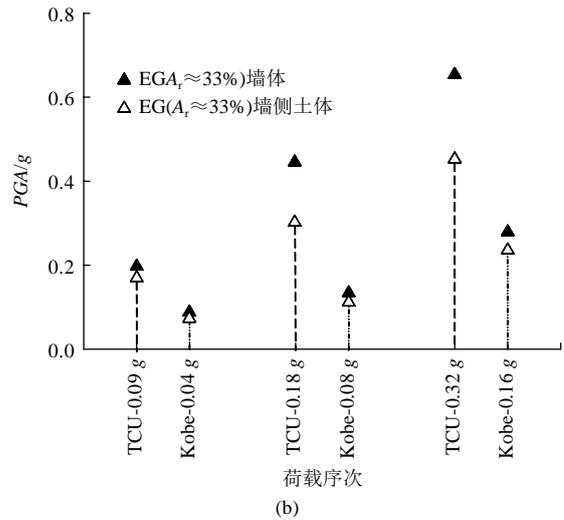
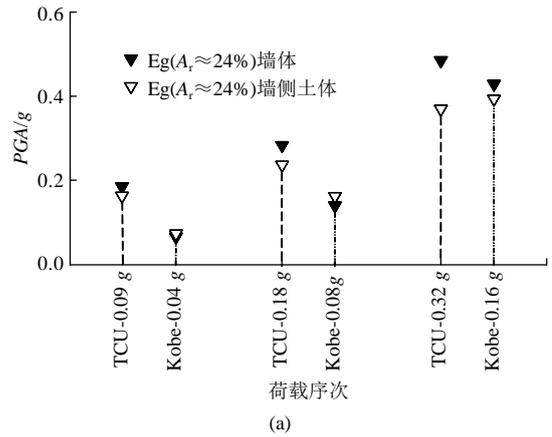


图 10 端承型地基内墙体与墙侧土体地表 PGA 对比  
Fig.10 Comparison of PGA of the enclosed soils to their walls for two embedded grid-improved grounds

约束时，不利于沉降产生；而当墙侧土体水平剪应变被牵引时，土体受 SSI 和重力共同作用，易发生竖向变形与沉降，其中竖向变形可一定程度上补偿墙侧土体剪应变额外需求和协调二者界面上相等剪应变发展，从而引起不同强度 TCU 地震下图 7(a)中两端承型地基内墙侧土体的规律沉降现象。同时，该机制下的土体相对沉降不会产生负摩阻力，合理解释了图 7(a)中墙体未伴随墙侧土体发生沉降的现象。

## 6 结论与讨论

(1) 介绍了 2 组大型 CDM 格栅处理黏土复合地基动力离心平行试验，包含 1 个未处理地基和 3 个不同置换面积率的悬浮型、端承型格栅复合地基。采用原位 TRD 工法制作试样，解决了墙体均匀等厚成型、节点各向联接强度同性的关键问题。选取不同频率、强度地震动作为输入，为认识 CDM 格栅

对黏土地基地震反应、沉降特性的影响机制，建立了丰富数据；为数值方法验证提供了重要样本。

(2) 复合地基对局部场地地震反应具有显著影响。加速度峰值放大系数、反应谱比一致表明，两端承型复合地基地震反应基本呈线性且为放大，平均峰值放大约 1.4 倍。而悬浮型复合地基与自由场表现相似非线性，并在高频地震中发生减震现象。这种现象主要缘于悬浮型地基下、上两层，可对地震波传递先后产生高、低频滤波作用，特别是下层软化，对限制场地放大效应和 *PGA* 具有重要影响。

(3) 置换面积率是格栅处理黏土地基控制地震沉降的关键参数之一，各地基墙体沉降均规律性发生于震后再固结过程。根据桩端型式不同，端承型地基墙体沉降是由相对沉降引起较大摩阻力导致的压缩变形，将一定程度降低地基承载力和增加格栅地震破坏风险；悬浮型地基墙体沉降，由下层土体再固结变形和端部下嵌两部分组成，其与墙侧土体沉降高度吻合，表明避免了较大负摩阻力产生。

(4) 各次地震下悬浮型地基剪应力和剪应变发展均小于端承型地基，与加速度反应分析相一致。剪应力 - 剪应变响应结果，还表明由于端承型墙体刚度和自然频率高于墙侧土体，*SSI* 在不同频率地震下可分别对墙侧土体剪应变发展起到约束和牵引作用，以协调二者相等的界面剪应变发展，合理解释了不同强度高频地震过程中，两端承型地基墙侧土体出现的规律沉降现象。

地基是人类文明工程与各类建(构)筑物的基础载体与承灾体。本文从 *PGA*、反应谱比、地表沉降、剪应力 - 剪应变等几方面，探讨了 *CDM* 格栅处理黏土地基的地震离心模型试验结果，得出置换面积率是影响地基地震传递特性和地表沉降的关键参数。同时，格栅设计在具备条件时可考虑选取悬浮型格栅替代端承型格栅，适当增加置换面积率和减小置换深度，合理利用下层土体非线性动力特点，可在工程减/隔震中发挥有利作用。但是，本文试验未考虑基础、上部结构和褥垫层之间相互作用以及置换深度对地震传递特性和沉降的规律影响。墙体与墙侧土体 *SSI* 影响为定性分析，仅考虑了墙体和墙侧土体中心 2 个测点数据，未能分析剪应力、剪应变在格栅中的分布及置换面积率对 *SSI* 作用的影响。置换面积率、置换深度、褥垫层厚等格栅复合地基设计参数考虑抗震的优化，需进一步展开物理和数值试验研究。目前，承载体地震致灾机制、工程减/隔震技术研发等已被国家自然科学基金委 -

中国地震局联合基金 - 国家地震科技创新工程“韧性城乡”列为重点规划任务，亟需发展和完善地基处理抗震相关规范与标准，以适应新时代可持续、自康复地震韧性城乡建设的国家战略需求。

**致谢** 美国加州大学戴维斯分校 Ross Boulanger 教授、Bruce Kutter 教授和土工物理模拟中心(CGM)各位工作人员，为试验方案设计、模型制作和数据分析及本文撰写，提供了诸多宝贵建议与热忱帮助，在此特别感谢！

### 参考文献(References):

- [1] BRUCE M E C, BERG R R, COLLIN J G, et al. Deep mixing for embankment and foundation support No. FHWA-HRT - 13 - 046[M]. Washington, D C: Federal Highway Administration, 2013.
- [2] KHOSRAVI M, BOULANGER R W, WILSON D W, et al. Dynamic centrifuge tests of soft clay reinforced by soil-cement grids[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2016, 142(7): 04016027.
- [3] RAYAMAJHI D, NGUYEN T V, ASHFORD S A, et al. Numerical study of shear stress distribution for discrete columns in liquefiable soils[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2014, 140(3): 1 - 9.
- [4] 龚晓南. 地基处理手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2008: 465 - 475.(GONG Xiaonan. Ground improvement manual[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2008: 465 - 475.(in Chinese))
- [5] 郑刚, 龚晓南, 谢永利, 等. 地基处理技术发展综述[J]. 土木工程学报, 2012, 45(2): 127 - 146.(ZHENG Gang, GONG Xiaonan, XIE Yongli, et al. State-of-the-art techniques for ground improvement in China[J]. China Civil and Engineering Journal, 2012, 45(2): 127 - 146.(in Chinese))
- [6] 王年香, 章为民. 深层搅拌法加固码头软基离心模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(5): 634 - 638.(WANG Nianxiang, ZHANG Weimin. Centrifuge model test of pier ground improved by CDM[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23(5): 634 - 638. (in Chinese))
- [7] 张伟丽, 蔡健, 林奕禧, 等. 水泥土搅拌桩复合地基荷载传递机理的试验研究[J]. 土木工程学报, 2010, 43(6): 116 - 121.(ZHENG Weili, CAI Jian, LIN Yixi, et al. Experimental study of the load transfer mechanism of cement-soil pile composite foundation[J]. China Civil and Engineering Journal, 2010, 43(6): 116 - 121.(in Chinese))
- [8] 罗大生, 肖超, 张可能, 等. 南沙地区钉形水泥土搅拌桩荷载传递规律的试验研究[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2012, 43(9): 3 575 - 3 581.(LUO Dasheng, XIAO Chao, ZHANG Keneng, et al. Load transfer mechanism of T-shaped soil-cement deep mixing pile in Nansha area, Guangzhou[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2012, 43(9): 3 575 - 3 581.(in Chinese))
- [9] 李国维, 姜微, 吴玉财, 等. 预置管法静力触探检测水泥搅拌桩现场试验[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(7): 1 289 - 1 296.(LI Guowei, JIANG Wei, WU Yucui, et al. Field tests on detecting cement mixing piles by static cone penetration tests in reserved hole[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(7): 1 289 - 1 296.(in

- Chinese))
- [10] 章定文, 范礼彬, 刘松玉, 等. 水泥土搅拌桩复合地基固结机理室内模型试验[J]. 中国公路学报, 2014, 27(12): 1 - 9.(ZHANG Dingwen, FAN Libin, LIU Songyu, et al. Laboratory model tests on consolidation mechanism of soft clay improved by deep mixing cement columns[J]. China Journal of Highway and Transport, 2014, 27(12): 1 - 9.(in Chinese))
- [11] 王卫东, 翁其平, 陈永才. 56 m 深 TRD 工法搅拌墙在深厚承压含水层中的成墙试验研究[J]. 岩土力学, 2014, 35(11): 3 247 - 3 252. (WANG Weidong, WENG Qiping, CHEN Yongcai. Experimental investigation of construction of a 56 m deep constant thickness cement-soil wall using trench cutting re-mixing deep wall(TRD) method in deep aquifers[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(11): 3 247 - 3 252.(in Chinese))
- [12] 赵春风, 邹豫皖, 赵程, 等. 基于强度试验的五轴水泥土搅拌桩新技术研究[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(2): 376 - 381.(ZHAO Chunfeng, ZOU Yuwan, ZHAO Cheng, et al. Experimental research on strength of five-axis cement-soil mixed piles[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, 36(2): 376 - 381.(in Chinese))
- [13] 陈国兴, 顾小锋, 常向东, 等. 1989~2011 期间 8 次强地震中抗液化地基处理成功案例的回顾与启示[J]. 岩土力学, 2015, 36(4): 1 102 - 1 118.(CHEN Guoxing, GU Xiaofeng, CHANG Xiangdong, et al. Review and implication of successful ground improvement cases about mitigating soil liquefaction induced by 8 strong earthquakes from 1989 to 2011[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(4): 1 102 - 1 118.(in Chinese))
- [14] BRADLEY B A, ARAKI K, ISHII T, et al. Effect of lattice-shaped ground improvement geometry on seismic response of liquefiable soil deposits via 3D seismic effective stress analysis[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2013, 48(5): 35 - 47.
- [15] NGUYEN T V, RAYAMAJHI D, BOULANGER R W, et al. Design of DSM grids for liquefaction remediation[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2013, 139(11): 1 923 - 1 933.
- [16] RAYAMAJHI D, TAMURA S, KHOSRAVI M, et al. Dynamic centrifuge tests to evaluate reinforcing mechanisms of soil-cement columns in liquefiable sand[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2015, 141(6): 1 - 12.
- [17] KHOSRAVI M, BOULANGER R W, WILSON D W, et al. Dynamic centrifuge tests of structures with shallow foundations on soft clay reinforced by soil-cement grids[J]. Soils and Foundations, 2017, 57(4): 501 - 513.
- [18] KHOSRAVI M, WILSON D W, BOULANGER R W, et al. 1-m radius centrifuge experiments: seismic response of soft soil reinforced with soil-cement grid-construction procedure[J]. Network for Earthquake Engineering Simulation, 2015, Dataset, doi: 10.4231/D3DN3ZX1Q.
- [19] KUTTER B L. Recent advances in centrifuge modeling of seismic shaking[C]// Proceedings of the 3rd International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics. Saint Louis, America: [s. n.], 1995: 927 - 942.
- [20] AFACAN K B, BRANDENBERG S J, STEWART J P. Centrifuge modeling studies of site response in soft clay over wide strain range[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2014, 140(2): 1 - 13.
- [21] YAMASHITA K, HAMADA J, ONIMARU S, et al. Seismic behavior of piled raft with ground improvement supporting a base-isolated building on soft ground in Tokyo[J]. Soils and Foundations, 2012, 52(5): 1 000 - 1 015.
- [22] YASUHARA K, MURAKAMI S, TOYOTA N, et al. Settlements in fine-grained soils under cyclic loading[J]. Soils and Foundations, 2001, 41(6): 25 - 36.
- [23] KHOSRAVI M, WILSON D W, BOULANGER R W, et al. Test MKH01: dynamic centrifuge tests of soft clay reinforced by soil-cement grids[J]. Network for Earthquake Engineering Simulation, 2015, Dataset, doi: 10.4231/D3HD7NT63.
- [24] 中华人民共和国国家标准编写组. GB/T 50783—2012 复合地基技术规范[S]. 北京: 中国计划出版社, 2012.(The National Standards Compilation Group of People's Republic of China. GB/T 50783—2012 Technical code for composite foundation[S]. Beijing: China Planning Press, 2012.(in Chinese))
- [25] 中华人民共和国行业标准编写组. JGJ/T 303—2013 渠式切割水泥土连续墙技术规程[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2013.(The Professional Standards Compilation Group of People's Republic of China. JGJ/T 303—2013 Technical specification for trench cutting re-mixing deep wall[S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2013.(in Chinese))
- [26] 李瑞山, 陈龙伟, 袁晓铭, 等. 荷载频率对动模量阻尼比影响的试验研究[J]. 岩土工程学报, 2017, 39(1): 71 - 80.(LI Ruishan, CHEN Longwei, YUAN Xiaoming, et al. Experimental study on influences of different loading frequencies on dynamic modulus and damping ratio[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, 39(1): 71 - 80.(in Chinese))
- [27] HUSHMAND A, DASHTI S, DAVIS C, et al. Seismic performance of underground reservoir structures: insight from centrifuge modeling on the influence of backfill soil type and geometry[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2016, 142(11): 04016058.
- [28] WONG K S, THE C I. Negative skin friction on piles in layered soil deposits[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1995, 121(6): 457 - 465.
- [29] SAHA A. The influence of negative skin friction on piles and pile groups and settlement of existing structures[J]. International Journal on Emerging Technologies, 2015, 6(2): 53 - 59.
- [30] 王永志, WILSON D W, KHOSRAVI M, 等. 动力离心模型试验循环剪应力 - 剪应变反演方法对比[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(2): 271 - 277.(WANG Yongzhi, WILSON D W, KHOSRAVI M, et al. Evaluation of cyclic shear stress-strain using inverse analysis techniques in dynamic centrifuge tests[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(2): 271 - 277.(in Chinese))
- [31] TURNER B J, BRANDENBERG S J, STEWART J P. Influence of kinematic SSI on foundation input motions for pile supported bridges[C]// The 6th International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering. Christchurch, New Zealand: [s. n.], 2017: 1 - 8.
- [32] BRANDENBERG S J, MYLONAKIS G, STEWART J P. Kinematic framework for evaluating seismic earth pressures on retaining walls[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2015, 141(7): 04015031.