

安徽师范大学

2015 年招收硕士研究生考题

科目名称: 数学分析 科目代码: 601

考生请注意: 答案必须写在答题纸上, 写在本考题纸上的无效!

一、(18分) 求: (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 3^2 + \dots + (2n-1)^2}{n^3}$;

(2) $\frac{d^n [e^{ax} \sin(bx+c)]}{dx^n}$

二、(12分) 设 $x_n = \cos^n\left(\frac{2n\pi}{3}\right)$, $n=1, 2, \dots$, 求 $\inf\{x_n\}, \sup\{x_n\}$,

$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n, \underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} x_n$.

三、(10分) 求数列 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \dots$ 的导集.

四、(10分) 证明数列 $\left\{ \frac{n}{\sqrt[n]{n!}} \right\}_{n=1}^{\infty}$ 收敛, 并求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt[n]{n!}}$.

五、(15分) 考察函数 $f(x) = x \sin x$ 在 $[0, +\infty)$ 上的一致连续性.

六、(10分) 求函数 $f(x) = e^x + e^{e^x} + e^{e^{e^x}}$ 的导函数.

七、(10分) 考察函数 $f(x) = x^x$ 的凹凸性.

八、(10分) 求函数 $f(x) = |x| \left(2 + \cos \frac{1}{x} \right)$ 的值域.

九、(15分) 轮船行驶一昼夜的成本由固定成本 a 和可变成本构成, 可变成本与速度的立方成正比. 试求轮船的经济速度.

十、(15分) 若 $u = \ln(x+y)$, 求 $d^{2015} u$.

考生请注意：答案必须写在答题纸上，写在本考题纸上的无效！

十一、(10分) 判断 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\frac{1}{a^n} + \frac{1}{b^n}}{2} - c^n \right)$, $(a > 0, b > 0, c > 0)$ 的敛散性.

十二、(15分) 若 Σ 为 $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ 的外表面, 计算

$$\iint_{\Sigma} x^2 dydz + y^2 dzdx + z^2 dxdy.$$