

基于社会力模型的无车道划分异质交通流研究

杨 达^{*1,2}, 苏 刚², 吴丹红²

(1. 公安部交通管理科学研究所, 江苏 无锡 214151; 2. 西南交通大学 交通运输与物流学院, 成都 610031)

摘要: 考虑当前针对无车道划分时的交通流特性研究较少, 而且没有考虑车辆类型的异质性, 因此本文基于社会力模型提出了一个无车道划分异质交通流模型. 利用仿真软件 Matlab 搭建仿真平台, 分析所建立模型的特性, 以及道路条件、大车比例对交通流的影响. 结果表明, 本文所建立的交通流模型能有效地模拟无车道划分情况下的异质交通流特征. 在无车道划分时, 道路通行能力和平均速度会随着道路宽度减小而减小, 当道路宽度小于 7 m 时, 通行能力会急剧下降. 当交通流密度比较低时, 增加大车比例对道路通行能力和平均速度影响很小; 当交通流密度比较高时, 大车比例的增加会降低道路通行能力, 但交通流会变得更加稳定.

关键词: 公路运输; 无车道划分; 社会力; 遗传算法; 交通流

Non-lane-based Heterogeneous Traffic Flow Research Based on Social Force Model

YANG Da^{1,2}, SU Gang², WU Dan-hong²

(1. Traffic Management Research Institute of the Ministry of Public Security, Wuxi 214151, Jiangsu, China;

2. School of Transportation and Logistics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: Considering currently the lack of the research on the non-lane-based traffic flow characteristics, and the heterogeneity between different types of vehicles is also not considered, so this paper proposes a new model based on the social force model for the non-lane-based heterogeneous traffic flow. The model is calibrated and validated by using the simulation software Matlab by establishing the simulation platform. This paper conducts the analysis of the model characteristic, road conditions and the proportion of the large vehicle. The results show that the proposed model could effectively simulate the characteristics of heterogeneous traffic flow with no lane division. When there is no lane division, the road capacity and average speed decreased with the decrease of road width. When the road width is less than 7 m, the traffic capacity would decrease sharply. When traffic density is relatively low, the increase of large vehicle proportion had little effect on road capacity and average speed, and when the traffic density is relatively high, the increase of large vehicle proportion would reduce the capacity of traffic volume, but the traffic flow would become more stable

Keywords: highway transportation; non-lane-based; social force; genetic algorithms; traffic flow

0 引言

当前微观交通流模型基本都是假设车辆在车道中心线上行驶, 但现实中存在很多道路没有划分车道或者车道线磨损缺失的情况. 在这种情况下, 传统的基于车道划分的微观交通流模型将不适用, 本文关注的就是无车道划分时的车辆驾驶

行为, 建立新的适用于无车道划分情况下的微观交通流模型.

在现有研究中 Jin 等^[1]在 FVD 模型基础上提出了一种考虑无车道划分的全速度差(NLBFVD)模型, 以研究无车道划分对交通流稳定性的影响. Jin 等^[2]将横向碰撞时间和视角信息引入到 GM 跟驰模型当中, 建立了一种避免横向碰撞的无车道划

分车辆跟驰模型,结果表明模型能够模拟交通流受无车道划分影响下的波动特征.何兆成等^[3]考虑了无车道划分时车辆的超车期望和虚拟前车,在OV模型上建立了一种考虑虚拟前车和超车期望的无车道划分跟驰模型,研究表明无车道划分时交通流能在更高的密度下保持稳定,但密度较大时交通流稳定区域减小.

当前无车道划分情况下的交通流研究都是在车辆跟驰模型的基础上进行改进,然而车辆跟驰模型最初是在有车道划分的情况下建立的,用来描述车辆在道路纵向上的行为特征,车辆跟驰模型不能描述车辆在横向上的运动.而在无车道划分的情况下,车辆除了纵向运动外,还存在大量横向运动,所以车辆跟驰模型并不能准确描述车辆在无车道划分情况下的运动特征.社会力模型的基本原理是将车辆的运动看作是受到多个社会力综合作用的结果,其不受车道的约束,所以可以用来描述车辆在二维空间的运动.此外,在现有的研究中,无车道划分情况下的车辆异质性问题还没有受到关注.所以,本文在建立基于社会力的无车道划分交通流模型时,考虑了车辆之间的异质性特征,并分析了不同道路宽度和车辆类型组成比例对交通流的影响.

1 基于社会力的无车道划分交通流建模

1.1 社会力概述

在社会力模型中,机动车在行驶过程中的各种交通行为,其实是机动车驾驶者在车辆行驶过程中面对各种复杂环境做出行为决定的外在体现,进而以效益最大化进行行为决策.在道路上行驶的车辆所受到的社会力一般包含以下几类^[4-5]:吸引力、排斥力和边界力.本文将道路上车辆受到的社会力划分为5类:自驱动力 \vec{F}_n^{drv} 、跟驰力 \vec{F}_n^{att} 、横向间隙力 \vec{F}_n^{gc} 、车辆间排斥力 \vec{F}_n^{rep} 及边界力 \vec{F}_n^{bou} .以车辆 n 为研究对象,其所受的社会力如图1所示.

1.2 基于社会力的无车道划分交通流建模

(1) 自驱动力.

如果在某时刻 t 自由行驶车辆 n 的实际速度 $\vec{v}_n(t)$ 与期望速度 $\vec{v}_n^0(t)$ 存在一定的差距,这里期望速度为

道路限速,驾驶者为了缩小这个差距将采取加速,加速到期望速度 $\vec{v}_n^0(t)$ 的过程中对车辆 n 自身施加的社会力就是车辆 n 所受的自驱动力 \vec{F}_n^{drv} ,其表达式为

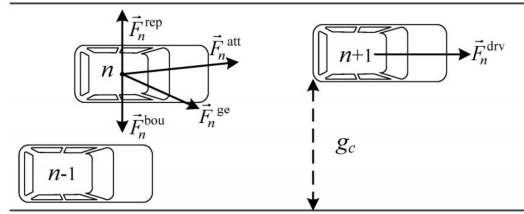


图1 车辆所受社会力示意图

Fig. 1 Diagram of the vehicle's social forces

$$\vec{F}_n^{\text{drv}} = \min(a_n^{\text{max}}, [\vec{v}_n^0(t)\vec{e}_n(t) - \vec{v}_n(t)]/\tau_n) \quad (1)$$

式中: a_n^{max} 为车辆 n 的最大加速度,驱动力 \vec{F}_n^{drv} 不能超过车辆的最大加速度 a_n^{max} ; $\vec{v}_n^0(t)$ 和 $\vec{v}_n(t)$ 分别为车辆 n 的期望速度和实际速度; τ_n 为车辆 n 的反应时间,取值为1 s; $\vec{e}_n(t)$ 表示车辆 n 的期望运动方向,可由 t 时刻车辆 n 的实际位置坐标 $x_0(t)$ 和期望位置坐标 $x_d(t)$ 计算得出,即

$$\vec{e}_n(t) = \frac{[x_d(t) - x_0(t)]}{\|x_d(t) - x_0(t)\|}$$

(2) 跟驰力.

车辆跟驰在特定车辆后方时,为了避免碰撞前车,必须同前车保持一定的安全距离,从而运动过程中受前车吸引或阻碍而保持相对运动,此时车辆 n 的安全速度为 $v_n^{\text{safe}}(g_n, v_n, v_{n+1})$ ^[6].车辆 n 为达到安全速度受吸引或阻碍所受社会力为 \vec{F}_n^{att} ,则跟驰力公式为

$$\vec{F}_n^{\text{att}} = \min(a_n^{\text{max}}, \frac{v_n^{\text{safe}}(g_n, v_n, v_{n+1}) - \vec{v}_n(t)}{\tau_n}) \cdot \vec{n}_{n(n+1)} \quad (2)$$

式中: $\vec{n}_{n(n+1)}$ 为跟驰力的方向,其方向与由车辆 n 指向前车车尾; $v_n^{\text{safe}}(g_n, v_n, v_{n+1})$ 为由 t 时刻前车速度 v_{n+1} 、目标车速度 v_n 、两车间距 g_n 计算出来的第 n 辆车的安全跟驰速度^[7],即

$$v_n^{\text{safe}}(g_n, v_n, v_{n+1}) = -b_n \delta_n + \sqrt{b_n^2 \delta_n^2 + b_n \left[2g_n(t) - \delta_n \vec{v}_n(t) + \frac{v_{n+1}^2(t)}{b_{n+1}} \right]} \quad (3)$$

式中: b_n 和 b_{n+1} 分别为第 n 和第 $n+1$ 辆车的最大减速度; δ_n 为第 n 辆车驾驶员的反应时间.

(3) 横向间隙力.

无车道划分时横向间隙会对车辆产生一定吸

引,从而跟驰车辆会产生更近的跟驰和横向运动^[1],如图2所示.本文将跟驰车辆受横向间隙作用所受的力用横向间隙力 \vec{F}_n^{gc} 表示,即

$$\vec{F}_n^{gc} = \begin{cases} A^{gc} \left(1 - \frac{L_n}{L_{max}}\right) \exp\left[\frac{g_c - (d_f + 2\Delta d)}{d_f + 2\Delta d}\right] \vec{n}_n^{gc}, & g_c > d_f \\ 0, & g_c \leq d_f \end{cases} \quad (4)$$

式中: A^{gc} 为横向间隙力的作用强度; g_c 为横向间隙的宽度; L_{max} 为车辆 n 的最大横向位移,其长度为前车车辆中轴到横向间隙中轴的距离; d_f 为车辆 n 的车身宽; Δd 为车辆 n 安全通过横向间隙距横向车辆或边界的横向距,可取 $\Delta d = d_f/2$; \vec{n}_n^{gc} 表示横向间隙力的方向,为指向横向间隙中点的标准矢量.

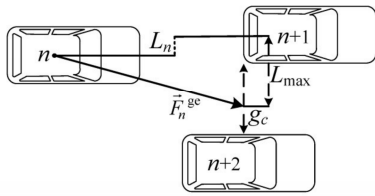


图2 横向间隙力作用示意图

Fig. 2 Diagram of the vehicle's lateral gap force
(4) 排斥力和边界力.

车辆在行驶的过程中,必须保持一定的安全间距,车辆越近,驾驶者越感觉到不安全,产生排斥效应.为避免发生碰撞和侧向摩擦,假设相互靠近的车辆对周围的车有一定的排斥力,其表达式可用一个随距离递减而增大的指数函数表示,即

$$\vec{F}_n^{sv} = \begin{cases} A^{sv} \cdot \exp\left(\frac{-d_{n(n-1)}}{B^{sv}}\right) \vec{n}_{n(n-1)}^{sv}, & d_{n(n-1)} < B^{sv} \\ 0, & d_{n(n-1)} \geq B^{sv} \end{cases} \quad (5)$$

式中: A^{sv} 为边侧车排斥力的作用强度; $d_{n(n-1)}$ 为第 $n-1$ 车到 n 车的边侧距离; B^{sv} 为第 n 辆车的社会排斥

力作用范围,即当 $n-1$ 车侵入 n 车的作用范围后才会对 n 车发生排斥力; $\vec{n}_{n(n-1)}^{sv}$ 表示与 n 车车身边界方向垂直并指向 $n-1$ 车的标准矢量.

另外车辆需行驶在特定的道路边界线范围内,因此受到边界的影响,车辆与边界应当保持一定的距离,小于特定的距离时,产生边界排斥作用力,边界力公式为

$$\vec{F}_n^{bou} = \begin{cases} A^{bou} \cdot \exp\left(\frac{-d_{nb}}{B^{bou}}\right) \vec{n}_{nb}^{bou}, & d_{nb} < B^{bou} \\ 0, & d_{nb} \geq B^{bou} \end{cases} \quad (6)$$

式中: A^{bou} 为边界力的作用强度; d_{nb} 为第 n 车边界距离; B^{bou} 为边界力作用范围,即当第 n 辆车与边界的距离小于 B^{bou} 时,第 n 辆车才会受到边界力; \vec{n}_{nb}^{bou} 表示与边界垂直并指向第 n 辆车的标准矢量.

车辆行驶过程中同时受到以上作用力的共同影响,因此可得出车辆行驶过程中总的社会合力为

$$\vec{F}_n = \vec{F}_n^{att} + \vec{F}_n^{gc} + \sum_{k=1}^N \vec{F}_n^{sv} + \sum_{k=1}^N \vec{F}_n^{bou} \quad (7)$$

2 模型标定与验证

2.1 数据收集

本文模型的标定采用实际交通数据为依据,数据收集地点为四川省成都市,数据收集方式采用视频记录,调查时间选择为晚高峰时段17:00-19:00.数据采集原则为道路标线受损不清晰,车辆并不完全按照原有标线行驶的路段,总共采集了4个路段的交通数据,其中1/2数据用于标定,1/2数据用于验证.实地数据采取主要为交通数据和道路数据,其具体汇总如表1所示.

表1 交通数据统计
Table 1 Traffic statistical data

调查地点	交通流			道路条件	
	小汽车/ (veh/15 min)	公交车/ (veh/15 min)	平均速度/ (m/s)	车道数	车道宽度/m
剑南大道中段	456	16	11.72	4	3.5
中环路二段	125	6	14.36	2	4.0
一环路西三段	306	13	13.69	4	3.5
一环路北一段	633	26	11.36	4	3.5

2.2 参数标定

本文采用遗传算法进行该非线性规划问题的

求解,调用Matlab遗传算法软件包中的GA函数对最优参数进行求解.采用目前有关模型进行参数标

定比较常见的方法^[8-10],以待标定的参数作为自变量,目标函数取为由待标定模型仿真出来的数据与实测数据的差值,约束条件为各个参数的取值范围,由此得到非线性规划的形式,即

$$\min \omega = \sum_{k=1}^N \frac{|\hat{Z}_k - Z_k|}{Z_k} \quad (8)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} g_i(\text{para}) = 0, i = 1, 2, \dots, N_g \\ h_j(\text{para}) \geq 0, j = 1, 2, \dots, N_h \end{cases} \quad (9)$$

式中: ω 为目标函数,为模型仿真数值与实际数值的绝对相对误差之和取最小; Z_k 表示用于标定的实测数据,包括交通量及平均速度和时间; \hat{Z}_k 为仿真所得数据;para为待标定的参数; $g_i(\text{para})$ 和 $h_j(\text{para})$ 分别表示关于para的第*i*和第*j*个线性的约束条件; N_g 、 N_h 分别代表上述线性与非线性约束条件的数目。

根据以往参考文献^[11-13],确定本文模型参数取值范围,利用在Matlab工具箱中遗传算法GA函数进行编程便能得到最优目标函数下的最优参数集,其最优参数求解结果如表2所示。

2.3 模型验证

对标定结果进行验证,可以采用统计学变量平均绝对误差 e_{MAE} 、平均绝对相对误差 e_{MARE} 与泰尔的不平等系数 U 对模型进行比较全面的评价^[9, 14],

其具体公式为

表2 最优参数结果

Table 2 Optimal parameter results

参数	A^{bc}	A^{v}	A^{bot}	B^{v}	B^{bot}
参数范围	1~15	1~12	1~12	0~5	0~5
最优参数	1	2	4	1	1

$$e_{\text{MAE}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |\hat{z}_k - z_{s,k}| \quad (10)$$

$$e_{\text{MARE}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left(\frac{|\hat{z}_k - z_{s,k}|}{z_k} \right) \quad (11)$$

$$U = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\hat{z}_k - z_k)^2}}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\hat{z}_k)^2} + \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (z_k)^2}} \quad (12)$$

式中: z_k, \hat{z}_k 分别表示第*k*次仿真对应的交通量、平均通行时间或平均速度的实际数据与仿真数据; N 表示仿真次数。

将标定得到的最优模型参数代入到模型中进行仿真,统计相应验证数据与仿真结果的统计误差,其结果整理如表3所示。可以看出模型仿真验证结果中各变量的 e_{MARE} 均值小于10%,说明仿真结果与真实道路交通状况比较接近,模型具有较高的精度。

表3 参数验证结果

Table 3 Parameter verification results

变量	一环路西三段			一环路北一段		
	e_{MAE}	e_{MARE}	U	e_{MAE}	e_{MARE}	U
交通量总数	18	0.06	0.03	52	0.08	0.04
小汽车总数	22	0.07	0.03	41	0.07	0.03
通行时间	1.00	0.08	0.14	0.32	0.02	0.01
平均速度	0.41	0.03	0.01	0.46	0.04	0.02

3 数值仿真分析

3.1 跟驰特性分析

(1) 车辆跟驰稳定性分析.

车辆跟驰的稳定性决定车辆跟驰方程对跟驰时前车状态变化的反应,车辆跟驰时总是趋向于同前车保持一个安全的车间距离和零速度差。为了验证模型在跟驰时的稳定性,本文利用Matlab在单车道上对车辆跟驰行为进行模拟仿真。仿真车辆初始速度均为60 km/h,即16.66 m/s,单车道宽度

为4 m,头车加减速为正负1 m/s²,车辆场景设置具体为:(a)设置初始前后有4辆车,头车在一定时间内进行加减速,最后回到初始速度;(b)设置初始前后4辆车车头距离依次为55 m、45 m、35 m,头车速度保持不变。

如图3所示,头车速度的变化引起了跟驰车辆的速度相应改变,后车速度的变化相对头车滞后1 s,最后车辆的速度差振幅减小趋近于0。在图4中,在不同初始车头距离时,如果头车的速度保持

不变,随着时间变化,最后车头距离都稳定相同.所以本文模型能够对前车的速度和距离变化做出相应的响应,最后达到稳定,因此满足车辆跟驰稳定性.

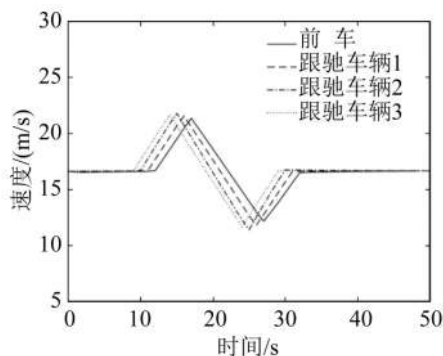


图3 速度随时间变化图

Fig. 3 Speed versus time plot

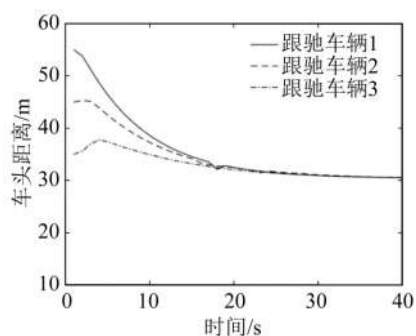


图4 车头距离随时间变化图

Fig. 4 Distance headway versus time plot

(2) 横向间隙影响分析.

为了体现无车道划分时横向间隙对车辆跟驰行为的影响,本文对头车存在横向运动时进行了仿真.仿真设置道路为单车道,车道宽度为4 m,车辆为一般小汽车,初始车头距离均为30 m,速度为60 km/h,按照前后顺序分布在道路中间,头车以0.1 m/s的速度横向移动到边界后返回道路中央.

图5为前后车辆车头距离变化图,跟驰车辆间车头距离由于头车横向运动产生的横向间隙影响发生了变化,而头车横向间隙影响消失后,车头距离经过一段时间又回到了稳定状态.以往跟驰模型建模往往忽略了车辆间横向间隙变化带来的影响,然而现实中当横向间隙超过一定的阈值时会产生间隙力,进而会改变车辆的行为而对车头间距产生影响.本文所建立的交通流模型能有效地模

拟无车道划分时横向间隙变化对车辆行为的影响.

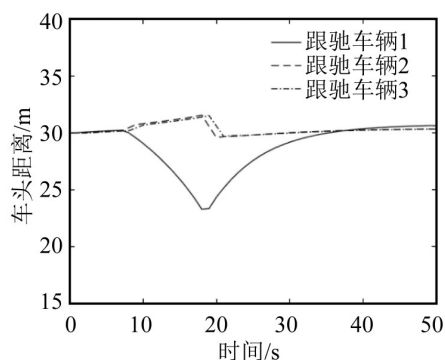


图5 车头距离随时间变化图

Fig. 5 Distance headway versus time plot

3.2 交通流基本图分析

(1) 仿真设置.

本文利用Matlab搭建仿真平台对无车道划分时交通流特性进行仿真,道路长度设置为1 km,道路宽度设置为双车道宽度,单车道宽度默认为3.5 m,在道路末端对车辆位置判定进行衔接,从而实现道路首尾衔接进行循环仿真,车辆0在 $t+1$ 时刻可能回到首端位置,如图6所示.

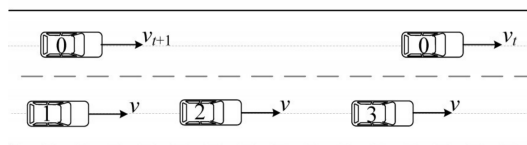


图6 仿真环境示意图

Fig. 6 Simulation environment diagram

车辆初始时先按照有双车道时均匀分布在双车道中线上,仿真开始后,车辆位置和速度更新按照所建立无车道划分交通流模型进行.车辆初速度设为0~5 m/s,最大速度为120 km/h.每次仿真总时长取2 000 s,记录最后1 000 s内的平均速度和换算小时交通量,以消除初始交通流未稳定对结果的影响,仿真总共进行10次,结果取10仿真的平均值.无车道划分时,道路宽度和交通流组成比例对交通流特性起到了十分重要的作用,因此本文选取道路宽度和大车比例进行交通流仿真.

(2) 道路宽度.

图7为无车道划分时不同道路宽度仿真下得到的基本图.从图中可知,道路通行能力和平均速度会随着道路宽度减小而减小,当道路宽度小于7 m时,

通行能力会急剧下降;道路宽度在7~8 m时,对在高密度下的交通流通行能力影响比较小,因为高

密度时拥挤车流限制了车辆在横向上和纵向上的运行.

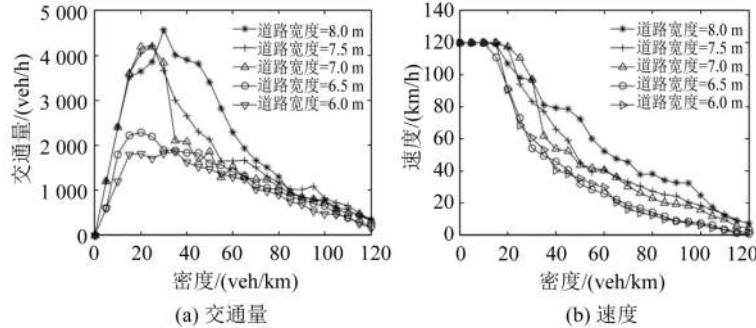


图7 不同道路宽度下交通流基本图

Fig. 7 The fundamental diagram under different road width

(3) 大车比例.

虽然交通流中大型车辆数量相对小汽车较少,但由于大型车辆在车身尺寸上,不管在横向或纵向上往往是小汽车的几倍,大型车辆会占据更大的空间,这可能造成小汽车不得不排队在大型车辆后方行驶;另一方面,大型车辆在加减速性能上低于小汽车,大型车辆比例的增加对交通流整体速度和通行能力影响将十分显著.

图8为无车道划分时不同大车比例仿真下得到的基本图.从图中可知,当交通流密度比较低时,增加大车比例对道路通行能力和平均速度影响很小;当交通流密度比较高时,大车比例的增加会降低道路通行能力,但交通流会变得更加稳定.这是由于大车比例的增加限制了行驶空间,但同时大车横向上占据了更多的空间,交通流受横向间隙影响也减少了,交通流更加稳定.

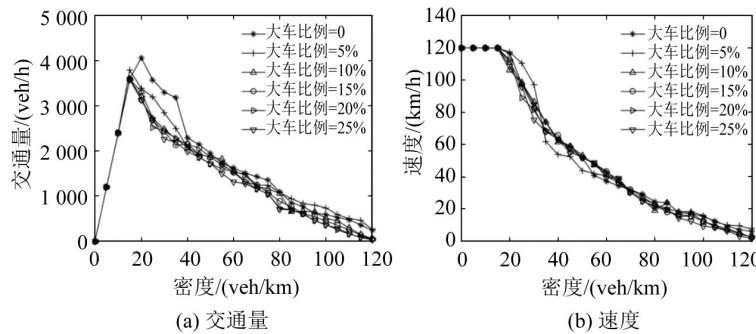


图8 不同大车比例下交通流基本图

Fig. 8 The fundamental diagram under different large vehicle proportion

4 结论

本文利用社会力模型对无车道划分时的交通流进行了建模,模型考虑了不同车辆类型的异质性,建立了基于社会力模型的无车道划分异质交通流模型.利用Matlab仿真软件搭建仿真平台对模型进行标定和验证,分析无车道划分时交通流受道路条件和大车比例的影响,结果表明,本文所建立的交通流模型能有效地模拟无车道划分情况下

的异质交通流特征.在无车道划分时,道路通行能力和平均速度会随着道路宽度减小而减小,当道路宽度小于7 m时,通行能力会急剧下降.当交通流密度比较低时,增加大车比例对道路通行能力和平均速度影响很小;当交通流密度比较高时,大车比例的增加会降低道路通行能力,但交通流会变得更加稳定.

参考文献:

- [1] JIN S, WANG D, TAO P, et al. Non-lane-based full velocity difference car following model[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2010, 389(21): 4654-4662.
- [2] JIN S, WANG D H, YANG X R. Non-lane-based car-following model with visual angle information[J]. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2011(2249): 7-14.
- [3] 何兆成, 孙文博. 考虑横向分离与超车期望的车辆跟驰模型[J]. *物理学报*, 2013, 62(10): 465-473. [HE Z C, SUN W B. A new car-following model considering lateral separation and overtaking expectation[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62(10): 465-473.]
- [4] ANVARI B, BELL M G, SIVAKUMAR A, et al. Modelling shared space users via rule-based social force model[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2015(51): 83-103.
- [5] 邱小平, 孙若晓, 马丽娜, 等. 基于社会力的信号交叉口施工区交通流建模[J]. *交通运输系统工程与信息*, 2015, 15(1): 99-104. [QIU X P, SUN R X, MA L N, et al. Modeling and analyzing of traffic flow on the work zone of urban signalized intersection based on social force[J]. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, 2015, 15(1): 99-104.]
- [6] 杨达, 蒲云, 祝俐菱, 等. 改进的基于安全距离的车辆跟驰模型[J]. *北京工业大学学报*, 2013, 39(9): 1335-1342. [YANG D, PU Y, ZHU L L, et al. Improved safe distance car-following model[J]. *Journal of Beijing University of Technology*, 2013, 39(9): 1335-1342.]
- [7] GIPPS P G. A behavioural car-following model for computer simulation[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 1981, 15(2): 105-111.
- [8] JULIER S, UHLMANN J, DURRANT-WHYTE H F. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(3): 477-482.
- [9] PUNZO V, SIMONELLI F. Analysis and comparison of microscopic traffic flow models with real traffic microscopic data[J]. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2005(1934): 53-63.
- [10] RAKHA H, PECKER C, CYBIS H. Calibration procedure for Gipps car-following model[J]. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2007(1999): 115-127.
- [11] FEI L, ZHU H, HAN X. Analysis of traffic congestion induced by the work zone[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2016(450): 497-505.
- [12] GUNAWAN F E. Two-vehicle dynamics of the car-following models on realistic driving condition[J]. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, 2012, 12(2): 67-75.
- [13] HUYNH D N, BOLTZE M, VU A T. Modelling mixed traffic flow at signalized intersection using social force model[J]. *Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*, 2013(10): 1734-1749.
- [14] MENG Q, WENG J. An improved cellular automata model for heterogeneous work zone traffic[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2011, 19(6): 1263-1275.