doi: 10.12011/1000-6788(2018)06-1387-17 中图法分类号: F830.3 文献标志码: A

基于违约强度信用久期的资产负债优化模型

李鸿禧, 迟国泰

(大连理工大学 管理与经济学部, 大连 116024)

摘 要 在经典的 Macaulay 利率久期的基础上引入违约强度参数, 构建信用久期测度模型并基于信用久期建立信用和利率风险整体免疫模型. 本文的主要创新与特色: 一是根据简约化定价理论, 通过违约强度和违约损失率确定各期现金流的违约风险溢价, 通过含违约风险溢价的折现利率对 Macaulay 经典利率久期模型的参数进行修正, 构建了同时反映信用风险和利率风险的 "信用久期" 测度模型, 完善了经典的 Macaulay 利率久期测度参数, 提高了利率风险免疫的精度. 二是通过同时反映信用风险和利率风险的 "信用久期", 来揭示信用久期缺口对银行净值的影响. 通过信用久期缺口为 0 的免疫条件, 建立了同时控制利率风险和信用风险的资产优化模型. 改变了 Macaulay 经典久期免疫条件忽略违约风险对银行净值影响的弊端. 三是根据 Cox 回归的生存分析模型, 通过违约强度为基准违约强度与企业自身风险因素的乘积的思路, 拟合出时变的违约强度, 确定不同时间点上的企业违约风险溢价, 改变了现有研究的信用风险久期忽略违约风险溢价时变性的不足. 对比表明: 当市场利率发生变动时, 本研究的信用久期免疫模型可以准确免疫利率风险, 保证银行净值不受损失. 而 Macaulay 久期免疫模型并不能准确免疫利率风险, 利率的变动仍然会导致银行净值的损失.

关键词 资产负债管理; 信用风险; 利率久期; 风险免疫; 违约强度; Cox 回归

Optimization model of asset-liability portfolio based on credit duration and default intensity

LI Hongxi, CHI Guotai

(Faculty of Management and Economics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract This paper applied the default intensity parameters to measure the credit risk premium of cash flow. On the basis of Macaulay duration, credit duration measure model and credit duration immune condition were established, which can control interest rate risk and credit risk. The innovations and characters of this paper: Firstly, according to simplification pricing theory, credit risk premium of cash flow was calculated by default intensity and loss given default. By the discount rate containing credit risk premium changing the discount rate in Macaulay duration, credit duration measure model was established, which perfects Macaulay duration and improves the precision of the interest risk immunization. Secondly, by credit duration reflecting credit risk and interest rate risk, the relation function of credit duration gap and net value of bank was constructed. By the immunity condition which is credit duration gap equal to zero, optimization model of asset-liability portfolio was established. It changes the disadvantage of Macaulay duration immunity which only can control interest rate risk, but cannot control credit risk. Thirdly, according to Cox regression model, default intensity is the product of benchmark default intensity and risk factors of the enterprise itself. By this model, this paper fitted out default intensities at different

收稿日期: 2016-12-21

作者简介: 李鸿禧 (1988–) 女, 汉, 天津人, 博士研究生, 研究方向: 资产负债管理, E-mail: a54438438@163.com; 迟国泰 (1955–) 男, 汉, 黑龙江人, 金融学教授, 博士生导师, 管理科学与工程博士, 研究方向: 资产负债管理, E-mail: chigt@dlut.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金 (71471027, 71731003); 国家社科基金 (16BTJ017); 辽宁省社科规划基金 (L16BJY016)
Foundation item: National Natural Science Foundation of China (71471027, 71731003); National Social Science Foundation of China (16BTJ017); Social Science Fund Plan Project of Liaoning (L16BJY016)
中文引用格式: 李鸿禧, 迟国泰. 基于违约强度信用久期的资产负债优化模型 [J]. 系统工程理论与实践, 2018, 38(6): 1387–1403.
英文引用格式: Li H X, Chi G T. Optimization model of asset-liability portfolio based on credit duration and default intensity[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2018, 38(6): 1387–1403.

time and calculated credit risk premiums at different time. It changes credit risk duration in existing research cannot reflect the fact of credit risk premiums changing as time. The comparison result shows: when market interest rate changes, model of this paper can accurately immune interest rate risk, but Macaulay duration immunity condition cannot immune interest rate risk and bank net will loss.

Keywords asset-liability management; credit risk; duration; risk immune; default intensity; Cox regression analysis

1 引言

资产负债管理是在一定的负债总量和结构的前提下, 对银行资产进行配置, 达到数量上匹配、结构上对称、质量上优化, 实现流动性、安全性和盈利性的目标. 利率风险是银行面临的主要风险之一. 当市场利率发生变动时, 银行资产和负债的市场价值都会发生变化, 这样就会造成股东权益受到损伤. 但若银行的资产和负债的平均持续期或久期匹配合理, 则可以免疫市场利率变动带来的风险 [1].

然而, 信用风险与利率风险不是各自独立的 [2], 利率风险的免疫是会受到信用风险的影响. 当市场利率变动时, 资产和负债的价值发生变化, 而导致银行净值的变化. 与此同时, 由于信用资产的违约、本息无法如额回收, 银行净值也会发生亏损. 因此, 利率风险和信用风险会同时影响银行净值, 资产负债匹配不能仅考虑利率风险或信用风险, 而是需要对信用风险与利率风险整体免疫.

(一) 基于信用风险的资产负债优化模型. 经典的 Credit Metrics、Credit Risk^{+}、Credit Portfolio View 模型为资产负债管理中信用风险度量奠定基础. 近年来, 卞世博等利用简约化模型度量信用风险, 并求出了最优策略的解析解 [3]. 刘勇军等针对资产收益为模糊变量, 以收益不确定性及模糊性最小构建资产组合优化模型 [4]. 曾燕等采用不确定条件下风险测度指标 AS, 分析正态分布和一般分布下的资产配置问题 [5]. Birge 等通过经济周期描述最优银行政策下的信贷风险, 建立资产负债优化模型 [6]. Best 等通过构造损失厌恶的双线性效用函数, 并求解效用最大化目标下最优资产组合 [7].

(二) 基于利率风险的资产负债优化模型. Macaylay 首次提出了久期的概念, 其改进模型 F-W 久期、有效久期、方向久期, 都为利率风险免疫奠定基础. 近年来, 张初兵等在 CIR 和 Vasicek 仿射利率模型下研究了资产组合的最优投资策略 [8]. 李晶晶等在多因子 HJM 框架下构建了多利率风险因素的随机久期模型和免疫策略 [9]. 尹力博等利用利率水平、斜率和曲率的离散情景树, 对国债组合投资进行匹配 [10]. Gajek 等推导了资产与负债关于利率的二阶导数 - 凸度, 采用凸度免疫控制利率风险 [11]. Li 等通过 HJB 方程求解时间一致性下最优的投资策略, 对随机利率风险进行控制 [12].

前两类研究的不足是在资产优化配置时仅针对信用风险或利率风险一方面进行风险控制, 忽略了信用风险与利率风险之间的相互作用. 而事实上, 信用风险与利率风险并不是独立的, 不考虑信用风险会导致资产估值的不准确, 从而影响利率风险免疫的精度.

(三) 基于信用和利率风险的资产负债优化模型. Chance 等最早利用或有期权方法建立含违约风险的久期模型 [13], 为信用与利率风险整体免疫奠定基础. 近年来, 王春峰等通过违约概率、违约补偿建立含违约风险的利率测度模型 [14]. 刘艳萍等利用看跌期权 BS 公式度量违约风险, 构造含信用风险的利率免疫条件 [15]. 陈荣达等综合考虑信用与利率风险, 提出综合风险 VaR 测度的 Monte Carlo 方法 [16]. Drehmann 等提出信用和利率风险的整体度量模型, 评估两类风险对银行资产负债的综合影响 [17]. Chen 等探究违约与利率风险的相互作用, 确定信用资产的利差期限结构 [18].

第三类研究中基于违约概率、补偿率等参数方法 [14] 或是基于或有期权的结构化方法 [13,15], 建立含信用风险的利率风险测度模型. 不足是没有考虑资产在不同时间点上违约风险的变化, 而事实上, 违约风险是随着时间的推移而变化的, 违约风险溢价必然是时变的.

针对上述问题, 本文通过引入违约强度参数构建信用久期测度模型, 并建立信用和利率风险整体免疫的资产负债优化模型.

2 原理

2.1 现有研究的久期模型

现有研究中代表性的久期模型大致分为 5 种, 如表 1 所示.

表 1 现有研究的久期

(1) 序号	(2) 久期	(3) 符号	(4) 特点
1	Macaulay 久期	Mac$D$	以每期现金流的折现值为权重, 对现金流的到期期限进行加权平均 [1].
2	F-W 久期	$D_{\text{F-W}}$	利用利率估计值对未来现金流折现, 计算加权平均期限 [1].
3	有效久期	D_{eff}	利率发生一定变化时资产价格变动的百分比, 资产价格变动与利率变动的比值 [1].
4	方向久期	D_{d}	以每一时段的利率变化量对现金流进行加权, 刻画利率非平行移动下的利率风险 [1].
5	信用风险久期	D_{credit}	利用违约风险溢价来修正 Macaulay 久期中折现利率 [13−15].

1) 以 Macaulay 久期为代表的四类久期. Macaulay 久期是最经典的久期模型, 定义久期概念为 "现金流的加权平均期限"[1], 其函数表达式为 Mac$D = f$(现金流 c_i, 无风险收益率 r, 现金流到期期限 t). F-W 久期、有效久期、方向久期则是对 Macaulay 久期的改进模型.

表 1 前 4 行的四类久期共同问题是利用未经信用风险调整的现金流来计算久期, 忽略信用风险对久期的影响. 但事实上, 久期是关于收益率的函数, 而现金流收益率要受到信用风险的影响, 所以久期必然要反映信用风险.

2) 现有研究中 "信用风险久期 D_{credit}", 如表 1 第 5 行. 其通常的做法是通过违约风险溢价 r_c, 对 Macaulay 久期中折现利率进行修正, 用函数表示为 $D_{\text{credit}} = f$(现金流 c_i, 无风险收益率 r, 违约风险溢价 r_c, 现金流到期期限 t)[13−15].

这类研究的问题是违约风险溢价 r_c 是一个固定值, 忽略了不同时间点的违约风险溢价会随时间而变化. 事实上, 资产信用状况是随着时间的推移而变化的, 违约风险溢价必然是关于时间的函数.

2.2 本文的基于违约强度的 "信用久期 D_C" 定义

"信用久期 D_C" 系指根据资产的价值等于风险贴现率对现金流的贴现简约化定价理论, 利用违约强度和违约损失率计算时变的违约风险溢价 $r_c(t)$. 利用含违约风险溢价 $r_c(t)$ 的折现利率对每期现金流进行折现, 以现金流的折现值为权重, 计算出资产负债的加权平均期限.

"信用久期" 用函数表示: $D_C = f$(现金流 c_i, 无风险收益率 r, 违约风险溢价 $r_c(t)$, 现金流到期期限 t).

①与 Macaulay 久期 Mac$D = f(c_i, r, t)$ 的区别: 表达式的右端多了一项 "违约风险溢价 $r_c(t)$", 反映信用风险对久期的影响.

②与现有研究中含信用风险的久期 $D_{\text{credit}} = f(c_i,\ r,\ r_c,\ t)$ 的区别: 违约风险溢价增加了时间 t 为自变量, 反映不同时间点的违约风险溢价随时间的变化对久期的影响.

2.3 简约化定价理论

Duffie 和 Singleton 提出简约化定价模型, 信用资产的定价是现金流的折现值之和, 而折现利率是无风险利率加上一个违约风险溢价, 其中违约风险溢价是违约强度与违约损失率的函数 [19].

设: P: 资产价值, n: 期限, c_i: 第 i 期的现金流, t_i: 第 i 期现金流的发生时间, r_i: 第 i 期现金流对应的无风险利率, LGD_i: 第 i 期现金流对应的违约损失率, $h(t)$: 违约强度, 则 [20]:

$$P = \sum_{i=1}^{n} c_i \exp\left(- \int_0^{t_i} (r_i + LGD_i \times h(t))\mathrm{d}t \right). \tag{1}$$

式 (1) 的含义: 违约强度 $h(t)$ 反映企业在某一时刻的瞬时违约概率, 是关于时间 t 的函数. 以违约损失率与违约强度的乘积 $LGD_i \times h(t)$ 作为违约风险溢价, 加到无风险利率 r_i 上得到折现利率, 进而对每期现金流 c_i 折现求和.

简约化定价理论为信用久期 D_C 模型提供了可行性: 由简约化定价模型式 (1), 违约风险溢价等于违约损失率与违约强度的乘积, 即 $r_c(t) = LGD_i \times h(t)$, 为信用久期 D_C 中违约风险溢价 $r_c(t)$ 提供了测算方法.

2.4 Cox 回归生存分析模型

针对简约化定价模型中违约强度 $h(t)$, 现有研究通常利用 Cox 回归的生存分析模型进行拟合.

设: $h(t)$: 第 t 时刻的违约强度, $h_0(t)$: 第 t 时刻的基准违约强度, β_i: 第 i 个指标的回归系数, X_i: 第 i 个指标数据, q: 指标的个数, 则 [21]:

$$h(t) = h_0(t)\exp(\beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_q X_q). \tag{2}$$

式 (2) 的含义: Cox 回归模型将违约风险分成两个部分, 一是随着时间变化的基准违约风险 $h_0(t)$, 二是与企业自身经营状况相关的风险因素 $\exp(\beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_q X_q)$.

2.5 问题的难点和解决思路

难点一: 如何确定合适的利率风险测度参数, 既反映信用风险又反映利率风险.

解决难点一的思路: 根据式 (1) 的简约化定价模型, 通过违约损失率和违约强度的乘积, 衡量每期现金流的违约风险溢价. 通过含有违约风险溢价的折现利率对经典的 Macaulay 久期中折现利率参数进行修正, 构建既反映信用风险又反映利率风险的信用久期测度模型. 解决难点一.

难点二: 如何在资产负债管理中整体控制或免疫利率风险和信用风险.

解决难点二的思路: 通过同时反映信用风险和利率风险的信用久期模型, 构建资产和负债的信用久期缺口模型, 揭示信用久期缺口对银行净值的影响. 通过信用久期缺口为 0 的免疫条件, 同时免疫信用风险和利率风险, 建立资产负债优化模型. 解决难点二.

难点三: 如何刻画违约风险溢价随着时间而变化的规律, 拟合出时变的违约风险溢价.

解决难点三的思路: 根据 Cox 回归的生存分析模型, 通过违约强度为基准违约强度与企业自身的风险因素的乘积的思路, 拟合出不同时间点上的企业违约强度. 通过拟合出的违约强度, 测算不同时间点的违约风险溢价, 保证信用久期中违约风险溢价随时间而变化. 解决难点三.

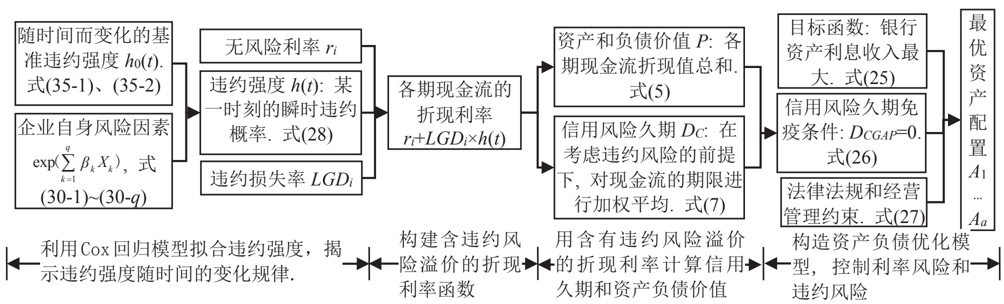

图 1 基于违约强度信用久期的资产负债优化原理

3 基于违约强度信用久期的资产负债优化模型

3.1 基于违约强度模型的信用久期

3.1.1 经典的 Macaulay 久期表达式

设: $MacD$: Macaulay 久期, n: 期限, t_i: 第 i 期现金流的发生时间, c_i: 资产 (负债) 在第 i 期产生的现金流, r: 无风险利率, 则 [1]:

$$MacD = \sum_{i=1}^{n} t_i \left[\frac{c_i \exp(-rt_i)}{\sum_{i=1}^{n} c_i \exp(-rt_i)}\right]. \tag{3}$$

式 (3) 的含义: 右端括号是 t_i 时刻产生的现金流现值与全部时刻产生的现金流现值总和的比率, 因此久期 $MacD$ 是加权平均的现金流回收期限.

将式 (3) 中的折现函数 $\exp(-rt_i)$ 变成积分形式 $\exp(-\int_0^{t_i} r\mathrm{d}t)$, 得到:

$$MacD = \sum_{i=1}^{n} t_i \left[\frac{c_i \exp(-\int_0^{t_i} r\mathrm{d}t)}{\sum_{i=1}^{n} c_i \exp(-\int_0^{t_i} r\mathrm{d}t)}\right]. \tag{4}$$

式 (4) 与式 (3) 是等价的, 而式 (4) 中的折现函数写成积分的形式, 便于下文计算.

3.1.2 信用久期 D_C 的表达式

根据上文 2.2 中信用久期的定义, 信用久期中的折现利率中含有违约风险溢价. 将信用久期中的折现利

率记为 $r'(t)$, 则信用久期 D_C 的基本表达式:

$$D_C = \sum_{i=1}^{n} t_i \left[\frac{c_i \exp(-\int_0^{t_i} r'(t)\mathrm{d}t)}{\sum_{i=1}^{n} c_i \exp(-\int_0^{t_i} r'(t)\mathrm{d}t)} \right]. \tag{5}$$

式 (5) 的含义: 利用含违约风险溢价的折现利率 $r'(t)$ 对现金流进行折现, 计算加权平均期限.

借鉴 Duffie 和 Singleton 经典的简约化定价理论, 由式 (1) 可知, 每期现金流的折现利率 $r'(t)$ 为无风险利率 r_i 加上一个违约风险溢价 $LGD_i \times h(t)$, 则:

$$r'(t) = r_i + LGD_i \times h(t). \tag{6}$$

将式 (6) 代入到式 (5), 得到本研究构建的 "信用久期 D_C" 模型:

$$D_C = \sum_{i=1}^{n} t_i \left[\frac{c_i \exp(-\int_0^{t_i} r_i + LGD_i \times h(t)\mathrm{d}t)}{\sum_{i=1}^{n} c_i \exp(-\int_0^{t_i} r_i + LGD_i \times h(t)\mathrm{d}t)} \right]. \tag{7}$$

本研究的信用久期 D_C 与经典的 Macaulay 久期的区别在于考虑了违约风险溢价. 经典的 Macaulay 利率久期是利用无风险利率 r 对每期的现金流进行折现, 并没有考虑违约风险对于折现利率的影响. 而本文式 (7) 中信用久期的折现利率是在无风险利率 r_i 的基础上加上违约风险溢价 $LGD_i \times h(t)$, 构建了既反映信用风险又反映利率风险的久期模型.

本研究的基于违约强度的 "信用久期 D_C" 与现有研究基于期权价格的 "信用风险久期 D_{credit}"[15] 的主要区别在于时变性. 现有的信用风险久期 D_{credit}[15] 中违约风险溢价是个常数, 不随时间而变化. 而本研究的信用久期 D_C 中违约强度 $h(t)$ 是关于现金流发生时间 t 的函数, 从而建立违约风险溢价 $LGD_i \times h(t)$ 关于时间 t 的函数, 反映在不同的时间点上违约风险的变化规律.

3.2 基于违约强度信用久期的免疫条件

3.2 节将利用上文 3.1 节的信用久期建立免疫条件, 其目的是控制信用和利率风险整体引起的银行净值变动. 分为四步: 3.2.1 是价值变动量的计算, 3.2.2 是根据资产和负债的价值变化量推导出银行净值变动量, 3.2.3 是久期缺口与净值变动量的函数关系, 3.2.4 是通过缺口为零使得银行净值变动为零.

3.2.1 资产 (负债) 价值的变化量与信用久期 D_C 的函数关系

Step 1 价值关于无风险利率的导数 $\mathrm{d}P/\mathrm{d}r_i$. 式 (1) 对 r_i 进行求导, 由于式 (1) 中 LGD_i、$h(t)$ 都不是 r_i 的函数, 在求导过程中可以按常数处理. 根据复合函数的求导规则, 得到 P 关于 r_i 的导数:

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}r_i} &= \frac{\mathrm{d}[\sum_{i=1}^{n} c_i \exp(-\int_0^{t_i} r_i + LGD_i \times h(t)\mathrm{d}t)]}{\mathrm{d}r_i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\mathrm{d}[c_i \exp(-\int_0^{t_i} r_i + LGD_i \times h(t)\mathrm{d}t)]}{\mathrm{d}r_i} \\
&= \sum_{i=1}^{n} \left\{ \frac{\mathrm{d}[c_i \exp(-\int_0^{t_i} r_i + LGD_i \times h(t)\mathrm{d}t)]}{\mathrm{d}[\int_0^{t_i} r_i + LGD_i \times h(t)\mathrm{d}t]} \times \frac{\mathrm{d}[\int_0^{t_i} r_i + LGD_i \times h(t)\mathrm{d}t]}{\mathrm{d}r_i} \right\} \\
&= \sum_{i=1}^{n} \left\{ \left[-c_i \exp\left(-\int_0^{t_i} r_i + LGD_i \times h(t)\mathrm{d}t \right) \right] \times \int_0^{t_i} 1\mathrm{d}t \right\} \\
&= \sum_{i=1}^{n} \left\{ \left[-c_i \exp\left(-\int_0^{t_i} r_i + LGD_i \times h(t)\mathrm{d}t \right) \right] \times t_i \right\} \\
&= -\sum_{i=1}^{n} t_i c_i \exp\left(-\int_0^{t_i} (r_i + LGD_i \times h(t))\mathrm{d}t \right).
\end{aligned} \tag{8}$$

Step 2 价值关于市场利率的导数 $\mathrm{d}P/\mathrm{d}y$. 根据 Macaulay 久期模型的假设条件 [1], 假设市场利率的变化 $\mathrm{d}y$ 与无风险利率的变化 $\mathrm{d}r_i$ 相同 [1]. 那么 "价值关于市场利率的导数" 等于 "价值关于无风险利率的导数":

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}y} = \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}r_i}. \tag{9}$$

将式 (8) 代入式 (9) 右端, 得到资产价值 P 关于市场利率 y 的导数:

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}y} = -\sum_{i=1}^{n} t_i c_i \exp\left(-\int_0^{t_i} (r_i + LGD_i \times h(t))\mathrm{d}t \right). \tag{10}$$

Step 3 价值的微分 $\mathrm{d}P$ 与信用久期 D_C 的函数关系将式 (10) 的两端乘以 $\mathrm{d}y/P$, 得到:

$$\frac{\mathrm{d}P}{P}=\frac{-\sum_{i=1}^{n}t_ic_i\exp(-\int_0^{t_i}(r_i+LGD_i\times h(t))\mathrm{d}t)\times \mathrm{d}y}{P}. \tag{11}$$

将式 (1) 代入式 (11) 右端分母, 得到:

$$\frac{\mathrm{d}P}{P}=\frac{-\sum_{i=1}^{n}t_ic_i\exp(-\int_0^{t_i}r_i+LGD_i\times h(t)\mathrm{d}t)\times \mathrm{d}y}{\sum_{i=1}^{n}c_i\exp(-\int_0^{t_i}r_i+LGD_i\times h(t)\mathrm{d}t)}=-\frac{\sum_{i=1}^{n}t_ic_i\exp(-\int_0^{t_i}r_i+LGD_i\times h(t)\mathrm{d}t)}{\sum_{i=1}^{n}c_i\exp(-\int_0^{t_i}r_i+LGD_i\times h(t)\mathrm{d}t)}\times \mathrm{d}y. \tag{12}$$

由式 (7) 可知, 式 (12) 右端的第一项与信用久期 D_C 相等, 则式 (12) 可以写成:

$$\frac{\mathrm{d}P}{P}=-D_C\times \mathrm{d}y. \tag{13}$$

将式 (13) 两端乘以价值 P, 得到价值的微分 $\mathrm{d}P$ 与信用久期 D_C 的函数关系:

$$\mathrm{d}P=-P\times D_C\times \mathrm{d}y. \tag{14}$$

Step 4 价值变动量 ΔP 与信用久期 D_C 的函数关系

根据 Macaulay 久期模型中的假设条件 [1], 考虑到市场利率有微小变化时, 价值的微分 $\mathrm{d}P$ 与价值的变动量 ΔP 相等, 市场利率的微分 $\mathrm{d}y$ 与市场利率的变动量 Δy 相等. 则根据式 (14), 下式近似成立 [1]:

$$\Delta P=-P\times D_C\times \Delta y. \tag{15}$$

式 (15) 即为市场利率变化时价值的变化量 ΔP 与信用久期 D_C 的函数关系式. 这是下面计算银行净值变化量 ΔV 的重要代入公式.

式 (15) 与现有研究的区别在于所用的久期不同: 现有研究的关系式为 $\Delta P=-P\times MacD\times \Delta y$, 其中久期是利用无风险利率折现的 Macaulay 久期 $MacD$, 忽略了违约风险对久期的影响. 那么, 利用 $MacD$ 计算出的价值变动量 ΔP 忽略了信用风险的影响, 是不准确的. 而本研究利用含违约风险溢价的折现利率, 构建既反映利率风险又反映违约风险的信用久期 D_C. 那么, 利用信用久期 D_C 计算价值变化量 ΔP, 反映利率风险和信用风险双重风险对价值变动的影响.

3.2.2 银行净值变化量 ΔV 的表达式

由于银行净值 V 等于总资产价值 P_A 减去总负债价值 P_L. 所以市场利率发生变动时, 资产价值和负债价值都发生变化, 那么净值也必然变化, 则 [1]:

$$\Delta V=\Delta P_A-\Delta P_L=\sum_{k=1}^{a}\Delta P_{Ak}-\sum_{k=1}^{b}\Delta P_{Lk}. \tag{16}$$

其中, ΔV 为银行净值变化量, ΔP_A 为总资产价值的变化量, ΔP_L 为总负债价值的变化量, a 为资产数量, ΔP_{Ak} 为第 k 笔资产价值的变化量, b 为负债数量, ΔP_{Lk} 为第 k 笔负债价值的变化量.

根据式 (15), 设 D_{Cak} 为第 k 笔资产的信用久期, D_{CLk} 为第 k 笔负债的信用久期, 则 ΔP_{Ak} 和 ΔP_{Lk}:

$$\Delta P_{Ak}=-P_{Ak}\times D_{CAk}\times \Delta y. \tag{17}$$

$$\Delta P_{Lk}=-P_{Lk}\times D_{CLk}\times \Delta y. \tag{18}$$

将式 (17) 和式 (18) 代入式 (16), 得到:

$$\Delta V=\sum_{k=1}^{a}(-P_{Ak}\times D_{CAk}\times \Delta y)-\sum_{k=1}^{b}(-P_{Lk}\times D_{CLk}\times \Delta y)=-\left(\sum_{k=1}^{a}P_{Ak}\times D_{CAk}-\sum_{k=1}^{b}P_{Lk}\times D_{CLk}\right)\times \Delta y. \tag{19}$$

式 (19) 即为净值变化量的计算公式. 对利率风险和信用风险的控制就是对净值变化量 ΔV 进行控制.

3.2.3 信用久期缺口的表达式

1) 信用久期缺口

现有研究中, 久期缺口 $D_{GAP}=$ 资产加权平均久期 $-$ 负债价值与资产价值的比率 $\times$ 负债加权平均久期 [1]. 将现有研究的缺口中的 “Macaulay 久期 $MacD$” 替换为本文的 “信用久期 D_C”, 从而定义 “信用久期缺口”:

设: D_{CA}: 资产的平均信用久期, P_L: 所有负债价值的总和, P_A: 所有资产价值的总和, D_{CL}: 负债的平均信用久期, a: 资产数量, P_{Ak}: 第 k 笔资产的价值, D_{CAk}: 第 k 笔资产的信用久期, b: 负债数量, P_{Lk}: 第 k 笔负债的价值, D_{CLk}: 第 k 笔负债的信用久期, 则:

$$D_{CGAP} = D_{CA} - \frac{P_L}{P_A} \times D_{CL} = \frac{\sum_{k=1}^{a} P_{Ak} \times D_{CAk}}{P_A} - \frac{P_L}{P_A} \times \frac{\sum_{k=1}^{b} P_{Lk} \times D_{CLk}}{P_L}. \tag{20}$$

式 (20) 即为信用久期缺口 D_{CGAP} 的表达式. 式 (20) 与现有研究缺口的函数形式一致, 仅是将现有缺口中的 “Macaulay 久期” 替换成了 “信用久期 D_C”.

2) 净值变化量 ΔV 与信用久期缺口 D_{CGAP} 的函数关系

将式 (20) 两端同时乘以 P_A, 则:

$$D_{CGAP} \times P_A = \sum_{k=1}^{a} P_{Ak} \times D_{CAk} - \sum_{k=1}^{b} P_{Lk} \times D_{CLk}. \tag{21}$$

式 (21) 的右端与式 (19) 右端小括号内相等, 所以将式 (21) 的左端代入到式 (19) 右端的小括号内, 得:

$$\Delta V = -D_{CGAP} \times P_A \times \Delta y. \tag{22}$$

式 (22) 即为银行净值变化量 ΔV 与信用久期缺口 D_{CGAP} 的函数表达式.

3.2.4 信用久期免疫条件的建立

利用式 (22) 建立免疫条件, 根据银行预留缺口的正负, 净值变化量 ΔV 取值分为以下三种情况:

1) 正缺口 $D_{CGAP} > 0$: 若市场利率下降, 利率变化量 $\Delta y < 0$. 预留了正缺口 $D_{CGAP} > 0$, 根据式 (22) 计算出 $\Delta V > 0$, 净值变动量为正, 银行获利. 反之, 若市场利率上升, 净值变动量 ΔV 为负, 银行亏损.

2) 负缺口 $D_{CGAP} < 0$: 若市场利率下降, 利率变化量 $\Delta y < 0$. 预留了负缺口 $D_{CGAP} < 0$, 根据式 (22) 计算出 $\Delta V < 0$, 净值变动量为负, 银行亏损. 反之, 若市场利率上升, 净值变动量 ΔV 为正, 银行盈利.

3) 零缺口 $D_{CGAP} = 0$: 将 “$D_{CGAP} = 0$” 代入式 (22) 右端, 得到 $\Delta V = -0 \times P_A \times \Delta y = 0$. 也就是, 无论市场利率如何变化、即市场利率变动量 Δy 取任何值, 式 (22) 的净值变化量 ΔV 都恒等于 0, 对利率变动完全免疫.

在现有研究中建立利率免疫条件有两种: 一是零缺口模型 [9,13−15], 二是预留缺口模型 [22]. 由于缺口控制问题并不是本文重点, 所以本文仅以零缺口模型为例建立信用久期免疫条件.

根据上文的分析, 得到基于违约强度的信用久期免疫条件:

$$D_{CGAP} = \frac{\sum_{k=1}^{a} P_{Ak} \times D_{CAk}}{P_A} - \frac{P_L}{P_A} \times \frac{\sum_{k=1}^{b} P_{Lk} \times D_{CLk}}{P_L} = 0. \tag{23}$$

将式 (23) 左右两端同时乘以 P_A, 得到:

$$\sum_{k=1}^{a} P_{Ak} \times D_{CAk} - \sum_{k=1}^{b} P_{Lk} \times D_{CLk} = 0. \tag{24}$$

式 (24) 是式 (23) 的展开式, 是本文基于违约强度信用久期建立的免疫条件. 当信用久期缺口 $D_{CGAP} = 0$ 时, 银行净值变动 $\Delta V = 0$, 就同时控制了信用风险和利率风险共同影响下银行净值的波动.

式 (24) 的信用久期免疫条件与 Macaulay 久期免疫条件的区别: 现有研究利用无风险利率折现的久期 $MacD$ 建立免疫条件, 忽略信用风险对久期的影响, 仅仅针对利率风险进行免疫. 而本研究通过含违约风险溢价的信用久期 D_C 建立免疫条件, 既反映了信用风险又反映了利率风险, 对信用风险和利率风险进行整体免疫.

3.3 基于违约强度信用久期的资产负债优化模型

上文 3.2 节基于信用久期建立的免疫条件, 3.3 节将构建资产负债优化模型, 其目的是在控制信用与利率整体风险的条件下优化资产配置.

3.3.1 目标函数的建立

设: Z: 利息收入; a: 资产总数; A_k: 第 k 笔资产的待配置金额, 决策变量; Y_{Ak}: 第 k 笔资产年利率, 则 [22]:

$$\text{obj: } \max\ Z = \sum_{k=1}^{a} A_k Y_{Ak} \tag{25}$$

式 (25) 的含义: 以银行各资产的利息收入最大为目标, 保证银行资产收益的最大化.

3.3.2 约束条件的建立

1) 信用久期免疫条件. 由式 (24) 得到信用久期免疫条件, 方便起见这里标记为式 (26):

$$\text{s.t.} \sum_{k=1}^{a} P_{Ak} \times D_{CAk} - \sum_{k=1}^{b} P_{Lk} \times D_{CLk} = 0. \tag{26}$$

2) 法律法规约束. 根据一组法律法规、经营管理约束来控制银行的流动性风险 [22]:

$$\text{s.t.} \sum_{k=1}^{a} \lambda_{sk} A_k + \sum_{k=1}^{b} \gamma_{sk} L_k \leq (\text{or} =, \ \geq) c_s. \tag{27}$$

其中, $s = 1, 2, \cdots, t$. $\lambda_{sk}, \gamma_{sk}$ 分别为第 s 个约束条件中, 第 k 笔资产和第 k 笔负债的系数; c_s 为第 s 个约束条件中的常量. $\lambda_{sk}, \gamma_{sk}$ 和 c_s 的取值都由银行法律法规中资产负债的管理比率决定.

4 基于 Cox 回归分析的违约强度拟合模型及重要参数的确定

违约强度 $h(t)$ 是测算信用久期 D_C 中重要参数, 第 4 节是对上文第 3 节建立的信用久期模型中违约强度 $h(t)$ 这个重要参数进行测算. 下文 4.1~4.4 节是参数测算方法, 4.5 节是参数测算的具体实证.

4.1 基于 Cox 回归的违约强度拟合基本模型

1) 违约强度的基本模型

根据上文 2.4 节式 (2) 的 Cox 回归生存分析模型, 违约强度 $h(t)$ 的拟合分为两部分的乘积: 一是基准违约强度 $h_0(t)$, 反映违约强度随时间而变化的特征; 二是以企业信用指标为自变量的指数函数 $\exp(\beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_q X_q)$, 反映了企业自身的风险因素, 如上文式 (2). 其中, 基准违约强度 $h_0(t)$ 利用下文式 (31-1) 和 (31-2) 拟合, 回归系数 β_i 利用下文式 (30-1)~(30-q) 拟合, 企业的信用评级指标数据 X_i 是已知量.

2) 累积违约强度的基本模型

根据现有研究中 Cox 回归生存分析模型 [21], 累积违约强度 $H(t_i)$ 定义为违约强度 $h(t)$ 从时刻 0 到时刻 t_i 的积分. 其表达式为 [21]:

$$H(t_i) = \int_0^{t_i} h(t)\mathrm{d}t = H_0(t_i) \exp\left(\sum_{k=1}^{q} \beta_k X_k\right). \tag{28}$$

其中, $H_0(t_i)$ 为累积基准违约强度, 定义为基准违约强度 $h_0(t)$ 从时刻 0 到时刻 t_i 的积分, 详见下文式 (32).

4.2 Cox 回归参数 β_i 的拟合方法

1) 似然函数表达式的确定

根据极大似然估计方法, 对式 (28) 中的回归参数 β_i 进行估计. 若 $T_1 < T_2 < \cdots < T_m$ 表示 m 个违约时刻, 在每个违约时刻都存在企业违约. 则似然函数 [21]:

$$L(\beta_1, \cdots, \beta_q) = \prod_{i=1}^{m} \frac{\exp(\sum_{k=1}^{q} \beta_k X_k^{(i)})}{\sum_{E_j \in \Phi(T_i)} \exp(\sum_{k=1}^{q} \beta_k X_k^{(j)})}. \tag{29}$$

其中, m 为违约时刻个数, q 为指标个数, β_i 为第 i 个指标的回归系数, $X_k^{(i)}$ 为在 T_i 时刻违约企业的第 k 个指标数据, $\Phi(T_i)$ 为生存时间大于或等于 T_i 的企业集合, $X_k^{(j)}$ 为生存时间大于或等于 T_i 的所有企业中第 j 企业第 k 个指标数据.

2) 回归系数的求解

在似然函数式 (29) 最大值时, 求得的系数 $\beta_1^*, \cdots, \beta_q^*$ 为最终的回归系数拟合结果.

Step 1 将似然函数式 (29) 取对数, 得到对数似然函数 $\ln L$.

Step 2 将对数似然函数 lnL 分别关于系数 $\beta_1, \cdots, \beta_q$ 求偏导数 [21]:

$$U_1 = \frac{\partial(\ln L)}{\partial \beta_1} = \sum_{i=1}^{m} X_1^{(i)} - \sum_{i=1}^{m} \frac{\sum_{E_j \in \Phi(T_i)} X_1^{(j)} \exp(\sum_{k=1}^{q} \beta_k X_k^{(j)})}{\sum_{E_j \in \Phi(T_i)} \exp(\sum_{k=1}^{q} \beta_k X_k^{(j)})}, \tag{30-1}$$

$$\cdots\cdots$$

$$U_q = \frac{\partial(\ln L)}{\partial \beta_q} = \sum_{i=1}^{m} X_q^{(i)} - \sum_{i=1}^{m} \frac{\sum_{E_j \in \Phi(T_i)} X_q^{(j)} \exp(\sum_{k=1}^{q} \beta_k X_k^{(j)})}{\sum_{E_j \in \Phi(T_i)} \exp(\sum_{k=1}^{q} \beta_k X_k^{(j)})}. \tag{30-q}$$

Step 3 令偏导数式 (30-1)~(30-q) 都等于 0, 得到回归系数的拟合值 $\beta_1,\cdots,\beta_q$.

4.3 基准违约强度 $h_0(t)$ 和累积基准违约强度 $H_0(t_i)$ 的计算

对式 (28) 中的基准违约强度参数 $h_0(t)$ 进行计算. 根据违约强度的定义 "瞬时违约概率"[20], 在没有违约发生时刻的违约概率肯定为 0, 那么没有违约发生时刻的违约强度 $h(t)$ 也为 0、基准违约强度 $h_0(t)$ 也为 0. 所以, 我们仅需要计算违约时刻 T_i 的基准违约强度 $h_0(T_i)$.

根据生存分析方法, 利用 Breslow 估计量对基准违约强度 $h_0(t)$ 和累积基准违约强度 $H_0(t_i)$ 进行计算[21]:

$$h_0(t)=\begin{cases} d_{(T_i)}\Big/\sum\limits_{E_j\in\Phi(T_i)}\exp\left(\sum\limits_{k=1}^{q}\beta_k X_k^{(j)}\right), & t=T_i, \quad (31\text{-}1)\\ 0, & t\neq T_i. \quad (31\text{-}2)\end{cases}$$

$$H_0(t_i)=\sum_{T_i\le t_i}h_0(T_i). \tag{32}$$

其中, $d_{(T_i)}$ 为时刻 T_i 时违约的企业数, 其他字母的含义如前所述. 式 (31) 表示①在违约时刻 $t=T_i$, 基准违约强度等于 "违约企业数" 与 "生存时间 $\ge T_i$ 的企业风险因素总和" 的比值. ②在非违约时刻 $t\neq T_i$, 没有企业在该时刻违约, 则基准违约强度为 0. 式 (32) 表示在 t_i 时刻以前的所有违约时刻 T_i 上基准违约强度 $h_0(T_i)$ 的累加值.

4.4 违约强度参数的计算

1) 信用久期 D_C 中违约强度参数的计算. 将上文式 (7) 中的积分 $\int_0^{t_i}(r_i+LGD_i\times h(t))\mathrm{d}t$ 拆分成两个积分[20]、即 $\int_0^{t_i}r_i\mathrm{d}t+\int_0^{t_i}LGD_i\times h(t)\mathrm{d}t$, 则式 (7) 变成:

$$D_C=\sum_{i=1}^{n}t_i\left[\frac{c_i\exp(-\int_0^{t_i}r_i\mathrm{d}t-\int_0^{t_i}LGD_i\times h(t)\mathrm{d}t)}{\sum_{i=1}^{n}c_i\exp(-\int_0^{t_i}r_i\mathrm{d}t-\int_0^{t_i}LGD_i\times h(t)\mathrm{d}t)}\right]. \tag{33}$$

根据 Duffie 强度式定价文献中关于违约损失率的假设, 假定企业违约损失率是固定的、并不随时间而变化[19], 仅与企业初始的信用等级相关. 本文章借鉴这个做法, 将式 (33) 中违约损失率 LGD_i 可以作为一个固定值 LGD 并移到积分外, 则式 (33) 变为:

$$D_C=\sum_{i=1}^{n}t_i\left[\frac{c_i\exp(-\int_0^{t_i}r_i\mathrm{d}t-LGD\times\int_0^{t_i}h(t)\mathrm{d}t)}{\sum_{i=1}^{n}c_i\exp(-\int_0^{t_i}r_i\mathrm{d}t-LGD\times\int_0^{t_i}h(t)\mathrm{d}t)}\right]. \tag{34}$$

令式 (34) 中 $\int_0^{t_i}r_i\mathrm{d}t=R(t_i)$, $\int_0^{t_i}h(t)\mathrm{d}t=H(t_i)$. $R(t_i)$ 为累积无风险利率, $H(t_i)$ 为累积违约强度, 则[20]:

$$D_C=\sum_{i=1}^{n}t_i\left[\frac{c_i\exp[-R(t_i)-LGD\times H(t_i)]}{\sum_{i=1}^{n}c_i\exp[-R(t_i)-LGD\times H(t_i)]}\right], \tag{35}$$

$$R(t_i)=\int_0^{t_i}r_i\mathrm{d}t=r_i\times t_i. \tag{36}$$

式 (35) 是式 (7) 推导后的表达式, 均为信用久期的表达式. 式 (35) 中 $H(t_i)$ 是由式 (28) 计算得到.

2) 资产 (负债) 价值 P 中违约强度参数的计算. 将式 (36) 和式 (28) 代入式 (1) 中, 得到:

$$P=\sum_{i=1}^{n}c_i\exp[-R(t_i)-LGD\times H(t_i)]. \tag{37}$$

式 (37) 是对式 (1) 推导后的表达式, 均为资产 (负债) 价值的计算公式. 式 (37) 中 $H(t_i)$ 由式 (28) 计算得到.

4.5 违约强度重要参数的实证拟合

为了下文第 5 节应用实例的计算, 所以首先要对违约强度 $h(t)$ 这个重要参数进行实证拟合.

4.5.1 样本的选取和数据来源

1) 样本及数据: 本研究样本选取某区域性商业银行京津沪渝等全部分支行 3100 笔贷款. 其中违约有 70 笔, 非违约有 3030 笔. 样本涉及到的行业包括工业、建筑业、批发业、零售业等 12 个行业. 数据均来自于某区域性商业银行总行的信贷管理系统[23], 如表 2 前 3100 行所示.

2) 生存时间 τ_j 的确定: 生存分析模型中, 对于生存时间的定义为 "特定事件发生的时间、或特定事件没有发生而研究期结束的时间"[21]. 由于本节的研究内容是 "违约强度", 所以本研究中这一特定事件是贷款违约的发生. 根据生存时间的定义 [21], 违约企业的生存时间是从贷款发放时刻到违约发生时刻的时间长度, 非违约企业的生存时间是贷款期限结束的时间. 生存时间 τ_j 如表 2 第 3 列所示.

3) 违约时刻 T_i 的确定: 违约时刻 T_i 是指违约企业的生存时间, 如表 2 第 4 列所示. 对于非违约企业, 违约时刻 T_i 是不存在的, 所以, 表 2 第 4 列的非违约企业对应行均用横线表示. 在表 2 中, 第 5 列是违约状态 S_j, 违约企业标记为 "1", 非违约企业记为 "0", 第 6~9 列是企业的四个指标数据 x_{ij}.

表 2 违约强度拟合的数据及回归系数

(1) 序号	(2) 贷款企业	(3) 生存时间 τ_j (年)	(4) 违约时刻 T_j(年)	(5) 违约状态 $S_j=p$	(6) 主营业务收入现金比率 X_1	(7) 超速动比率 X_2	(8) 流动资产周转速度 X_3	(9) 恩格尔系数 X_4
1	企业 1	0.003	——	0	0.92	0.50	1.73	37.9
···	···	···	···	···	···	···	···	···
1640	企业 1640	0.912	0.912	1	0.00	0.00	0.00	39.4
1641	企业 1641	0.912	0.912	1	0.00	0.00	0.00	41.5
1642	企业 1642	0.912	0.912	1	0.00	0.18	2.19	41.5
1643	企业 1643	0.912	0.912	1	0.00	0.00	0.00	41.5
···	···	···	···	···	···	···	···	···
3100	企业 3100	3.000	——	0	091	0.24	0.62	37.9
3101	回归系数				−0.785	−2.082	−0.359	0.447

4.5.2 指标的筛选

首先对 Cox 回归方程中的指标进行筛选, 找到能显著影响违约强度的指标代入回归方程中. Step 1: 海选指标. 根据国内外经典文献的高频信用评价指标, 从企业财务和宏观经济两个方面, 海选了包括速动比率、资产负债率、GDP 增长率等 54 个指标. Step 2: 基于共线性检验的第一次指标筛选. 在 Step1 中 54 个海选指标的基础上, 通过共线性检验, 删除方差膨胀因子 VIF 大于 10 的冗余指标, 剩余 43 个指标. Step 3: 基于 Cox 回归分析的第二次指标筛选. 利用 Cox 回归, 拟合得到 43 个指标的回归系数. 在 5% 的显著性水平下, 保留回归系数显著的指标. 最终保留了 4 个指标, 如表 2 第 6~9 列所示.

4.5.3 回归参数的确定

4.5.2 节筛选出的表 2 第 6~9 列中四个指标作为 Cox 回归中的自变量, 则式 (28) 中的指标个数 $q=4$. 利用上文 4.2 节中的极大似然估计方法, 通过式 (30-1)~(30-4) 计算偏导数 U_1, U_2, U_3, U_4. 令偏导数 U_1, U_2, U_3, U_4 都等于 0, 求解回归系数 $\beta_1=-0.785$, $\beta_2=-2.082$, $\beta_3=-0.359$, $\beta_4=0.447$, 结果列于表 2 第 3101 行.

4.5.4 违约时刻 T_i 时基准违约强度 $h_0(T_i)$ 的计算

将表 2 第 4 列的违约时刻 T_i 去重后列入表 3 第 2 列, 在每个违约时刻上违约企业个数列入表 3 第 3 列. 以第 16 个违约时刻 T_{16} 时的基准违约强度 $h_0(T_{16})$ 为例进行说明. $h_0(T_{16})$ 的计算分为两步:

Step 1 基本参数的代入. 由表 3 第 16 行第 3 列可知, 在第 16 个违约时刻 $T_{16}=0.912$ 时, 违约企业数为 4、即式 (31-1) 中分子 $d_{(0.912)}=4$. 如前所述, 式 (31-1) 计算违约时刻的 $h_0(t)$. 故将 $T_{16}=0.912$、违约企业数 $d_{(0.912)}=4$、表 2 第 3101 行的四个回归系数 β_i 代入式 (31-1), 则:

$$\begin{aligned} h_0(T_{16}=0.912)= & \frac{d_{(0.912)}}{\sum_{E_j\in\Phi(0.912)}\exp(\sum_{k=1}^{4}\beta_k X_k^{(j)})} \\ = & \frac{4}{\sum_{E_j\in\Phi(0.912)}\exp(-0.785\times X_1^{(j)}-2.082\times X_2^{(j)}-0.359\times X_3^{(j)}+0.447\times X_4^{(j)})}. \end{aligned} \tag{38}$$

Step 2 指标数据的代入. 式 (38) 中矩阵 $\Phi(0.912)$ 表示生存时间大于等于 0.912 年的企业指标数据. 在表 2 第 3 列中找到大于等于 0.912 年的数据为表 2 第 1640~3100 行, 则 $\Phi(0.912)$ 是表 2 第 1640~3100 行的企业指标数据 x_{ij}. 根据数据矩阵 $\Phi(0.912)$, 将表 2 第 1640~3100 行中第 6 列数据代入 $X_1^{(j)}$, 第 7 列数据代入 $X_2^{(j)}$, 第 8 列数据代入 $X_3^{(j)}$, 第 9 列的数据代入 $X_4^{(j)}$, 得到 $h_0(T_{16})=7.035\times 10^{-10}$, 列入表 3 第 16

行第 4 列. 同理可以得到其他违约时刻的 $h_0(T_i)$, 结果如表 3 第 4 列其他行所示.

表 3 违约时刻的基准违约强度 $h_0(T_i)$

(1) 序号	(2) 违约时刻 T_i	(3) 违约企业数 $d_{(T_i)}$	(4) 基准违约强度 $h_0(T_i)$
1	0.140	1	1.422×10^{-11}
2	0.247	1	2.034×10^{-11}
3	0.252	1	3.401×10^{-11}
...	...	...	...
16	0.912	4	7.035×10^{-10}
...	...	...	...
38	2.989	1	1.468×10^{-8}

表 4 累积基准违约强度 $H_0(t_i)$

(1) 序号	(2) 时间 t_i (年)	(3) 累积违约强度 $H_0(t_i)$
1	$t_i < 0.140$	0
2	$0.140 \le t_i < 0.247$	1.422×10^{-11}
3	$0.247 \le t_i < 0.252$	3.456×10^{-11}
...	...	...
17	$0.912 \le t_i < 0.934$	2.872×10^{-9}
...	...	...
39	$2.989 \le t_i < 3$	5.514×10^{-8}

4.5.5 累积基准违约强度 $H_0(t_i)$ 的计算

本研究中实证样本的生存时间是 $0\sim3$ 年, 能拟合出 3 年内的的违约强度 $h(t)$. 故本节中累积基准违约强度 $H_0(t_i)$ 中 t_i 的取值范围为 $0\sim3$ 年. 若样本量增加, 利用本研究的方法可以拟合 3 年以上的违约强度. 将表 3 第 2 列的 38 个违约时间作为时间分割点, $0\sim3$ 年分成 39 个时间段, 如表 4 第 2 列. 根据式 (32) 可知, $H_0(t_i)$ 是在时刻 t_i 之前的所有违约时刻 T_i 上 $h_0(T_i)$ 的累加值. 而 $h_0(T_i)$ 的结果如表 3 第 4 列所示. 所以, $H_0(t_i)$ 的计算就是根据表 4 第 2 列 t_i 的取值, 对表 3 第 4 列的数据 $h_0(T_i)$ 进行累加, 结果如表 4 第 3 列所示.

4.5.6 累积违约强度 $H(t_i)$ 的测算模型

将表 2 第 3101 行四个回归系数代入式 (28), 则:

$$H(t_i) = H_0(t_i)\exp(-0.785X_1' - 2.085X_2' - 0.359X_3' + 0.447X_4'). \tag{39}$$

其中, $H_0(t_i)$ 的数值如表 4 第 3 列所示. X_1', X_2', X_3', X_4' 为新增贷款企业的指标数据. 经过 4.5.1~4.5.5 的实证过程, 得到式 (39) 的累积违约强度 $H(t_i)$ 测算模型.

5 应用实例

5.1 银行的基本信息

假设某银行的资产总额 $A = 100000$ 万元, 负债总额 $L = 63000$ 万元. 资产基本情况如表 5 第 1~5 列所示, 负债基本情况如表 6 第 1~6 列所示. 为了下文表述方便, 将资产的待配置金额变量 $A_1 \sim A_{10}$ 列于表 5 第 6 列. 表 5 第 4~8 行的贷款均为按月付息、到期还本. 表 6 第 6 行 "3 年期债券 L_6" 每半年付息一次、到期还本.

表 5 某银行的资产情况及资产的信用久期

(1) 序号	(2) 资产	(3) 期限 t_{Ak} (年)	(4) 年利率 Y_{Ak}	(5) 月利率 y_{Ak}	(6) 账面金额 A_k/万元 (未知、决策变量)	(7) 信用久期 D_{CAk}/年	(8) 资产价值表达式 P_{Ak}/万元
1	现金 A_1	——	0	0	A_1	0	A_1
2	存款准备金 A_2	0.6842	1.62%	0.14%	A_2	0.6809	A_2
3	备付金 A_3	0.6842	0.72%	0.06%	A_3	0.6827	A_3
4	1 个月期贷款 A_4	0.083	4.60%	0.38%	A_4	0.0833	$1.0002\times A_4$
5	6 个月期贷款 A_5	0.5	4.60%	0.38%	A_5	0.4953	$1.0010\times A_5$
6	1 年期贷款 A_6	1	4.60%	0.38%	A_6	0.9793	$1.0015\times A_6$
7	2 年期贷款 A_7	2	5.20%	0.43%	A_7	1.9042	$1.0079\times A_7$
8	3 年期贷款 A_8	3	5.20%	0.43%	A_8	2.7824	$0.9936\times A_8$
9	固定资产 A_9	——	0	0	A_9	0	A_9
10	其他资产 A_{10}	——	0	0	A_{10}	0	A_{10}
11	资产总额		——	——	A=100 000	——	——

表 6 某银行的负债情况及负债的信用久期

(1) 序号	(2) 负债	(3) 期限 t_{Lk} (年)	(4) 年利率 Y_{Lk}	(5) 月利率 y_{Lk}	(6) 账面金额 L_k/万元	(7) 信用久期 D_{CLk} (年)	(8) 负债价值 P_{Lk}/万元
1	活期存款 L_1	0.2	0.35%	0.029%	20000	0.2	20000
2	3 个月存款 L_2	0.25	1.10%	0.092%	10000	0.25	999.96
3	6 个月存款 L_3	0.5	1.50%	0.125%	13000	0.5	12996.4
4	1 年期存款 L_4	1	2.10%	0.175%	8000	1	7998.3
5	3 年期存款 L_5	3	2.75%	0.229%	6000	3	5980.7
6	3 年期债券 L_6	3	3.66%	0.305%	6000	2.85	5994.3
7	负债总额		——	——	L=63 000	——	——

5.2 无风险类资产的信用久期计算和价值表达式确定

5.2.1 存款准备金和备付金的信用久期计算

以存款准备金 A_2 为例计算信用久期. ①等效期限: 根据现有研究, 存款准备金的期限等效于各存款的加权平均期限 [24], 以各存款账面价值占总存款的比重作为权重, 对存款期限 t_{Lk} 加权平均, 计算等效期限 $t_{A2}=0.6842$ 年, 结果列于表 5 第 2 行第 3 列. ②现金流发生时间 t_i: 现金流发生在月末, 即 1/12=0.0833 年, 2/12=0.1667 年, $\cdots$, 0.6842 年, 如表 7 第 2 列. ③现金流 c_i: 存款准备金在前 8 期的现金流是央行给的利息 $z_{A2}=0.14\%\times A_2$, 列于表 7 第 3 列第 1~8 行. 在最后一期, 等效于存款 $L_1\sim L_5$ 到期, 所以存款准备金回收相应的金额 A_2, 如表 7 第 3 列第 9 行所示. ④累积无风险利率 $R(t_i)$: 由于存款准备金 A_2 是无风险资产, 所以 A_2 的利率就是无风险利率、即 $r_i=1.62\%$. 将 $r_i=1.62\%$、表 7 第 2 行的 t_i 代入式 (36), 得到 $R(t_i)$, 结果列入表 7 第 4 列. ⑤由于存款准备金 A_2 是无风险资产, 则违约损失率 $LGD=0$, 累积违约强度 $H(t)=0$.

表 7 存款准备金 A_2 的现金流及累积无风险利率

(1) 序号	(2) 现金流发生时间 t_i (年)	(3) 每期产生的现金流 c_i (万元)	(4) 累积无风险利率 $R(t_i)$
1	0.0833	0.0014×A_2	0.0014
2	0.1667	0.0014×A_2	0.0027
···	···	···	···
8	0.6667	0.0014×A_2	0.0108
9	0.6842	A_2	0.0111

将表 7 第 2 列的 t_i, 表 7 第 3 列的 c_i, 表 7 第 4 列的 $R(t_i)$, $LGD=0$, $H(t)=0$ 代入式 (35), 得到:

$$D_{CA2}=\frac{0.0833\times 0.0014\times A_2\times\exp(-0.0014)+\cdots+0.6842\times A_2\times\exp(-0.0111)}{0.0014\times A_2\times\exp(-0.0014)+\cdots+A_2\times\exp(-0.0111)}=0.6809.$$

结果列于表 5 第 2 行第 7 列. 同理, 备付金也是上交央行作为银行的准备金, 由央行付给银行利息. 故同理计算得到 $D_{CA3}=0.6827$ 年, 列于表 5 第 3 行第 7 列.

5.2.2 现金、固定资产和其他资产的信用久期计算

由于现金 A_1 不产生利息这种现金流, 且不存在本金回收, 所以不存在现金流的回收时间, 式 (7) 中 $t_i=0$. 将 $t_i=0$ 代入式 (7), 得到 $D_{CA1}=0$. 结果列于表 5 第 7 列第 1 行. 同理, 固定资产 A_9 和其他资产 A_{10} 都不产生利息这种现金流, 且不存在本金回收, 则 $D_{CA9}=D_{CA10}=0$. 结果分别列于表 5 第 7 列第 9、10 行.

5.2.3 存款准备金和备付金的资产价值表达式

存款准备金价值 P_{A2} 的计算: 将表 7 第 3 列的 c_i, 表 7 第 4 列的 $R(t_i)$, $LGD=0$, $H(t)=0$ 代入式 (37), 则:

$$P_{A2}=0.0014\times A_2\times\exp(-0.0014)+\cdots+A_2\times\exp(-0.0111)=A_2.$$

结果列于表 5 第 8 列第 2 行. 备付金与存款准备金是同理的, 得到 $P_{A3}=A_3$, 列于表 5 第 8 列第 3 行.

5.2.4 现金、固定资产和其他资产的资产价值表达式

如前 5.2.2 节所述, 由于现金 A_1 不存在现金流的回收时间, 即 $t_i=0$. 将 $t_i=0$ 代入式 (1), 得到

$P_{A1} = A_1$, 列于表 5 第 8 列第 1 行. 同理, 固定资产 A_9 和其他资产 A_{10} 都不产生利息这种现金流, 且不存在本金回收, 资产价值均等于账面金额, 得到 $P_{A9} = A_9$, $P_{A10} = A_{10}$, 分别列于表 5 第 8 列第 9、10 行.

5.3 贷款类资产信用久期计算和价值表达式确定

5.3.1 贷款企业的基本情况

假设表 5 第 4~8 行贷款 $A_4 \sim A_8$ 的基本情况如表 8 所示. 贷款 $A_4 \sim A_8$ 的还款方式为按月付息、到期还本. 在表 8 中: 第 3 列是贷款的月利率 y_{Ak}; 第 4 列是贷款企业所在的信用等级; 第 5 列是穆迪评级机构测算出的各信用等级对应的挽回率 R, 表示企业违约时银行能够挽回的资金比例 [1]; 第 6 列是违约损失率 LGD, 是用 1 减去第 5 列的挽回率 R 得到的 [1], 表示企业违约时银行损失的资金比例; 第 7~10 列是指标数据 x_{ij}.

表 8　贷款企业的基本情况

(1) 序号	(2) 贷款	(3) 月利率 y_{Ak}	(4) 信用等级	(5) 违约时的挽回率 R	(6) 违约损失率 LGD	(7) 主营业务收入现金比率 X_1'	(8) 超速动比率 X_2'	(9) 流动资产周转速度 X_3'	(10) 恩格尔系数 X_4'
1	1 个月期贷款 A_4	0.38%	BB	42%	58%	0.23	0.67	0.71	39.8
2	6 个月期贷款 A_5	0.38%	BBB	53%	47%	0.54	0.75	0.99	37.9
3	1 年期贷款 A_6	0.38%	AA	77%	23%	0.71	1.1	2.45	36.5
4	2 年期贷款 A_7	0.43%	AAA	78%	22%	0.86	1.21	3.28	35.5
5	3 年期贷款 A_8	0.43%	A	57%	43%	0.75	0.94	1.64	37.6

5.3.2 贷款的信用久期计算

以贷款 A_6 为例计算信用久期. ①现金流发生时间 t_i: 现金流发生的时间是月末, 即 1/12=0.0833 年, 2/12=0.1667 年, $\cdots$, 1 年, 如表 9 第 2 列. ②现金流 c_i: 在前 11 期, 每一期的现金流仅是当月的利息 $c_i = z_{A6} = 0.38\% \times A_6$ $(i = 1, 2, \cdots, 11)$, 如表 9 第 3 列第 1~11 行. 在最后一期既回收本金 A_6, 又回收月利息 z_{A6}, 即 $c_{12} = A_6 + z_{A6} = A_6 + 0.38\% \times A_6 = 1.38\% \times A_6$, 如表 9 第 3 列第 12 行. ③无风险利率 r_i: 现有研究通常将贷款基准利率作为贷款类资产的无风险利率 [9−11]. 本研究借鉴该做法, 采用贷款基准利率作为贷款类资产的无风险利率 r_i. 1 年内的贷款基准利率为 4.35%, 故无风险利率 $r_i = 4.35\%$, 如表 9 第 2 列. ④累积无风险利率 $R(t_i)$: 将表 9 中第 4 列的 r_i, 第 2 列的 t_i 代入式 (36), 得到 $R(t_i)$, 结果列于表 9 第 5 列. ⑤累积基准违约强度 $H_0(t_i)$: 以表 9 第 2 列的 t_i 为索引, 找到在表 4 第 2 列中对应的行, 将该行上第 3 列的 $H_0(t_i)$ 列于表 9 第 6 列. ⑥累积违约强度 $H(t_i)$: 贷款 A_6 对应企业的数据在表 8 第 3 行中, 将表 8 第 3 行第 7~10 列的 X_1', X_2', X_3', X_4', 表 9 第 6 列的 $H_0(t_i)$ 代入式 (39) 中, 得到 $H(t_i)$, 结果列入表 9 第 7 列.

表 9　一个贷款企业的累积无风险利率和累积违约强度

(1) 序号	(2) 现金流发生时间 t_i (年)	(3) 每期产生的现金流 c_i (万元)	(4) 无风险利率 r_i	(5) 累积无风险利率 $R(t_i)$	(6) 累积基准违约强度 $H_0(t_i)$	(7) 累积违约强度 $H(t_i)$	(8) 信用久期 D_{CA6}/年	(9) 资产价值 P_{A6}/万元
1	0.0833	$0.0038\times A_6$	4.35%	0.0036	0	0	0.9793	$1.0015\times A_6$
2	0.1667	$0.0038\times A_6$	4.35%	0.0073	1.422×10^{-11}	4.2×10^{-6}		
···	···	···	···	···	···	···		
11	0.9167	$0.0038\times A_6$	4.35%	0.0399	2.87×10^{-9}	0.000847		
12	1	$1.0038\times A_6$	4.35%	0.0435	1.37×10^{-8}	0.004053		

将表 9 第 2 列的 t_i, 表 9 第 3 列的 c_i, 表 9 第 5 列的 $R(t_i)$, 表 8 中贷款 A_6 对应的第 3 行第 6 列的 $LGD = 23\%$, 表 9 第 7 列的 $H(t_i)$ 代入式 (35), 得到:

$$
\begin{aligned}
&D_{CA6}\\
=&\frac{0.0833 \times 0.0038 \times A_6 \times \exp(-0.0036 - 23\% \times 0) + \cdots + 1 \times 1.0038 \times A_6 \times \exp(-0.0435 - 23\% \times 0.004053)}{0.0038 \times A_6 \times \exp(-0.0036 - 23\% \times 0) + \cdots + 1.0038 \times A_6 \times \exp(-0.0435 - 23\% \times 0.004053)}\\
=&0.9793.
\end{aligned}
$$

结果列于表 9 第 8 列及表 5 第 7 列第 6 行. 同理其他贷款, 结果列于表 5 第 7 列第 4、5、7、8 行.

5.3.3 贷款的资产价值表达式的确定

以贷款 A_6 信用久期的计算为例. 将表 9 第 3 列的 c_i, 表 9 第 5 列的 $R(t_i)$, 表 8 中贷款 A_6 对应的第 3

行第 6 列的 $LGD=23\%$, 表 9 第 7 列的 $H(t_i)$ 代入式 (37), 得到:

$$P_{A6}=0.0038\times A_6\times\exp(-0.0036-23\%\times 0)+\cdots+1.0038\times A_6\times\exp(-0.0435-23\%\times 0.004053)=1.0015\times A_6.$$

结果列入表 9 第 9 列及表 5 第 8 列第 6 行. 与贷款 A_6 同理, 可以得到其他贷款的资产价值表达式, 如表 5 第 8 列第 4、5、7、8 行所示.

5.4 存款类负债的信用久期和价值计算

由于银行资产负债管理只评价贷款企业的信用风险, 不对银行本身的信用风险进行评价, 认为银行本身不存在信用风险. 也就是, 对于负债, 违约损失率 $LGD=0$, 由式 (39) 可知累积违约强度 $H(t)=0$.

5.4.1 存款的信用久期计算

假设该银行活期存款的平均到期期限 0.2 年. 由于活期存款 L_1 是到期后一次还本付息的, 相当于零息票债券. 所以, 久期就等于名义期限、即 $D_{CL1}=0.2$ 年. 结果列于表 6 第 1 行第 7 列.

同理, 由于银行定期存款 $L_2\sim L_5$ 也是到期后一次还本付息, 现金流只在存款到期时发生一次, 也相当于零息票债券. 所以定期存款的信用久期都等于名义期限. 结果如表 6 第 7 列第 2∼5 行所示.

5.4.2 存款的价值计算

活期存款现金流的确定: 活期存款到期后一次还本付息, 所以只在存款到期时发生一次现金流 c_1, 即 $c_1=L_1+L_1\times Y_{L1}\times t$. 其中, L_1 为存款本金, Y_{L1} 为存款年利率, t 为存款期限. 根据表 6 第 1 行的数据, 计算得到 $c_1=L_1+L_1\times Y_{L1}\times t=20000+20000\times 0.35\%\times 0.2=20014$ 万元.

活期存款 L_1 价值的计算: 如前所述, 银行存款不存在信用风险, 即 $LGD=0$, $H(t)=0$. 存款利率就是无风险利率. 将 $c_1=20014$ 万元, 表 6 第 1 行第 4 列的 $r=0.35\%$, 表 6 第 1 行第 3 列的 $t=0.2$ 年, $LGD=0$ 且 $H(t)=0$, 代入式 (1) 得到: $P_{L1}=20014\times\exp(-\int_0^{0.2}0.35\%\mathrm{d}t)=20014\times\exp(-0.35\%\times 0.2)=20000$.

结果列于表 6 第 8 列第 1 行. 同理, 银行定期存款 $L_2\sim L_5$ 也是到期后一次还本付息, 现金流只在存款到期时发生一次, 计算结果如表 6 第 8 列第 2∼5 行所示.

5.5 债券类负债信用久期和价值的计算

由表 6 第 6 行, 银行债券类负债是 3 年期债券 L_6. ①现金发生时间 t_i: 该债券是每半年付息一次, 3 年付息 6 次, 如表 10 第 2 列. ②现金流 c_i: 在前 5 期银行仅向债权人付息, 则前 5 期的现金流 $c_i=3.66\%\times 6000\times 0.5=109.8$ 万元, 如表 10 第 3 列的前 5 行. 在最后一期 $t_i=3$ 年时, 银行不仅支付债券的面值 L_6, 还要偿付当期利息 z_{L6}. 则 $c_6=L_6+z_{L6}=6000+109.8=6109.8$ 万元, 如表 10 第 3 列第 6 行. ③累积无风险利率 $R(t_i)$: 如前所述, 银行发放的债券不存在信用风险, 债券利率即为无风险利率. 由表 6 第 6 行第 4 列, 债券 L_6 的无风险利率 $r_i=3.66\%$. 将 $r_i=3.66\%$, 表 10 第 2 列的 t_i 代入式 (36), 得到 $R(t_i)$, 结果如表 10 第 4 列. ④由于不考虑银行自身的信用风险, 债券 L_6 的违约损失率 $LGD=0$, 累积违约强度 $H(t)=0$.

表 10 三年期债券 L_6 的现金流及累积无风险利率

(1) 序号	(2) 现金流发生时间 t_i (年)	(3) 每期产生的现金流 c_i (万元)	(4) 累积无风险利率 $R(t_i)$
1	0.5	109.8	0.0183
2	1	109.8	0.0366
···	···	···	···
6	3	6109.8	0.1098

将表 10 第 2 列的 t_i, 表 10 第 3 列的 c_i, 表 10 第 4 列的 $R(t_i)$, $LGD=0$, $H(t_i)=0$ 代入式 (35), 则:

$$D_{CL6}=\frac{0.5\times 109.8\times\exp(-0.0183)+\cdots+3\times 6109.8\times\exp(-0.1098)}{109.8\times\exp(-0.0183)+\cdots+6109.8\times\exp(-0.1098)}=2.85.$$

结果列于表 6 第 6 行第 7 列. 将表 10 第 3 列的 c_i, 表 10 第 4 列的 $R(t_i)$, $LGD=0$, $H(t_i)=0$ 代入式 (37), 则债券价值: $P_{L6}=109.8\times\exp(-0.0183)+\cdots+6109.8\times\exp(-0.1098)=5994.3$, 结果列于表 6 第 6 行第 8 列.

5.6 优化模型的建立与求解

5.6.1 目标函数的建立

将表 5 第 4 列资产的年利率 $Y_{A1}\sim Y_{A10}$ 代入目标函数式 (25), 得

$$\begin{aligned}\text{obj}: \max\ Z=\sum_{k=1}^{10} A_k Y_{Ak} =&A_2\times 1.62\%+A_3\times 0.72\%+A_4\times 4.60\%+\\ &A_5\times 4.60\%+A_6\times 4.60\%+A_7\times 5.20\%+A_8\times 5.20\%\end{aligned} \tag{40}$$

式 (40) 即为应用实例中资产负债优化模型的目标函数.

5.6.2 信用久期免疫条件的建立

将表 5 第 8 列的 P_{Ak}, 表 5 第 7 列的 D_{CAk}, 表 6 第 8 列的 P_{Lk}, 表 6 第 7 列的 D_{CLk} 代入式 (26), 得

$$\begin{aligned}&\sum_{k=1}^{a} P_{Ak}\times D_{CAk}-\sum_{k=1}^{b} P_{Lk}\times D_{CLk}\\ =&(A_1\times 0+A_2\times 0.6809+A_3\times 0.6827+\cdots+0.9936\times A_8\times 2.7824+A_9\times 0+A_{10}\times 0) \qquad (41)\\ &-(20000\times 0.2+999.96\times 0.25+12996.4\times 0.5+7998.3\times 1+5980.7\times 3+5994.3\times 2.85)\\ =&0.6809A_2+0.6827A_3+0.0833A_4+0.4958A_5+0.9808A_6+1.9192A_7+2.7646A_8-56133.7.\end{aligned}$$

由于免疫条件式 (26)=0, 则式 (41)=0, 即

$$0.6809A_2+0.6827A_3+0.0833A_4+0.4958A_5+0.9808A_6+1.9192A_7+2.7646A_8-56133.7=0. \tag{42}$$

式 (42) 即为应用实例中信用久期免疫条件.

5.6.3 流动性约束条件的建立

根据上文式 (27) 建立流动性约束条件如表 11 中式 (43-1)~(43-11) 所示, 满足银行资本监管的客观要求.

表 11　流动性约束条件

序号	约束条件		序号	约束条件	
1	资产总额 A=100 000 万元: $\sum_{k=1}^{10} A_k=100000$	(43-1)	7	存贷款比例约束: $\sum_{k=4}^{8} A_k/\sum_{k=1}^{5} L_k\le 75\%$	(43-7)
2	流动性的库存现金比例约束: $A_1\ge 0.6\%\times\sum_{k=1}^{5} L_k$	(43-2)	8	中长期贷款比例约束: $\sum_{k=7}^{8} A_k/L_3\le 120\%$	(43-8)
3	盈利性的库存现金比例约束: $A_1\ge 1.5\%\times\sum_{k=1}^{5} L_k$	(43-3)	9	固定性约束: A_9=1000	(43-9)
4	法定存款准备金比例约束: $A_2=16.5\%\times\sum_{k=1}^{5} L_k$	(43-4)	10	固定性约束: A_{10}=500	(43-10)
5	备付金比例约束: $A_1+A_3\ge 5\%\times\sum_{k=1}^{5} L_k$	(43-5)	11	非负约束: $A_i\ge 0$, $i=1,2,\cdots,10$	(43-11)
6	资产流动性比例约束: $\sum_{k=1}^{6} A_k/\sum_{k=1}^{4} L_k\ge 25\%$	(43-6)			

5.6.4 优化结果

以式 (40) 银行收益最大为目标函数, 以式 (42) 为信用风险免疫条件, 以式 (43-1)~(43-11) 为流动性约束条件, 建立线性规划模型, 求解决策变量 $A_1, A_2, \cdots, A_{10}$, 结果如表 12 第 3 列前 10 行所示.

5.7 对比分析

5.7.1 对比模型及对比标准

本模型: 基于违约强度信用久期的资产负债优化模型, 如上文 5.6 节中建立的优化模型.

对比模型: ①利率久期免疫条件: 将式 (26) 中的 "信用久期 D_C" 替换成 "Macaulay 久期 $MacD$", 其中 $MacD$ 的计算公式如式 (3) 所示. ②目标函数和流动性约束条件: 均与本模型相同, 目标函数如式 (40)、流动性约束条件如式 (43-1)~(43-11). 对比模型的配置结果 A'_k 如表 12 第 4 列前 10 行所示.

对比模型与本模型的区别: 利率久期免疫条件中, 对比模型模型所用的久期是式 (3) 计算的 "Macaulay 久期 $MacD$", 而本模型所用的久期是式 (7) 计算的 "信用久期 D_C".

对比标准: 利率变动时银行净值损失的对比. 若利率变动时银行净值发生损失, 则说明优化模型计算出的配置结果并不能控制利率风险和信用风险.

5.7.2 对比结果

1) 本模型的净值变化量 ΔV_1. 将式 (41) 以及表 12 第 3 列前 10 行的 $A_1\sim A_{10}$ 代入式 (19), 得到模型 1 的净值变化量 $\Delta V_1=0$, 如表 12 第 3 列第 11 行. 本模型的净值变化量 ΔV_1 =0, 说明无论利率如何变动, 银行净值不会发生变化, 对利率风险和信用风险进行免疫.

2) 对比模型的净值变化量 ΔV_2. 将式 (41) 以及表 12 第 4 列前 10 行的 $A'_1\sim A'_{10}$ 代入式 (19), 得到模型 2 的净值变化量 $\Delta V_2=379491.37\times\Delta y$. 当利率下降 1%, 即 $\Delta y=-1\%$ 时, $\Delta V_2=379491.37\times(-1\%)=$

−3794.91 万元. 说明利率每下降 1% 时, 银行净值损失 3794.91 万元, 如表 12 第 4 列第 11 行. 其损失占全部资产 (100000 万元) 的 3.79%, 如表 12 第 4 列第 12 行. 其损失占所有者权益 (37000 万元) 的 10.26%, 如表 12 第 4 列第 13 行.

对比结果: 当利率发生变动时, 本模型比现有研究模型更能抵抗利率风险给银行带来的损失. 本模型可以准确免疫利率风险, 保证银行净值不受损失. 而现有研究并不能准确免疫利率风险, 利率的变动仍然会导致银行净值的损失.

表 12 某银行的资产负债优化结果

(1) 序号	(2) 资产	(3) 本研究的优化结果 A_k/万元	(4) 对比模型的优化结果 A'_k/万元
1	现金 A_1	342	342.00
2	存款准备金 A_2	9405	9405.00
3	备付金 A_3	46003	46003.00
4	1 个月期贷款 A_4	34235.22	34011.16
5	6 个月期贷款 A_5	290.23	0.00
6	1 年期贷款 A_6	1024.56	1538.84
7	2 年期贷款 A_7	6604.90	7200.00
8	3 年期贷款 A_8	595.10	0.00
9	固定资产 A_9	1000	1000.00
10	其他资产 A_{10}	500	500.00
11	**利率下降 1%时银行净值变化量 ΔV**	**0**	**−3794.91**
12	银行净值损失占全部资产的比重	0	3.79%
13	银行净值损失占所有者权益的比重	0	10.26%

6 结论

6.1 主要结论

1) 久期是折现利率的函数, 而折现利率又是信用风险溢价的函数, 因此久期必须反映信用风险.

2) 当市场利率发生变动时, 本研究建立的信用久期免疫条件 (本模型) 可以准确免疫利率风险, 保证银行净值不受损失. 而利用 Macaulay 久期免疫条件 (对比模型) 进行配置, 并不能准确免疫利率风险, 利率的变动仍然会导致银行净值的损失.

6.2 主要创新

1) 根据风险贴现率对现金流贴现的简约化定价理论, 通过违约强度和违约损失率确定资产负债各期现金流的违约风险溢价, 通过含违约风险溢价的折现利率对 Macaulay 经典利率久期模型的参数进行修正, 构建了同时反映信用风险和利率风险的信用久期测度模型. 而事实上, 久期是折现利率的函数, 而折现利率又是信用风险溢价的函数, 因此久期必须反映信用风险.

2) 通过同时反映信用风险和利率风险的信用久期, 揭示信用久期缺口对银行净值的影响. 通过信用久期缺口为 0 的免疫条件, 建立同时控制利率风险和信用风险的资产优化模型. 改变了 Macaulay 经典利率久期的免疫条件仅考虑利率风险、而忽略事实上存在的违约风险对银行净值影响的弊端.

3) 根据 Cox 回归生存分析模型, 通过违约强度为基准违约强度与企业自身风险因素的乘积的思路, 利用银行贷款真实的违约数据作为生存时间参数, 拟合出不同时间点对应的违约强度, 确定了不同时间点上的违约风险溢价, 改变了现有研究的信用风险久期忽略违约风险溢价会随时间而变化的不足.

参考文献

[1] 约翰 C · 赫尔. 风险管理与金融机构 [M]. 3 版. 王勇, 译. 北京: 机械工业出版社, 2014: 116–129.
Hull J C. Risk management and financial institutions[M]. 3rd ed. Beijing: China Machine Press, 2014: 116–129.

[2] Alessandri P, Drehmann M. An economic capital model integrating credit and interest rate risk in the banking book[J]. Journal of Banking & Finance, 2010, 34(4): 730–742.

[3] 卞世博, 刘海龙, 张晓阳. 信用债券型基金的最优资产配置策略 [J]. 系统管理学报, 2012, 21(5): 596–601.
Bian S B, Liu H L, Zhang X Y. Optimal investment strategies for defaultable bond fund[J]. Journal of Systems

& Management, 2012, 21(5): 596–601.

[4] 刘勇军, 张卫国, 徐维军. 考虑现实约束的模糊多准则投资组合优化模型 [J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(10): 2462–2470.
Liu Y J, Zhang W G, Xu W J. Fuzzy multiple criteria portfolio selection optimization model under real constrains[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2013, 33(10): 2462–2470.

[5] 曾燕, 黄金波. 基于均值 -AS 模型的资产配置 [J]. 管理科学学报, 2016, 19(2): 95–108.
Zeng Y, Huang J B. Asset allocation based on Mean-AS model[J]. Journal of Management Sciences in China, 2016, 19(2): 95–108.

[6] Birge J R, Júdice P. Long-term bank balance sheet management: Estimation and simulation of risk-factors[J]. Journal of Banking & Finance, 2012, 37(12): 4711–4720.

[7] Best M J, Grauer R R, Hlouskova J, et al. Loss-aversion with kinked linear utility functions[J]. Computational Economics, 2014, 44(1): 45–65.

[8] 张初兵, 荣喜民. 仿射利率模型下确定缴费型养老金的最优投资 [J]. 系统工程理论与实践, 2012, 32(5): 1048–1056.
Zhang C B, Rong X M. Optimal investment for DC pension under the affine interest rate model[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2012, 32(5): 1048–1056.

[9] 李晶晶, 杨宝臣, 苏云鹏. 多因子 HJM 框架下的利率风险测度模型 [J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(11): 2783–2790.
Li J J, Yang B C, Su Y P. Interest rate risk measure model under the multi-factor HJM framework[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2014, 34(11): 2783–2790.

[10] 尹力博, 韩立岩. 基于多阶段随机规划模型的国债动态积极投资策略 [J]. 中国管理科学, 2015, 23(6): 9–16.
Yin L B, Han L Y. Multi-stage stochastic programming model for active and dynamic government bonds investment strategies[J]. Chinese Journal of Management Science, 2015, 23(6): 9–16.

[11] Gajek L, Krajewska E. A new immunization inequality for random streams of assets, liabilities and interest rates[J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2013, 53(3): 624–631.

[12] Li D, Rong X, Zhao H. Time-consistent reinsurance-investment strategy for a mean-variance insurer under stochastic interest rate model and inflation risk[J]. Insurance Mathematics & Economics, 2015, 64: 28–44.

[13] Chance D M. Default risk and the duration of zero coupon bonds[J]. The Journal of Finance, 1990, 45(1): 265–274.

[14] 王春峰, 杨建林, 蒋祥林. 含有违约风险的利率风险管理 [J]. 管理科学学报, 2006(2): 53–60.
Wang C F, Yang J L, Jiang X L. Management of interest rate risk with default risk[J]. Journal of Management Sciences in China, 2006(2): 53–60.

[15] 刘艳萍, 涂荣, 迟国泰. 基于信用风险久期免疫的资产负债管理优化模型 [J]. 管理学报, 2010(2): 278–288.
Liu Y P, Tu R, Chi G T. Optimization model of asset-liability portfolio based on credit risk duration immunization of interest rate risk[J]. Chinese Journal of Management, 2010(2): 278–288.

[16] 陈荣达, 陆金荣. 可违约零息债券风险综合度量 Monte Carlo 方法 [J]. 管理科学学报, 2012, 15(4): 88–98.
Chen R D, Lu J R. A Monte Carlo method of integrated risk measurement for defaultable zero-coupon bonds[J]. Journal of Management Sciences in China, 2012, 15(4): 88–98.

[17] Drehmann M, Sorensen S, Stringa M. The integrated impact of credit and interest rate risk on banks: A dynamic framework and stress testing application[J]. Journal of Banking & Finance, 2010, 34(4): 713–729.

[18] Chen R R, Cheng X, Wu L. Dynamic interactions between interest-rate and credit risk: Theory and evidence on the credit default swap term structure[J]. Review of Finance, 2013, 17(1): 403–441.

[19] Duffie D, Singleton K J. Modeling term structures of defaultable bonds[J]. Review of Financial Studies, 1999, 12(4): 687–720.

[20] 达雷尔 · 达菲, 肯尼思 · J. 辛格尔顿. 信用风险 - 定价、度量和管理 [M]. 许勤, 魏嶷, 杜鹃, 译. 上海: 上海财经大学出版社, 2009.
Duffie D, Singleton K J. Credit risk: Pricing, measurement and management[M]. Shanghai: Shanghai University of Finance and Economics Press, 2009.

[21] 彭非, 王伟. 生存分析 [M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2004: 229–230.
Peng F, Wang W. Survival analysis[M]. Beijing: China Renmin University Press, 2004: 229–230.

[22] 迟国泰, 闫达文. 基于 VaR 控制预留缺口的资产负债管理优化模型 [J]. 管理工程学报, 2011, 25(3): 123–132.
Chi G T, Yan D W. Asset and liability management optimal model based on VaR preparation duration gap[J]. Journal of Industrial Engineering/ Engineering Management, 2011, 25(3): 123–132.

[23] 大连银行. 大连银行小企业信贷管理系统 [DB]. 大连: 大连银行, 2013.
Dalian Bank. Small business credit system of Dalian Bank[DB]. Dalian: Dalian Bank, 2013.

[24] 迟国泰, 张玉玲, 王元斌. 基于全部资产负债利率风险免疫优化的增量资产组合决策模型 [J]. 管理工程学报, 2011(2): 161–172.
Chi G T, Zhang Y L, Wang Y B. The incremental portfolio decision-making model based on the interest rate risk immune optimizing of total assets and liabilities[J]. Journal of Industrial Engineering, 2011(2): 161–172.