文章编号:1671-7872(2017)01-0076-06

二阶单整过程单位根检验统计量分布与仿真研究

江海峰,庄 健

(安徽工业大学 商学院,安徽 马鞍山 243032)

摘要:利用理论证明和蒙特卡洛模拟方法,研究数据生成为二阶单整过程时,经典单位根DF检验统计量分布,并考察误用临界值时检验效果。理论推导表明,在原假设成立时,检验统计量分布在大样本下收敛到维纳过程的泛函,但与经典单位根检验统计量分布不同。模拟结果显示,虽然临界值存在明显差异,但系数检验统计量具有满意的检验效果,伪t检验统计量检验效果取决于模型设置形式。因此,经典单位根检验统计量的临界值可以检验二阶单整过程,但应该综合利用两类检验统计量而不能仅使用伪t检验统计量。

关键词:单整过程;单位根;DF检验;蒙特卡洛模拟

中图分类号:O 211.6;F 224.0 **文献标志码**:A **doi**:10.3969/j.issn.1671-7872.2017.01.014

Statistic Distribution and Simulation Analysis for Unit Root Test with I(2) Variable

JIANG Haifeng, ZHUANG Jian

(School of Business, Anhui University of Technology, Ma'anshan 243032, China)

Abstract: Based on the theoretical derivation and Monte Carlo simulation, the statistics distribution of classical DF test with I(2) variable were studied, and the test effect was examined when the critical value was misused. The theoretical research shows that these test statistics converge in large samples to the function of Wiener process under the null hypothesis, which are different from the classical unit root test statistics. The simulation result indicates that, though the critical value is obviously different, the coefficient test statistic has a satisfactory effect, while the test results of the pseudo t test statistic depend on the test configuration. It is concluded that the statistic critical value of the classical unit root test can be used to test the I(2) variable, but it should be combined with the two kinds of test statistics rather than the pseudo t test statistics itself.

Key words: integration process; unit root; DF test; Monte Carlo simulation

Granger等[1]模拟分析以及Phillips[2]理论研究表明,直接使用单整时间序列回归会产生伪回归。协整检验可以消除伪回归现象,但要求单整阶数必须相同。因此,检验单整性和确定单整阶数是时间序列分析必须要考虑的环节。已有研究中,Nelson等[3]分析显示,绝大数宏观指标为一阶单整过程;靳庭良[4]、张延群[5-6]研究表明,有些总量指标为二阶单整过程。一般而言,宏观经济时间序列单整阶数不会超过2。目前二阶单整序列识别研究主要有三种检验模式。

1) 直接检验。Hasza等[7]最早讨论二阶单整序列检验。设序列 y_t 数据生成过程为

$$A(L)y_t=\varepsilon_t \tag{1}$$

其中:$A(L)$ 为滞后算子 L 的 p 阶多项式,$\varepsilon_t\sim \mathrm{iid}(0,\sigma_\varepsilon^2)$。修改式(1)得到增广形式

收稿日期:2016-11-13

基金项目:国家社会科学基金项目(13BJY011);安徽省高校优秀青年人才计划重点项目(gxyqZD2016063)

作者简介:江海峰(1976—),男,安徽巢湖人,博士,教授,研究方向为数量经济理论及应用。

$$\Delta^2 y_t = \pi_1 y_{t-1} + \pi_2 \Delta y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-2} \gamma_j \Delta^2 y_{t-j} + \varepsilon_t \tag{2}$$

当式(1)有两个单位根时,通过构建 F 检验统计量检验假设 $H_0{:}\pi_1 = \pi_2 = 0$ 是否成立来判别,该检验形式可以拓广到含有漂移项和趋势项。Dickey等[8]以 $p=3$ 为数据生成过程,取显著性水平为5%,模拟显示约有5.5%至7.7%的几率认为序列为平稳过程,表明水平扭曲程度较高。

2) 标准检验。这种检验过程始终使用经典DF(Dickey Fuller)检验统计量和临界值来检验原始序列及其差分序列。Sen[9]模拟表明,对二阶单整过程,DF检验拒绝原假设的几率通常超过显著性水平 α ,从而有较大可能错误地认为序列为平稳过程。

3) 反标准检验。Dickey等[8]建立原假设和备择假设分别为 $H_0{:}y_t \sim I(k)$ 和 $H_1{:}y_t \sim I(k-1)$,并以 k 分别为3、2、1构建 F 检验统计量和伪 t 检验统计量,此时伪 t 检验统计量与经典DF检验统计量分布相同。Haldrup[10]进一步对 F 检验统计量使用非参数方法进行修正,以便提高检验功效。

由于反标准检验步骤复杂,实证分析中仍以标准检验为主。为确定经典DF检验统计量在二阶单整过程检验中是否适用,同时鉴于尚没有文献讨论二阶单整时经典单位根检验统计量分布,本文首先推导二阶单整时三种检验形式下系数检验统计量和伪 t 检验统计量分布,并与传统单位根检验统计量分布比较。再使用蒙特卡洛模拟方法获得临界值,并与经典临界值对比,然后考察系数检验统计量和伪 t 检验统计量临界值在二阶单整过程中的检验效果。

1　检验统计量

1.1　检验设置与引理

设数据生成过程为

$$x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t,\ y_t = y_{t-1} + x_t \tag{3}$$

$t = 1,2,\cdots,T$, T 为样本容量。不失一般性,设 $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $\varepsilon_t \sim \mathrm{iid}(0,\sigma_\varepsilon^2)$。显然有 $x_t \sim I(1), y_t \sim I(2)$。为比较单位根检验统计量分布,与经典单位根检验模式相同,估计以下3种模型

$$y_t = \rho_1 y_{t-1} + u_{1t} \tag{4}$$

$$y_t = \alpha_1 + \rho_2 y_{t-1} + u_{2t} \tag{5}$$

$$y_t = \alpha_2 + \delta t + \rho_3 y_{t-1} + u_{3t} \tag{6}$$

假设 $H_{0i}{:}\rho_i = 1, H_{1i}{:}\rho_i < 1$, $i = 1,2,3$。对每个检验,构建系数检验统计量 $\lambda_i \triangleq T(\hat{\rho}_i - 1)$ 和伪 t 检验统计量 $t_i \triangleq \dfrac{\hat{\rho}_i - 1}{\mathrm{se}(\hat{\rho}_i)}$,其中 $\hat{\rho}_i$ 为系数 ρ_i 的OLS估计, $\mathrm{se}(\hat{\rho}_i)$ 为 $\hat{\rho}_i$ 的标准差。令 $\gamma_i = T^{-1/2} t_i$,为导出两类单位根检验统计量分布,先以引理形式给出相关分布如下。

引理 设数据生成满足式(3),则有

(1) $T^{-5/2}\sum_{t=1}^{T} y_{t-1} \Rightarrow \sigma_\varepsilon \int_0^1 \left(\int_0^r W(s)\mathrm{d}s \right) \mathrm{d}r$　　(2) $T^{-4}\sum_{t=1}^{T} y_{t-1}^2 \Rightarrow \sigma_\varepsilon^2 \int_0^1 \left(\int_0^r W(s)\mathrm{d}s \right)^2 \mathrm{d}r$

(3) $T^{-7/2}\sum_{t=1}^{T} t y_{t-1} \Rightarrow \sigma_\varepsilon \int_0^1 r \left(\int_0^r W(s)\mathrm{d}s \right) \mathrm{d}r$　　(4) $T^{-3} y_T^2 \Rightarrow \sigma_\varepsilon^2 \left(\int_0^1 W(s)\mathrm{d}s \right)^2$

(5) $T^{-3}\sum_{t=1}^{T} x_t y_{t-1} \Rightarrow \dfrac{1}{2}\sigma_\varepsilon^2 \left(\int_0^1 W(s)\mathrm{d}s \right)^2$　　(6) $T^{-5/2}\sum_{t=1}^{T} t x_t \Rightarrow \sigma_\varepsilon \int_0^1 s W(s)\mathrm{d}s$

其中: $W(s)$ 为定义在 $[0,1]$ 上的维纳过程; $\Rightarrow$ 表示弱收敛过程。

证明 由式(3)知, $y_t = y_{t-1} + x_t = y_0 + \sum_{s=1}^{t} x_s$。设 $r \in [0,1]$, $\lceil Tr \rceil$ 表示不超过 T 与 r 乘积的整数部分,则有 $y_{\lceil Tr \rceil} = \sum_{t=1}^{\lceil Tr \rceil} x_t$。由于 $x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t$,注意到 $x_0 = 0, x_T = O_p\left(T^{1/2}\right)$,根据文献[11]有

$$T^{-3/2}y_{\lceil Tr\rceil}=T^{-3/2}\sum_{t=1}^{\lceil Tr\rceil}x_t=T^{-3/2}\left(\sum_{t=1}^{\lceil Tr\rceil}x_{t-1}+x_{\lceil Tr\rceil}\right)\Rightarrow\sigma_\varepsilon\int_0^r W(s)\mathrm{d}s$$

利用该结果可得到引理中结论(1)至结论(4)。

对 $y_t=y_{t-1}+x_t$ 两边平方并求和,令 $y_0=0$,根据文献[11]并利用 $x_T^2=O_p(T)$,有

$$T^{-2}\sum_{t=1}^{T}x_t^2=T^{-2}\left(\sum_{t=1}^{T}x_{t-1}^2+x_T^2\right)\Rightarrow\sigma_\varepsilon^2\int_0^1 W^2(s)\mathrm{d}s$$

据此并结合引理结论(4),可得

$$T^{-3}\sum_{t=1}^{T}x_t y_{t-1}=\frac{1}{2}T^{-3}\left(y_T^2-\sum_{t=1}^{T}x_t^2\right)\Rightarrow\frac{1}{2}\sigma_\varepsilon^2\left(\int_0^1 W(s)\mathrm{d}s\right)^2$$

故引理结论(5)成立。再根据数据生成式(3)与 $\sum_{t=1}^{T}t\varepsilon_t=O_p\left(T^{3/2}\right)$,有

$$T^{-5/2}\sum_{t=1}^{T}tx_t=T^{-5/2}\sum_{t=1}^{T}t\left(x_{t-1}+\varepsilon_t\right)=T^{-5/2}\sum_{t=1}^{T}tx_{t-1}+o_p(1)\Rightarrow\sigma_\varepsilon\int_0^1 sW(s)\mathrm{d}s$$

故引理结论(6)成立。

1.2 检验统计量分布

下面定理给出两类检验统计量在三种检验模式下的分布。

定理 设数据生成过程为式(3),估计模型为式(4)至式(6),在原假设成立时有

$$\lambda_1\Rightarrow\frac{\frac{1}{2}\left(\int_0^1 W(s)\mathrm{d}s\right)^2}{\int_0^1\left(\int_0^r W(s)\mathrm{d}s\right)^2\mathrm{d}r},\gamma_1\Rightarrow\frac{\frac{1}{2}\left(\int_0^1 W(s)\mathrm{d}s\right)^2}{\sqrt{\int_0^1\left(\int_0^r W(s)\mathrm{d}s\right)^2 dr\int_0^1 W^2(s)\mathrm{d}s-\frac{1}{4}\left(\int_0^1 W(s)\mathrm{d}s\right)^4}}$$

$$\lambda_2\Rightarrow\boldsymbol{e}_1'\boldsymbol{A}_1^{-1}\boldsymbol{B}_1,\ \gamma_2\Rightarrow\frac{\boldsymbol{e}_1\boldsymbol{A}_1^{-1}\boldsymbol{B}_1}{\sqrt{\boldsymbol{e}_1'\boldsymbol{A}_1^{-1}\boldsymbol{e}_1\left(\int_0^1 W^2(s)\mathrm{d}s-\boldsymbol{B}_1'\boldsymbol{A}_1^{-1}\boldsymbol{B}_1\right)}}$$

$$\lambda_3\Rightarrow\boldsymbol{e}_2'\boldsymbol{A}_2^{-1}\boldsymbol{B}_2,\ \gamma_3\Rightarrow\frac{\boldsymbol{e}_2'\boldsymbol{A}_2^{-1}\boldsymbol{B}_2}{\sqrt{\boldsymbol{e}_2'\boldsymbol{A}_2^{-1}\boldsymbol{e}_2\left(\int_0^1 W^2(s)\mathrm{d}s-\boldsymbol{B}_2'\boldsymbol{A}_2^{-1}\boldsymbol{B}_2\right)}}$$

其中 $e_1'=(0,1),e_2'=(0,0,1)$,而

$$\boldsymbol{A}_1=\begin{pmatrix}1&\int_0^1\left(\int_0^r W(s)\mathrm{d}s\right)\mathrm{d}r\\ \int_0^1\left(\int_0^r W(s)\mathrm{d}s\right)\mathrm{d}r&\int_0^1\left(\int_0^r W(s)\mathrm{d}s\right)^2\mathrm{d}r\end{pmatrix},\boldsymbol{B}_1=\begin{pmatrix}\int_0^1 W(s)\mathrm{d}s\\ \frac{1}{2}\left(\int_0^1 W(s)\mathrm{d}s\right)^2\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}_2=\begin{pmatrix}1&1/2&\int_0^1\left(\int_0^r W(s)\mathrm{d}s\right)\mathrm{d}r\\ 1/2&1/3&\int_0^1 r\left(\int_0^r W(s)\mathrm{d}s\right)\mathrm{d}r\\ \int_0^1\left(\int_0^r W(s)\mathrm{d}s\right)\mathrm{d}r&\int_0^1 r\left(\int_0^r W(s)\mathrm{d}s\right)\mathrm{d}r&\int_0^1\left(\int_0^r W(s)\mathrm{d}s\right)^2\mathrm{d}r\end{pmatrix},\boldsymbol{B}_2=\begin{pmatrix}\int_0^1 W(s)\mathrm{d}s\\ \int_0^1 sW(s)\mathrm{d}s\\ \frac{1}{2}\left(\int_0^1 W(s)\mathrm{d}s\right)^2\end{pmatrix}$$

证明 由于检验模型(4)至检验模型(6)的数据生成过程相同,限于篇幅,仅以模型(6)对应的检验统计量为代表给出证明过程。令

$$\boldsymbol{\beta}'=\left(\alpha_2,\delta,\rho_3\right),\widehat{\boldsymbol{\beta}'}=\left(\hat{\alpha}_2,\hat{\delta},\hat{\rho}_3\right),z_t'=\left(1,t,y_{t-1}\right)$$

则式(6)可以表示为

$$y_t=z_t'\boldsymbol{\beta}+u_{3t} \tag{7}$$

根据OLS得到

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta}=\left(\sum_{t=1}^{T}z_t z_t'\right)^{-1}\sum_{t=1}^{T}z_t u_{3t} \tag{8}$$

令 $\boldsymbol{\Lambda}_1=\mathrm{diag}\left(T^{-1/2},T^{1/2},T\right),\boldsymbol{\Lambda}_2=\mathrm{diag}\left(T^{-3/2},T^{-5/2},T^{-3}\right),\boldsymbol{\Lambda}_3=\mathrm{diag}\left(1,1,\sigma_\varepsilon\right)$ 分别表示以括号中数值为主对角线上的元素构造对角矩阵。根据数据生成过程式(3),在原假设成立时有 $\alpha_2=0,\delta=0,\rho_3=1,u_{3t}=x_t$,从而得到

$$\boldsymbol{\Lambda}_1\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta}\right)=\begin{pmatrix}1 & T^{-2}\sum_{t=1}^{T}t & T^{-5/2}\sum_{t=1}^{T}y_{t-1}\\ T^{-2}\sum_{t=1}^{T}t & T^{-3}\sum_{t=1}^{T}t^2 & T^{-7/2}\sum_{t=1}^{T}ty_{t-1}\\ T^{-5/2}\sum_{t=1}^{T}y_{t-1} & T^{-7/2}\sum_{t=1}^{T}ty_{t-1} & T^{-4}\sum_{t=1}^{T}y_{t-1}^2\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}T^{-3/2}\sum_{t=1}^{T}x_t\\ T^{-5/2}\sum_{t=1}^{T}tx_t\\ T^{-3}\sum_{t=1}^{T}y_{t-1}x_t\end{pmatrix}$$

利用引理中结论(1)~(3),(5)~(6)得系数检验统计量为

$$\lambda_3\triangleq T\left(\hat{\rho}_3-1\right)=\boldsymbol{e}_2'\boldsymbol{\Lambda}_1\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta}\right)\Rightarrow\boldsymbol{e}_2'\sigma_\varepsilon\boldsymbol{\Lambda}_3^{-1}\boldsymbol{A}_2^{-1}\boldsymbol{B}_2=\boldsymbol{e}_2'\boldsymbol{A}_2^{-1}\boldsymbol{B}_2$$

为获取伪 t 检验统计量分布,首先计算扰动项差估计量及其收敛结果。由于

$$\hat{\sigma}_{u_3}^2=\frac{1}{T-3}\sum_{t=1}^{T}\left(y_t-\boldsymbol{z}_t'\hat{\boldsymbol{\beta}}\right)^2$$

在原假设成立时有 $u_{3t}=x_t$,利用式(8)化简分别得

$$T^{-1}\hat{\sigma}_{u_3}^2\Rightarrow\sigma_\varepsilon^2\left(\int_0^1W^2(s)\mathrm{d}s-\boldsymbol{B}_2'\boldsymbol{A}_2^{-1}\boldsymbol{B}_2\right)$$

和

$$T^3\,\mathrm{Var}\left(\hat{\rho}_3\right)\Rightarrow\boldsymbol{e}_2'\boldsymbol{A}_2^{-1}\boldsymbol{e}_2\left(\int_0^1W^2(s)\mathrm{d}s-\boldsymbol{B}_2'\boldsymbol{A}_2^{-1}\boldsymbol{B}_2\right)$$

根据连续映射定理得到伪 t 检验统计量分布为

$$\gamma_3\triangleq T^{-1/2}t_3=T^{-1/2}\frac{\hat{\rho}_3-1}{\mathrm{se}\left(\hat{\rho}_3\right)}=\frac{T\left(\hat{\rho}_3-1\right)}{\sqrt{T^3\,\mathrm{Var}\left(\hat{\rho}_3\right)}}\Rightarrow\frac{\boldsymbol{e}_2'\boldsymbol{A}_2^{-1}\boldsymbol{B}_2}{\sqrt{\boldsymbol{e}_2'\boldsymbol{A}_2^{-1}\boldsymbol{e}_2\left(\int_0^1W^2(s)ds-\boldsymbol{B}_2'\boldsymbol{A}_2^{-1}\boldsymbol{B}_2\right)}}$$

类似可以证明与式(4),(5)对应检验统计量的分布,故定理成立。

当序列 y_t 为一阶单位根过程时,记 $\hat{\rho}_i^*(i=1,2,3)$ 为此时单位根项系数估计。由文献[11]得到与式(4)至式(6)对应的两类检验统计量分布,分别为

$$\lambda_1^*\triangleq T\left(\hat{\rho}_1^*-1\right)\Rightarrow\frac{\int_0^1W(s)\mathrm{d}W(s)}{\int_0^1W^2(s)\mathrm{d}s},t_1^*\triangleq\frac{\hat{\rho}_1^*-1}{\mathrm{se}\left(\hat{\rho}_1^*\right)}\Rightarrow\frac{\int_0^1W(s)\mathrm{d}W(s)}{\sqrt{\int_0^1W^2(s)\mathrm{d}s}}$$

$$\lambda_2^*\triangleq T\left(\hat{\rho}_2^*-1\right)\Rightarrow\boldsymbol{e}_1'\boldsymbol{A}_3^{-1}\boldsymbol{B}_3,\ t_2^*\triangleq\frac{\hat{\rho}_2^*-1}{\mathrm{se}\left(\hat{\rho}_2^*\right)}\Rightarrow\frac{\boldsymbol{e}_1'\boldsymbol{A}_3^{-1}\boldsymbol{B}_3}{\sqrt{\boldsymbol{e}_1'\boldsymbol{A}_3^{-1}\boldsymbol{e}_1}}$$

$$\lambda_3^*\triangleq T\left(\hat{\rho}_3^*-1\right)\Rightarrow\boldsymbol{e}_2'\boldsymbol{A}_4^{-1}\boldsymbol{B}_4,\ t_3^*\triangleq\frac{\hat{\rho}_3^*-1}{\mathrm{se}\left(\hat{\rho}_3^*\right)}\Rightarrow\frac{\boldsymbol{e}_2'\boldsymbol{A}_4^{-1}\boldsymbol{B}_4}{\sqrt{\boldsymbol{e}_2'\boldsymbol{A}_4^{-1}\boldsymbol{e}_2}}$$

其中

$$\boldsymbol{A}_3=\begin{pmatrix}1 & \int_0^1W(s)\mathrm{d}s\\ \int_0^1W(s)\mathrm{d}s & \int_0^1W^2(s)\mathrm{d}s\end{pmatrix},\boldsymbol{B}_3=\begin{pmatrix}W(1)\\ \int_0^1W(s)\mathrm{d}W(s)\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}_4=\begin{pmatrix}1 & 1/2 & \int_0^1W(s)\mathrm{d}s\\ 1/2 & 1/3 & \int_0^1sW(s)\mathrm{d}s\\ \int_0^1W(s)\mathrm{d}s & \int_0^1sW(s)\mathrm{d}s & \int_0^1W^2(s)\mathrm{d}s\end{pmatrix},\boldsymbol{B}_4=\begin{pmatrix}W(1)\\ \int_0^1s\mathrm{d}W(s)\\ \int_0^1W(s)\mathrm{d}W(s)\end{pmatrix}$$

对比二阶单整和一阶单整过程两类检验统计量分布可以看出,系数检验统计量 $\hat{\rho}_i-1$ 与 $\hat{\rho}_i^*-1$ 收敛速度相同,但极限分布不同;而伪 t 检验统计量中 t_i 与 t_i^* 收敛速度不同,极限分布也不同。两种情况下伪 t 检验统计量收敛速度存在差异,预示着临界值可能发生较大变化。

2 蒙特卡洛模拟与分析

2.1 临界值模拟

虽然一阶和二阶单整下两类检验统计量分布不同,但并不能从极限分布中直接比较有限样本容量下的临界值。因此,当数据生成为二阶单整过程,实际计算系数检验统计量为 $T(\hat{\rho}_i-1)$ 和 t_i,而实证分析中却使用检验统计量 $T\left(\hat{\rho}_i^*-1\right)$ 和 t_i^* 的临界值,其检验效果只能使用蒙特卡洛模拟方法来分析。为此首先使用模拟方法获取数据生成为二阶单整过程时检验统计量 $T(\hat{\rho}_i-1)$ 与 $T^{-1/2}t_i$ 的临界值。设定模拟次数为10万次,考察样本容量为25、50、100、250、500,假设 $\varepsilon_t \sim \mathrm{iin}(0,1)$,其中 iin 表独立相同的正态分布。由于实证分析中通常使用显著性水平为5%对应的临界值,限于篇幅,本文只给出该显著性水平下临界值模拟结果。表1,2分别给出二阶单整过程和一阶单整过程时系数检验统计量和伪 t 检验统计量临界值模拟估计。

表1 不同样本容量下系数检验统计量的临界值模拟结果

Tab. 1 Simulation results for coefficient statistic critical values with different sample size

样本容量	λ_1	λ_2	λ_3	λ_1^*	λ_2^*	λ_3^*
25	−0.293 4	−2.262 9	−6.285 5	−7.685 0	−12.527 2	−17.887 4
50	−0.071 5	−1.788 9	−5.279 2	−7.799 3	−13.182 5	−19.635 8
100	0.055 5	−1.567 6	−4.849 8	−7.916 7	−13.703 1	−20.683 1
250	0.118 6	−1.459 5	−4.642 4	−8.000 1	−13.950 0	−21.268 2
500	0.144 7	−1.416 5	−4.575 3	−8.016 9	−13.940 0	−21.470 4

表2 不同样本容量下伪 t 检验统计量的临界值模拟结果

Tab. 2 Simulation results for t statistic critical values with different sample size

样本容量	γ_1	γ_2	γ_3	t_1^*	t_2^*	t_3^*
25	−0.062 7	−0.480 9	−0.921 9	−1.956 8	−2.985 1	−3.606 6
50	−0.015 2	−0.421 8	−0.865 2	−1.936 8	−2.912 2	−3.500 1
100	0.012 3	−0.390 2	−0.832 1	−1.936 2	−2.892 3	−3.449 3
250	0.026 4	−0.376 1	−0.819 9	−1.943 9	−2.870 2	−3.430 1
500	0.031 9	−0.371 7	−0.814 8	−1.940 9	−2.863 4	−3.424 9

表1,2中一阶单整过程中系数检验统计量 λ_i^* 和伪 t 检验统计量 t_i^* 与文献[11]中结果非常接近,说明本文模拟方法和参数设定正确。从表1看出,随着样本容量增大,λ_i 呈递增趋势,而 λ_i^* 却呈递减趋势,且在每个样本容量下,皆有 $\lambda_i>\lambda_i^*(i=1,2,3)$ 成立,表明如果数据生成为二阶单整过程,实际计算系数检验统计量为 λ_i 而误用检验统计量 λ_i^* 对应的临界值,则通常会因系数检验统计量值大于临界值而会接受原假设,且随着样本容量增大接受原假设的可能性也会增大。由表2看出,随着样本容量增大,γ_i 与 t_i^* 均呈递增趋势;当数据生成为二阶单整过程,由于实际计算的伪 t 检验统计量为 $t_i=T^{1/2}\gamma_i$,但却使用检验统计量 t_i^* 的临界值,由表2可知,在5组样本容量下有 $t_1=T^{1/2}\gamma_1>t_1^*$ 成立,且样本容量越大,这种趋势越明显,这说明采用回归模型(4)并使用伪 t 检验,当样本容量增大时,接受原假设的可能性也会增大。对 $t_2=T^{1/2}\gamma_2$ 而言,当样本容量达到100时,$t_2=T^{1/2}\gamma_2<t_2^*$;对 $t_3=T^{1/2}\gamma_3$ 而言,当样本容量为25时有 $t_3=T^{1/2}\gamma_3<t_3^*$ 成立,表明采用回归模型(5)和模型(6)并使用伪 t 检验统计量时,随着样本容量增大,接受原假设的可能性会下降,这就增大了接受序列为平稳过程的机会,从而加大拒绝原假设的概率,其中 t_3 尤为明显。临界值模拟表明,两种数据生成模式下检验统计量临界值差异比较明显。

2.2 检验效果模拟

为验证上述分析结果及检验效果,再次利用蒙特卡洛模拟方法,仍使用临界值模拟时参数设置,模拟结果如表3。表3表明,若数据生成为二阶单整过程,如果采用系数检验统计量并误用一阶单整下系数检验统计量临界值,即使在样本容量仅为25时,接受原假设的可能性也几乎为100%。当采用伪 t 检验统计量并误用一阶单整下对应检验统计量临界值时,仅有检验统计量 t_1^* 基本100%地接受原假设,对 t_2^* 、t_3^* 而言,接受原假设可能性随着样本容量增大明显呈下降趋势,其中 t_3^* 表现更为明显。

表3　二阶单整下两类检验统计量接受原假设的模拟几率

Tab. 3　Simulation odds of accepting null hypothesis for two class of statistics under I(2)

样本容量	λ_1^*	λ_2^*	λ_3^*	t_1^*	t_2^*	t_3^*
25	99.999	100	99.999	99.999	97.390	89.598
50	100	100	100	100	94.776	82.559
100	100	100	100	100	91.627	75.943
250	100	100	100	100	87.905	67.952
500	100	100	100	100	85.525	63.960

3　结　　论

1) 采用式(4)~(6)估计时,系数检验统计量收敛到维纳过程的泛函,而伪t检验统计量通过样本容量调整后也收敛到维纳过程的泛函,但这两类检验统计量与数据生成为一阶单整时对应的检验统计量分布完全不同。

2) 在相同样本容量下,就系数检验统计量而言,二阶单整过程下的临界值在三种检验模式下均大于一阶单整过程下临界值;对伪t检验统计量而言,这种关系仅在式(4)检验模式下成立,而在式(5)~(6)检验模式下,这种关系随着样本容量容量增大而不再成立。

3) 当采用系数检验统计量检验时,即使误用临界值,三类检验模式仍然有接近100%的机会接受原假设而作出正确的判断。当采用伪t检验统计量时,如果误用临界值,检验效果因检验模式不同而有差异,其中第一种检验模式仍有满意的效果,而第二和第三种模式的检验效果随着样本容量增大反而下降。因此,就检验效果而言,系数检验统计量几乎不受影响,具有稳健性,而伪t检验统计量受样本容量大小影响较大。

综合以上三点结论,认为实证分析中可以使用标准检验过程检验二阶单整序列,但不能仅依赖计量软件输出的伪t检验统计量检验结果,而应该优先使用或配合系数检验统计量进行综合判断。

参考文献:

[1] GRANGE C W J, NEWBOLD P. Spurious regressions in econometrics[J]. Journal of Econometrics,1974, 2(2):111−120.

[2] PHILLIPS P C B. Understanding spurious regressions in econometrics[J]. Journal of Econometrics, 1986, 33(3):311−340.

[3] NELSON C R, PLOSSER C R. Trends and random walks in macroeconmic time series: some evidence and implications[J]. Journal of Monetary Economics, 1982, 10(2):139−162.

[4] 靳庭良. 我国GDP序列的单整性再检验[J].统计与决策,2009(9):7−10.

[5] 张延群. 商品价格指数是消费价格指数的前导变量吗?—基于二阶单整向量自回归模型的实证研究[J]. 数量经济技术经济研究,2007(12):140−149.

[6] 张延群. 我国房地产投资是否具有挤出效应? —基于I(2) VECM的分析[J]. 数理统计与管理,2016(2):329−340.

[7] HASZA D P, FULLER W A. Estimation for autoregressive processes with unit roots[J]. The Annals of Statistics, 1979, 7(5):1106−1120.

[8] DICKEY D A, PANTULA S G. Determining the order of differencing in autoregressive processes[J]. Journal of Business & Economic Statistics, 1987, 5(4):455−461.

[9] HALDRUP N. An econometric analysis of I(2) variables[J]. Journal of Economic Surveys, 1998, 12(5):595−650.

[10] HALDRUP N. Semiparametric tests for double unit roots[J]. Journal of Business & Economic Statistics, 1994, 12(1):109−122.

[11] 陆懋祖. 高等时间序列经济计量学[M]. 上海:上海人民出版社,1999:23−25.

责任编辑:丁吉海