doi: 10.12011/1000-6788(2018)07-1830-06 中图法分类号: C931 文献标志码: A

"最大值准则" 决策悖论及其求解模型

刘思峰 [1,2,3], 张红阳 [1], 杨英杰 [2,3]

(1. 南京航空航天大学 经济与管理学院, 南京 211106; 2. 南京航空航天大学 灰色系统研究所, 南京 211106;
3. 英国 De Montfort 大学 计算智能研究中心, Leicester, LE1 9BH)

摘 要 按照最大值决策准则, 当相应决策系数向量各分量的值区分度较高时人们易于对决策对象所属类别做出判断. 而真正有价值的问题是决策系数向量若干个分量的值区分度不高的情形. 本文针对灰色聚类系数向量之最大分量取值与其它分量的值区分度很低, 且按照 "最大值准则" 做出的决策与对决策系数向量进行整体评估所得的结论冲突, 即 "最大值准则" 决策悖论发生的情形, 提出了对聚类系数向量各分量取值信息进行综合集成的聚核权向量组和聚核加权决策系数向量; 并据此构建了两难决策问题求解模型, 给出了 3 种实用的聚核权向量组. 破解了 "最大值准则" 决策悖论. 最后以英国高等学校科学研究卓越框架 (research excellence framework, 简称 REF) 为例说明 "最大值准则" 决策悖论求解模型的实际应用.

关键词 "最大值准则"; 决策悖论; 聚核权向量组; 聚核加权决策系数向量; 求解模型; REF

On paradox of rule of maximum value and its solution

LIU Sifeng[1,2,3], ZHANG Hongyang[1], YANG Yingjie[2,3]

(1. College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China;
2. Institute for Grey System Studies, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China;
3. Centre for Computational Intelligence, De Montfort Univertsity, The Gateway, Leicester, LE1 9BH, UK)

Abstract It is easy to judge the ascription of a decision object when the values of each components of decision coefficient vector with distinguished difference. But the true valuable problem is that the values of some components of decision coefficient vector without distinguished difference. Here we show a novel method to solve the existing decision paradox that the decision according to the maximum components of a decision coefficient vector may be conflicts with the result of evaluating the decision coefficient vector integratedly. We define both the weight vector group of kernel clustering and weighted coefficient vector of kernel clustering for decision-making at first. Then a novel two-stage decision model with the weight vector group of kernel clustering and weighted coefficient vector of kernel clustering for decision-making is put forward, and several functional weight vector group of kernel clustering are given. This method can effectively solve the decision paradox of rule of maximum value and produce consistent results. To demonstrate its effectiveness, a practical application is implemented for research excellence framework of UK.

Keywords rule of maximum value; decision paradox; weight vector group of kernel clustering; weighted

收稿日期: 2017-03-20
作者简介: 刘思峰 (1955–), 男, 博士、教授、博士生导师, 研究方向: 灰色系统理论, E-mail: sfliu@nuaa.edu.cn.
基金项目: 欧盟委员会第 7 研究框架玛丽 · 居里国际人才引进计划 Fellow 项目 (FP7-PEOPLE-IIF-GA-2013-629051); Leverhulme Trust 基金会国际研究合作网络项目 (IN-2014-020); 国家自然科学基金 (71671091); 中央高校基本科研业务费专项基金 (NP2015208); 国家级教学团队基金 (10td128)
Foundation item: Project of Marie Curie International Incoming Fellowship under the 7th Framework Programme of the European Union (FP7-PEOPLE-IIF-GA-2013-629051); Project of the Leverhulme Trust International Network (IN-2014-020); National Natural Science Foundation of China (71671091); The Fundamental Research Funds for the Central Universities (NP2015208); The Foundation for National Outstanding Teaching Group of China (10td128)
中文引用格式: 刘思峰, 张红阳, 杨英杰. "最大值准则" 决策悖论及其求解模型 [J]. 系统工程理论与实践, 2018, 38(7): 1830–1835.
英文引用格式: Liu S F, Zhang H Y, Yang Y J. On paradox of rule of maximum value and its solution[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2018, 38(7): 1830–1835.

coefficient vector of kernel clustering for decision-making; solution model; REF

1 引言

基于可能度函数的灰色聚类评估模型是得到广泛应用的一类不确定性系统分析模型, 三十年来, 关于模型技术的研究也十分活跃, 新的研究成果不断涌现. 邓聚龙教授提出的变权灰色聚类模型 [1] 和本文作者提出的定权灰色聚类评估模型 [2]、基于端点三角可能度函数的灰色聚类评估模型 [3−5]、基于中心点三角可能度函数的灰色聚类评估模型 [6−8] 等均得到广泛应用. 其中变权灰色聚类评估模型适用于聚类指标的意义、量纲均相同的情形, 定权灰色聚类评估模型和基于三角可能度函数的灰色聚类评估模型皆适用于聚类指标的意义、量纲不同的情形. 尤其是基于三角可能度函数的灰色聚类评估模型, 比变权灰色聚类模型和定权灰色聚类评估模型更适宜于用来解决贫信息聚类评估问题. 基于端点三角可能度函数的灰色聚类评估模型适用于各灰类边界清晰, 但最可能属于各灰类的点不明的情形; 基于中心点三角可能度函数的灰色聚类评估模型适用于较易判断最可能属于各灰类的点, 但各灰类边界不清晰的情形 [9,10]. 两类评估模型均以适中测度三角可能度函数为基础. 肖新平 [11]、熊和金 [12]、董奋义 [13]、裴玲玲 [14]、徐卫国 [15] 等人从不同视角对灰色聚类评估模型进行了改进和优化. 张岐山研究了灰色聚类评估结果灰性的测度问题 [16]. 上述各类灰色聚类评估模型, 均以灰色聚类系数向量对应分量最大准则作为判定决策对象归属的依据. 对于灰色聚类系数向量对应分量无显著性差异情况下的决策对象归属问题, 党耀国等人研究提出了一种解决方案 [17]; 刘思峰等人对综合加权决策向量进一步完善, 提出了两阶段决策模型 [18].

本文针对 "最大值准则" 决策悖论发生的情形, 首先定义聚核权向量组和聚核加权决策系数向量, 并给出几种实用的聚核权向量组. 基于聚核权向量组和聚核加权决策系数向量构建 "最大值准则" 决策悖论求解模型. 最后以英国高等学校科学研究卓越框架 (research excellence framework, 简称 REF) 为例说明 "最大值准则" 决策悖论求解模型的实际应用.

2 聚核权向量组的一般形式

由于灰色聚类系数向量 σ_i 通常不是归一化向量, 因而相互之间不能进行比较, 因此, 需要首先对灰色聚类系数向量归一化.

定义 1 令 $\delta_i^k = \frac{\sigma_i^k}{\sum_{k=1}^s \sigma_i^k}$, 称 δ_i^k 为决策对象 i 属于灰类 k 的归一化灰色聚类系数.

显然, δ_i^k $(k=1,2,\cdots,s)$ 满足 $\sum_{i=1}^s \delta_i^k = 1$.

定义 2 称 $\delta_i = (\delta_i^1, \delta_i^2, \cdots, \delta_i^s)$ $(i=1,2,\cdots,n)$ 为决策对象 i 的归一化灰色聚类系数向量.

灰色聚类评估结果的不确定性表现在灰色聚类系数向量各分量 σ_i^k $(k=1,2,\cdots,s)$ 或对应的归一化聚类系数向量各分量 δ_i^k $(k=1,2,\cdots,s)$ 取值的接近性上. σ_i 或 δ_i 之各分量取值差异越小, 评估结论就越不确定. 以下关于归一化灰色聚类系数向量 δ_i 的结论对 σ_i 同样适用. 故将 "归一化" 略去.

定义 3 若 $\max\limits_{1\leq k\leq s}\{\delta_i^k\} = \delta_i^{k^*}$, 则称 $\delta_i^{k^*}$ 为灰色聚类系数向量 δ_i 的最大分量 (the maximum component).

当灰色综合聚类系数向量 δ_i 之最大分量的值明显大于其余各分量的值时, 根据 "最大值准则" 易于得到可靠的决策结论. 而当灰色综合聚类系数向量 δ_i 之最大分量取值与其它分量取值区分度很低, 且按照 "最大值准则" 做出的决策与对决策系数向量进行整体评估所得的结论冲突时, 即发生 "最大值准则" 决策悖论.

"最大值准则" 决策悖论求解的基本思路是运用聚核权向量组将聚类系数向量 δ_i 中 k 分量 δ_i^k 前后的若干个分量所包含的支持对象 i 归入灰类 k 的信息聚集到分量 k 处, 从而获得一个融合了相邻分量支撑因素的新的决策系数向量.

聚核权向量组的一般形式如定义 4 所示.

定义 4 设有 s 个不同的决策类别, 实数 $w_k \geq 0$, $k=1,2,\cdots,s$, 令

$$\eta_1 = \frac{1}{\sum_{k=1}^s w_k}(w_s, w_{s-1}, w_{s-2}, \cdots, w_1),$$

$$\eta_2 = \frac{1}{w_{s-1} + \sum_{k=2}^s w_k}(w_{s-1}, w_s, w_{s-1}, w_{s-2}, \cdots, w_2),$$

$$\eta_3 = \frac{1}{w_{s-1} + w_{s-2} + \sum_{k=3}^s w_k}(w_{s-2}, w_{s-1}, w_s, w_{s-1}, \cdots, w_3),$$

$$\cdots$$

$$\eta_k=\frac{1}{\sum_{i=s-k+1}^{s-1}w_i+\sum_{i=k}^{s}w_i}(w_{s-k+1},w_{s-k+2},\cdots,w_{s-1},w_s,w_{s-1},\cdots,w_k),$$

$$\cdots$$

$$\eta_{s-1}=\frac{1}{w_{s-1}+\sum_{k=2}^{s}w_k}(w_2,w_3,\cdots,w_{s-1},w_s,w_{s-1}),$$

$$\eta_s=\frac{1}{\sum_{k=1}^{s}w_k}(w_1,w_2,w_3,\cdots,w_{s-1},w_s),$$

称 η_k $(k=1,2,\cdots,s)$ 为一个聚核权向量组 (weight vector group of kernel clustering), 其中 η_k 称为关于灰类 k 的聚核权向量 (weight vector of kernel clustering).

聚核权向量组 η_k $(k=1,2,\cdots,s)$ 中的 s 个聚核权向量 $\eta_k=(\eta_k^1,\eta_k^s,\cdots,\eta_k^s)$ $(k=1,2,\cdots,s)$ 均由数乘向量构成, 其中数乘因子的作用是保证每个聚核权向量 η_k $(k=1,2,\cdots,s)$ 为归一化向量. 向量部分的第 k 个分量为 w_s, 是 η_k $(k=1,2,\cdots,s)$ 的最大分量, 以 w_s 为中心, 其两侧的分量取值依次递减, 体现了第 k 个分量对决策对象属于类别 k 的贡献或支持度最大, 因此被赋予最大的权重 w_s. 其它各分量的值则按 "与第 k 个分量距离越近的分量对决策对象属于类别 k 的贡献或支持度越大, 因而被赋予较大的权重; 与第 k 个分量距离越远的分量对决策对象属于类别 k 的贡献或支持度越小, 因而被赋予较小的权重" 的原则设定.

聚核权向量组的作用就是将聚类系数向量 δ_i 中核 δ_i^k 前后的若干个分量所包含的支持对象 i 归入灰类 k 的信息聚集到分量 k 处, 所得结果融合了与 δ_i^k 相邻的分量关于对象 i 归入灰类 k 的支持信息, 这时对经过聚核权向量组作用后所得新的决策系数向量进行整体评估所得的结论与按照 "最大值准则" 做出的决策完全一致.

3 聚核加权决策系数向量与“最大值准则”决策悖论求解模型

定义 5 设有 n 个决策对象, s 个不同的决策类别, δ_i 为灰色综合聚类系数向量, η_k $(k=1,2,\cdots,s)$ 为关于灰类 k 的聚核权向量组, 则称 $\omega_i^k=\eta_k\cdot\delta_i^{\mathrm{T}}$ $(k=1,2,\cdots,s)$ 为对象 i 关于灰类 k 的聚核加权决策系数 (weighted coefficient of kernel clustering for decision-making). 并称 $\omega_i=(\omega_i^1,\omega_i^2,\cdots,\omega_i^s)$; $i=1,2,\cdots,n$ 为对象 i 的聚核加权决策系数向量 (weighted coefficient vector of kernel clustering for decision-making).

聚核加权决策系数 $\omega_i^k=\eta_k\cdot\delta_i^{\mathrm{T}}$ $(k=1,2,\cdots,s)$ 中融合了聚类系数向量 δ_i 中分量 δ_i^k 前后的若干个分量所包含的支持对象 i 归入灰类 k 的信息, 因此对聚核加权决策系数向量 $\omega_i=(\omega_i^1,\omega_i^2,\cdots,\omega_i^s)$ $(i=1,2,\cdots,n)$ 进行整体评估所得的结论与按照 "最大值准则" 做出的决策能够保持一致.

据此, 我们可以得到分两个阶段执行的 "最大值准则" 决策悖论求解模型的建模步骤如下:

Stage 1

Step 1 按照综合评价要求划分的灰类数 s, 分别确定灰类 1、灰类 s 的转折点 λ_j^1, λ_j^s 和灰类 k $(k\in\{2,3,\cdots,s-1\})$ 的中心点 $\lambda_j^2,\lambda_j^3,\cdots,\lambda_j^{s-1}$; 设定 j 指标 k 子类可能度函数 $f_j^k(*)$ $(j=1,2,\cdots,m;k=1,2,\cdots,s)$.

其中灰类 1 和灰类 s 的可能度函数分别取为下限测度可能度函数 $f_j^1[-,-,\lambda_j^1,\lambda_j^2]$ 和上限测度可能度函数 $f_j^s[\lambda_j^{s-1},\lambda_j^s,-,-]$, 灰类 k $(k\in\{2,3,\cdots,s-1\})$ 的可能度函数均取为三角可能度函数;

Step 2 确定每个指标的聚类权 w_j, $j=1,2,\cdots,m$;

Step 3 计算对象 i 关于灰类 k 的灰色聚类系数 σ_i^k:

$$\sigma_i^k=\sum_{j=1}^{m}f_j^k(x_{ij})\cdot w_j.$$

其中 $f_j^k(x_{ij})$ 为对象 i 在指标 j 下属于灰类 k 的可能度函数, w_j 为指标 j 在灰色评估决策中的权重.

Step 4 计算决策对象 i 属于灰类 k 的归一化灰色聚类系数 δ_i, 其中 $\delta_i^k=\frac{\sigma_i^k}{\sum_{k=1}^{s}\sigma_i^k}$,

Step 5 由 $\max\limits_{1\le k\le s}\{\delta_i^k\}=\delta_i^{k^*}$, 若最大分量 $\delta_i^{k^*}$ 的值明显大于其余各分量的值, 则判定对象 i 属于 k^* 灰类. 运算终止; 否则转向 Step 6;

Step 6 若最大分量 $\delta_i^{k^*}$ 取值与其它分量取值区分度很低, 且按照 “最大值准则” 做出的决策与对决策系数向量进行整体评估所得的结论冲突, 发生 “最大值准则” 决策悖论, 则转向 Step 7;

Stage 2

Step 7 确定聚核权向量组 $(\eta_1, \eta_2, \cdots, \eta_s)$;

Step 8 计算决策对象 i 关于灰类 k 的聚核加权决策系数向量 $\omega_i = (\omega_i^1, \omega_i^2, \cdots, \omega_i^s)$; $i = 1, 2, \cdots, n$;

Step 9 由 $\max\limits_{1\le k\le s}\{\omega_i^k\} = \omega_i^{k^*}$, 判定对象 i 属于 k^* 灰类;

4 实用聚核权向量组的构造

命题 1 设

$$
\begin{aligned}
&\eta_1 = \frac{2}{s(s+1)}(s, s-1, s-2, \cdots, 1),\\
&\eta_2 = \frac{1}{\frac{s(s+1)}{2} + (s-2)}(s-1, s, s-1, s-2, \cdots, 2),\\
&\eta_3 = \frac{1}{\frac{s(s+1)}{2} + (2s-6)}(s-2, s-1, s, s-1, \cdots, 3),\\
&\cdots\\
&\eta_k = \left\{\frac{1}{\frac{s(s+1)}{2} + [(k-1)s - \frac{k(k-1)}{2}]}\right\}(s-k+1, s-k+2, \cdots, s-1, s, s-1, \cdots, k),\\
&\cdots\\
&\eta_{s-1} = \frac{2}{\frac{s(s+1)}{2} + (s-2)}(2, 3, \cdots, s-1, s, s-1),\\
&\eta_s = \frac{2}{s(s+1)}(1, 2, 3, \cdots, s-1, s),
\end{aligned}
$$

则 η_k $(k = 1, 2, \cdots, s)$ 为一个聚核权向量组.

命题 2 设

$$
\begin{aligned}
&\eta_1 = \frac{1}{\sum_{k=1}^{s}\frac{1}{k}}\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \cdots, \frac{1}{s-1}, \frac{1}{s}\right),\\
&\eta_2 = \left(\frac{1}{\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{s-1}\frac{1}{k}}\right)\left(\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \cdots, \frac{1}{s-1}\right),\\
&\eta_3 = \left(\frac{1}{\frac{5}{6} + \sum_{k=1}^{s-2}\frac{1}{k}}\right)\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, \cdots, \frac{1}{s-2}\right),\\
&\cdots\\
&\eta_k = \left\{\frac{1}{\sum_{i=2}^{k}\frac{1}{i} + \sum_{i=1}^{s-k+1}\frac{1}{i}}\right\}\left(\frac{1}{k}, \frac{1}{k-1}, \cdots, \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, \cdots, \frac{1}{s-k+1}\right),\\
&\cdots\\
&\eta_{s-1} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{s-1}\frac{1}{k}}\left(\frac{1}{s-1}, \frac{1}{s-2}, \cdots, \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}\right),\\
&\eta_s = \frac{1}{\sum_{k=1}^{s}\frac{1}{k}}\left(\frac{1}{s}, \frac{1}{s-1}, \cdots, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1\right),
\end{aligned}
$$

则 η_k $(k = 1, 2, \cdots, s)$ 为一个聚核权向量组.

5 应用实例

例 1 以英国高等学校科学研究卓越框架 (research excellence framework, 简称 REF) 为例说明 “最大值准则” 决策悖论及其求解过程.

REF 评价结果分为四个星 (等) 级. 最高为四星级 (世界领先, world-leading), 其次是三星级 (国际优秀,

internationally excellent), 再次为两星级 (国际认可, internationally recognised), 最后是一星级 (全国认可, nationally recognised), 另外还有一个 U 级为未评定星级的情况.

REF 有 3 个评估指标: 研究产出质量、非学术影响与研究环境. 上述三个要素中研究产出质量的权重最大, 占 65%, 非学术影响的权重为 20%, 研究环境的权重为 15%. 最终评估结果按照研究产出质量、学术界之外影响与研究环境三个指标的评价结果计算加权平均值, 然后再经过四舍五入取整数. REF 最终发布的评估结果是各参评单元 (UOA) 不同星级成果所占的比例.

如果要根据各参评单元不同星级成果所占的比例评定各参评单元成果的综合星级, 则属于综合聚类问题. 设第 i 个参评单元的评价结果向量

$$\delta_i=(\delta_i^1,\delta_i^2,\delta_i^3,\delta_i^4,\delta_i^5)=(0.68,0.21,0.06,0.05,0),$$

其中 δ_i^1 为第 i 个参评单元四星级成果所占的比例, δ_i^2 为三星级成果所占的比例, δ_i^3 为二星级成果所占的比例, δ_i^4 为一星级成果所占的比例, δ_i^5 为未评定星级的成果所占的比例.

由 $\max\limits_{1\le k\le 5}\{\delta_i^k\}=0.68=\delta_i^1$, 因最大分量 $\delta_i^1=0.68$ 与其它各分量的值差异显著, 可以认为第 i 个参评单元提交的成果总体上属于四星级.

如果第 j 个参评单元的评价结果向量 $\delta_j=(\delta_j^1,\delta_j^2,\delta_j^3,\delta_j^4,\delta_j^5)=(0.12,0.38,0.40,0.10,0)$.

虽然由 $\max\limits_{1\le k\le 5}\{\delta_j^k\}=0.40=\delta_j^3$, 可以得到最大分量 $\delta_j^3=0.40$, 但 $\delta_j^2=0.38$ 与 $\delta_j^3=0.40$ 差异不明显, 同时再考虑到 $\delta_j^1=0.12$ 的数值也比较大, 此时要判定第 j 个参评单元提交的成果总体上属于二星级似乎依据不够充分.

此时按照 "最大值准则" 进行决策, 应当评定第 j 个参评单元属于二星级; 如果对决策系数向量 $\delta_j=(\delta_j^1,\delta_j^2,\delta_j^3,\delta_j^4,\delta_j^5)=(0.12,0.38,0.40,0.10,0)$ 进行综合评估, 则会认为将第 j 个参评单元归入二星级不合理, 第 j 个参评单元应属于更高星级, 即产生了 "最大值准则" 决策悖论. 这时可以运用本文第 4 节中定义的聚核权向量组将聚类系数向量 δ_j 中 k 分量 δ_j^k 前后若干个分量所包含的支持对象 j 归入灰类 k 的信息聚集到分量 k 处, 从而获得一个融合了相邻分量支撑因素的新的决策系数向量.

采用命题 1 中给出的聚核权向量组. 由 $s=5$, 可得

$$\eta_1=\frac{1}{15}(5,4,3,2,1),\ \eta_2=\frac{1}{18}(4,5,4,3,2),\ \eta_3=\frac{1}{19}(3,4,5,4,3),\ \eta_4=\frac{1}{18}(2,3,4,5,4),\ \eta_5=\frac{1}{15}(1,2,3,4,5).$$

再由 $\omega_j^k=\eta_k\cdot\delta_j^{\mathrm{T}}$, 得

$$\begin{aligned}
\omega_j^1&=\eta_1\cdot\delta_j^{\mathrm{T}}=\frac{1}{15}(5,4,3,2,1)\cdot(0.12,0.38,0.40,0.10,0)^{\mathrm{T}}=0.23,\\
\omega_j^2&=\eta_2\cdot\delta_j^{\mathrm{T}}=\frac{1}{18}(4,5,4,3,2)\cdot(0.12,0.38,0.40,0.10,0)^{\mathrm{T}}=0.24,\\
\omega_j^3&=\eta_3\cdot\delta_j^{\mathrm{T}}=\frac{1}{19}(3,4,5,4,3)\cdot(0.12,0.38,0.40,0.10,0)^{\mathrm{T}}=0.22,\\
\omega_j^4&=\eta_4\cdot\delta_j^{\mathrm{T}}=\frac{1}{18}(2,3,4,5,4)\cdot(0.12,0.38,0.40,0.10,0)^{\mathrm{T}}=0.19,\\
\omega_j^5&=\eta_5\cdot\delta_j^{\mathrm{T}}=\frac{1}{15}(1,2,3,4,5)\cdot(0.12,0.38,0.40,0.10,0)^{\mathrm{T}}=0.16,\\
\omega_j&=(\omega_j^1,\omega_j^2,\omega_j^3,\omega_j^4,\omega_j^5)=(0.23,0.24,0.22,0.19,0.16).
\end{aligned}$$

由 $\max\limits_{1\le k\le 5}\{\omega_j^k\}=0.24=\delta_j^2$, 可知, 从整体上考察, 第 j 个参评单元属于三星级. 此时 $\omega_j^3=0.22$ 已不是 ω_j 的最大分量, 即从整体上考察, 第 j 个参评单元不属于二星级.

如果采用命题 2 给出的聚核权向量组或者其它类型的聚核权向量组, 也可以得到相同的结论.

6 结束语

"最大值准则" 决策悖论求解模型将聚类系数向量 δ_i 视为一个整体进行综合考察, 借助于聚核权向量组解决了决策系数向量最大分量取值与其它分量区分度很低, 且按照 "最大值准则" 做出的决策与对决策系数向量进行整体评估所得的结论冲突时, 即产生 "最大值准则" 决策悖论情形的综合决策问题. 在 REF 评估实例中我们曾尝试运用多种不同的聚核权向量组对聚类系数向量 δ_i 中其它分量所包含的支持对象 i 归入灰类

k 的信息进行融合, 发现由不同聚核权向量组所得聚核加权决策系数向量的最大分量保持不变. 聚核权向量组作为破解 "最大值准则" 决策悖论的重要工具, 关于其性质及其作用特点, 以及各种新型实用聚核权向量组的构造及适用情形等, 皆属于有待进一步深入研究的重要课题.

参考文献

[1] 邓聚龙. 灰色系统基本方法 [M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1986.
Deng J L. On basic methods of grey system[M]. Wuhan: Press of Huazhong University of Science and Technology, 1986.

[2] 刘思峰. 定权灰色聚类评估模型 [M]// 灰色系统新方法. 北京: 农业出版社, 1993.
Liu S F. On grey clustering evaluation model with fixed weight[M]// New Methods of Grey System. Beijing: Agricultural Press, 1993.

[3] 刘思峰, 朱永达, 李炳军. 区域经济评估指标与三角隶属函数评估模型 [J]. 农业工程学报, 1993, 9(2): 8–131.
Liu S F, Zhu Y D, Li B J. Study on triangular model and indexes in synthetic evaluation of regional economy[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 1993, 9(2): 8–131.

[4] 刘思峰, 郭天榜. 灰色系统理论及其应用 [M]. 开封: 河南大学出版社, 1991.
Liu S F, Guo T B. Grey systems theory and its applications[M]. Kaifeng: Henan University Press, 1991.

[5] Liu S F. On index system and mathematical model for evaluation of scientific and technical strength[J]. Kybernetes, 2006, 35(7–8): 1256–1264.

[6] 刘思峰, 谢乃明. 基于改进三角白化权函数的灰评估新方法 [J]. 系统工程学报, 2011, 31(2): 244–250.
Liu S F, Xie N M. A new grey evaluation method based on reformative triangular whitenization weight function[J]. Journal of Systems Engineering, 2011, 31(2): 244–250.

[7] Liu S F, Lin Y. Grey systems: Theory and applications[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2011.

[8] Liu S F, Forrest J, Yang Y J. A brief introduction to grey systems theory[J]. Grey Systems: Theory and Application, 2012, 2(2): 89–104.

[9] 刘思峰, 杨英杰, 吴利丰. 灰色系统理论及其应用 [M]. 7 版. 北京: 科学出版社, 2014.
Liu S F, Yang Y J, Wu L F. Grey systems theory and its applications[M]. 7th ed. Beijing: Science Press, 2014.

[10] Liu S F, Xu B, Forrest J, et al. On uniform effect measure functions and a weighted multi-attribute grey target decision model[J]. The Journal of Grey System, 2013, 25(1): 1–12.

[11] 肖新平, 肖伟. 灰色最优聚类理论模型及其应用 [J]. 运筹与管理, 1997, 6(1): 21–26.
Xiao X P, Xiao W. Optimal grey clustering model and application[J]. Operations Research and Management Science, 1997, 6(1): 21–26.

[12] 熊和金, 陈绵云. 灰色聚类的几个问题 [J]. 系统工程与电子技术, 1999, 21(5): 6–91.
Xiong H J, Chen M Y. Some problems on grey clustering[J]. Systems Engineering and Electronics, 1999, 21(5): 6–91.

[13] 董奋义, 刘俊娟, 刘斌, 等. 灰色综合聚类法的改进及其在河南省农村经济发展水平评价中的应用 [J]. 农业系统科学与综合研究, 2010, 26(4): 478–483.
Dong F Y, Liu J J, Liu B, et al. Improved grey integrated clustering method and its application in the evaluation to rural economic development of Henan province[J]. System Sciences and Comprehensive Studies in Agriculture, 2010, 26(4): 478–483.

[14] 裴玲玲, 陈万明, 沈春光. 灰色聚类评估模型的优化研究 [J]. 内蒙古师范大学学报 (自然科学汉文版), 2012, 41(5): 462–466.
Pei L L, Chen W M, Shen C G. Study on optimization of grey clustering evaluation model[J]. Journal of Inner Mongolia Normal University (Natural Science Edition), 2012, 41(5): 462–466.

[15] 徐卫国, 张清宇, 郭慧, 等. 灰色聚类模型的改进及应用研究 [J]. 数学的实践与认识, 2006, 36(6): 200–205.
Xu W G, Zhang Q Y, Guo H, et al. Improvement and application of grey clustering model in atmospheric quality comprehensive evaluation[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2006, 36(6): 200–205.

[16] 张岐山. 灰聚类分析结果灰性的测度 [J]. 中国管理科学, 2002, 10(1): 54–561.
Zhang Q S. Measure of grey characteristics of grey clustering result[J]. Chinese Journal of Management Science, 2002, 10(1): 54–561.

[17] 党耀国, 刘思峰, 刘斌, 等. 聚类系数无显著性差异下的灰色综合聚类方法研究 [J]. 中国管理科学, 2005, 13(4): 69–73.
Dang Y G, Liu S F, Liu B, et al. Study on the integrated grey clustering method under the clustering coefficient without distinguished difference[J]. Chinese Journal of Management Science, 2005, 13(4): 69–73.

[18] 刘思峰, 方志耕, 杨英杰. 两阶段灰色综合测度决策模型与三角白化权函数的改进 [J]. 控制与决策, 2014, 29(7): 1232–1238.
Liu S F, Fang Z G, Yang Y J. On the two stages decision model with grey synthetic measure and a betterment of triangular whitenization weight function[J]. Control and Decision, 2014, 29(7): 1232–1238.