江西理工大学

2018年硕士研究生入学考试试题

考试科目代码及名称： 901 高等代数（B卷）

要求：答案一律写在考点发放的答题纸上，写在试题上无效。

一、填空题（每空4分，共20分）

1. 向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性无关，则 $\alpha_1,\alpha_1+\alpha_2,\alpha_1+\alpha_3,\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$ 的秩为 ① .

2. 若 $A=\begin{vmatrix}1&1&1&1\\2&3&4&5\\2&4&6&9\\1&4&9&16\end{vmatrix}$，设 A_{ij} 为 A 的元 a_{ij} 的代数余子式，则 $A_{41}+A_{42}+3A_{43}+3A_{44}$ 的值为 ② .

3. 矩阵 $A=\begin{bmatrix}1&2&-1&-2\\2&-1&1&1\\3&1&0&-1\end{bmatrix}$ 的秩为 ③ .

4. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}$，则 $A^{64}=$ ④ .

5. 设 U 是欧几里德空间 R^5 的由 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 生成的一个子空间，其中 $\alpha_1=(1,1,1,0,0)$，$\alpha_2=(1,1,0,0,0)$，$\alpha_3=(1,0,0,0,0)$，$\alpha_4=(1,0,1,0,0)$ 则 $\dim(U^{\perp})=$ ⑤ .

二、计算与证明题（共8小题，共130分）

6. 设 $f(x)=x^3+6x^2+3px+8$，试确定 p 的值，使得 $f(x)$ 有重根，并求其重根.（10分）

7. 设 $f(x),g(x)$ 为两多项式，且 $x^2+x+1\mid f(x^3)+xg(x^3)$，证明：$(x-1)\mid(f(x),g(x))$.（10分）

江西理工大学

2018年硕士研究生入学考试试题

8. 计算n阶行列式$A_n=\begin{vmatrix} x_1-m & x_2 & \cdots & x_n \\ x_1 & x_2-m & \cdots & x_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_n-m \end{vmatrix}$. (15分)

9. 设A均为n阶方阵($n\geq 2$), A^*为A的伴随矩阵. 证明:

$$R(A^*)=\begin{cases} n, & R(A)=n \\ 1, & R(A)=n-1 \\ 0, & R(A)<n-1 \end{cases} \quad (15分)$$

10. 已知$\alpha_1=(1,2,1,-2),\alpha_2=(2,3,1,0),\alpha_3=(1,2,2,-3)$,

$\beta_1=(1,1,1,1),\beta_2=(1,0,1,-1),\beta_3=(1,3,0,-4)$, 求

(1) $W_1=L(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$的基与维数; (2) $W_2=L(\beta_1,\beta_2,\beta_3)$的基与维数;

(3) $W_3=W_1+W_2$的基与维数; (4) $W_1\cap W_2$的维数. (20分)

11. 设$f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2-x_2^2+ax_3^2+2x_1x_2-8x_1x_3+2x_2x_3$在正交变换$x=Qy$下的标准型为$\lambda_1y_1^2+\lambda_2y_2^2$, $\lambda_1<0$ 求a的值及一个正交矩阵Q。(20分)

12. 设A,B均为n阶方矩,若$A+B,A-B$可逆. 证明: $C=\begin{bmatrix} A & B \\ B & A \end{bmatrix}$可逆, 并求其逆. (20分)

13. 设V是全体实2×2矩阵构成的实线性空间, $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\in V$, 定义$V$的变换

$$\mathcal{A}x=Ax,\forall x\in V,$$

(1). 证明: $\mathcal{A}$是线性变换; (2). $\mathcal{A}$可逆$\Leftrightarrow A$可逆;

(3). 当$A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$时, 求$\mathcal{A}$的核$\mathcal{A}^{-1}(0)$和$\mathcal{A}^{-1}(0)$的一组基. (20分)