

# 安徽师范大学

## 2015 年招收硕士研究生考题

科目名称: 概率论与数理统计 科目代码: 895

考生请注意: 答案必须写在答题纸上, 写在本考题纸上的无效!

注意: 可使用不带存储功能的计算器。

一、单项选择题 (每小题 5 分, 共 30 分)

1. 已知当事件  $A, B$  同时发生时, 事件  $C$  必然发生, 则下列结论中正确的是\_\_\_\_\_。

A.  $P(C) = P(AB)$

B.  $P(C) \leq P(AB)$

C.  $P(C) \geq P(A) + P(B)$

D.  $P(C) \geq P(A) + P(B) - 1$

2. 设  $X$  的概率密度为  $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-2)^2}{8}}$ ,  $-\infty < x < \infty$ , 则  $E(X^2) =$ \_\_\_\_\_。

A. 8

B. 16

C. 4

D. 2

3. 设日光灯的使用寿命  $X$  (单位: 月) 服从指数分布, 已知  $P(X \leq 10) = p$ , 现有一只日光灯, 已经使用了 10 个月, 则它还能再使用 10 个月以上的概率为\_\_\_\_\_。

A.  $p$

B.  $2p$

C.  $1-p$

D.  $p(1-p)$

4. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 其中  $\sigma^2 > 0$  未知,  $\mu$  已知,  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  是来自  $X$  的样本, 则下列不是统计量的是\_\_\_\_\_。

A.  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

B.  $\mu + \sum_{i=1}^n X_i / \sigma^2$

C.  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$

D.  $X_n - \mu$

5. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 其中  $\sigma^2$  已知,  $\mu$  未知,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是来自总体的样本观测值, 已知  $\mu$  的置信水平为 95% 的置信区间为 (4.35, 5.54), 则取显著性水平  $\alpha = 0.05$

时, 检验假设  $H_0: \mu = 5.0$ ,  $H_1: \mu \neq 5.0$  的结果是\_\_\_\_\_。

考生请注意：答案必须写在答题纸上，写在本考题纸上的无效！

A. 接受  $H_0$       B. 拒绝  $H_0$       C. 不能确定      D. 条件不足无法检验

6. 设  $X \sim t(n)$ ，则当  $n$  充分大时， $X$  的方差  $D(X)$  近似等于\_\_\_\_\_。

A. 0      B. 1      C.  $\frac{1}{2}$       D. 2

二、(10分) 已知男人中有5%是色盲患者，女人中有0.25%是色盲患者，今从男女人数相等的人群中随机地抽一人，发现此人恰是色盲患者，问此人是男性的概率是多大？

三、(10分) 从1, 3, 5, 7, 9这五个数字中无放回地任取三个，以  $X$  表示其中最小的数字，求  $X$  的数学期望  $E(X)$ 。

四、(10分) 设  $\xi \sim N(0,1)$ ，已知  $P(|\xi| \leq 1) = 0.6827$ ，又  $\eta \sim N(2,4)$ ，求  $P(\eta \leq 0)$ 。

五、(15分) 设随机变量  $X$  的分布列为

$$P(X = k) = \frac{a}{2^k}, \quad k = 1, 2, \dots$$

(1) 求系数  $a$ ；

(2) 求  $P(X > 3)$ ；

(3) 设  $Y = \begin{cases} 0, & \text{当 } X \text{ 是偶数时} \\ 1, & \text{当 } X \text{ 是奇数时} \end{cases}$ ，求  $Y$  的分布。

六、(20分) 设二维随机变量  $(X, Y)$  的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} cxy, & 0 \leq x \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其它,} \end{cases}$$

(1) 求系数  $c$ ；

(2) 求  $X$  和  $Y$  的边缘密度函数，并判断  $X$  与  $Y$  是否独立；

(3) 求  $X$  与  $Y$  的协方差  $\text{Cov}(X, Y)$ 。

七、(10分) 设总体  $X \sim N(0, \sigma^2)$ ， $(X_1, X_2, \dots, X_6)$  是来自总体  $X$  的样本，试求

考生请注意：答案必须写在答题纸上，写在本考题纸上的无效！

$$Y = \frac{X_1 + X_3 + X_5}{\sqrt{X_2^2 + X_4^2 + X_6^2}} \text{ 的分布.}$$

八、(15分) 某零件的长度服从正态分布，过去的均值是 20.0cm，现换了新工艺，从新工艺生产的零件中随机抽取了 8 个零件，测得长度 (单位: cm) 为:

20.0, 20.2, 20.1, 20.0, 20.2, 20.3, 19.8, 20.2,

问使用新工艺后零件的平均长度是否起了变化? (取显著性水平  $\alpha=0.05$ )

(注: 设  $X \sim t(n)$ ,  $P(X > t_\alpha(n)) = \alpha$ , 已知  $t_{0.05}(7) = 1.895$ ,  $t_{0.05}(8) = 1.860$ ,  $t_{0.025}(7) = 2.365$ ,

$t_{0.025}(8) = 2.306$ )

九、(20分) 设总体  $X$  的密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{2\theta} e^{-|x|/\theta}, \quad -\infty < x < \infty.$$

其中  $\theta > 0$  未知,  $(X_1, \dots, X_n)$  是来自  $X$  的样本,

(1) 试求  $\theta$  的最大似然估计  $\hat{\theta}$ ;

(2)  $\hat{\theta}$  是  $\theta$  的无偏估计吗? 为什么?

十、(10分) 用某种复合饲料的三种不同配方喂养同一种小鸡，五天后测得增重结果如下(单位: g)

配方 A	配方 B	配方 C
39	44	30
50	36	55
36	45	29
46	42	36
41	52	35

问这三种配方对小鸡的体重增加差异是否显著?

(注:  $F_{0.05}(2,12) = 3.885$ )