

基于个人区间复合标度的一致决策模型

黄海燕, 刘晓明

(中国人民解放军陆军工程大学 指挥信息系统学院, 南京 210007)

摘要 为更好地解决一致决策过程中不同决策者的偏好信息表示, 以及一致程度判定等问题, 提出一种基于区间复合标度的二元语义模型, 可实现从词到数值区间的转化过程以及数值区间到词的再转化过程. 提出一种基于个人区间复合标度的一致决策模型, 决策者个人有不同的语言表示模型, 同时突出决策过程中的转化和再转化过程, 可对整个决策过程的一致状态进行判断. 提出的模型考虑了人们思维的模糊性以及认知的差异性, 并为解决复杂的一致决策问题提供了量化模型与评价依据.

关键词 一致决策; 个人区间复合标度; 二元语义; 模糊性

A consensus decision making model with personalized interval composite scales

HUANG Haiyan, LIU Xiaoming

(Institute of Command Information System, Army Engineering University of PLA, Nanjing 210007, China)

Abstract Considering that different people are different in their linguistic preference and in order to determine the consensus state for supporting consensus decision making, this paper first proposes an interval composite scale based 2-tuple linguistic model, which realizes the process of translation from word to interval numerical and the process of retranslation from interval numerical to word. A consensus decision making model with personalized interval composite scales is proposed, which can provide different linguistic representation models for different decision-makers. This model includes a semantic translation and retranslation phase during decision process and determines the consensus state of the whole decision process. These models proposed take into full consideration that human language contains fuzziness and usually real-world preferences are uncertain, and provide efficient computation models to support consensus decision making.

Keywords consensus decision making; personalized interval composite scale; linguistic 2-tuple; fuzziness

1 引言

现实生活中, 人们习惯用自然语言来描述一个具体的问题. 在决策问题中, 使用自然语言短语的形式来表示决策者的决策偏好是一种常见的方法. 近年来, 随着人们逐渐将研究方向从确定性的决策问题转向不确定性问题, 其中关于模糊决策的研究也是当前的一个研究热点.

在模糊决策问题研究中, 词计算^[1] (computing with words, CWW) 的应用比较普遍, 主要体现在两个方面, 即区间二型模糊集的使用^[2-4] 以及多粒度语言模型的使用^[5-7]. 而这两大类基于的前提大都是人们对同一个词语的语义理解是相同的. 但是, 实际情况下, 考虑到人与人之间认知的差异性, 以及思维表达的模

收稿日期: 2017-08-07

作者简介: 黄海燕 (1990-), 女, 江苏盐城人, 博士研究生, 研究方向: 决策理论及方法, E-mail: yanyuyiye@sina.com; 刘晓明 (1956-), 男, 江苏泰州人, 教授, 博士生导师, 研究方向: 决策理论及方法, E-mail: lxmtea2013@sina.cn.

基金项目: 国家自然科学基金 (61174198)

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (61174198)

中文引用格式: 黄海燕, 刘晓明. 基于个人区间复合标度的一致决策模型 [J]. 系统工程理论与实践, 2018, 38(8): 2079-2087.

英文引用格式: Huang H Y, Liu X M. A consensus decision making model with personalized interval composite scales[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2018, 38(8): 2079-2087.

糊性,不同个人对语义的理解是存在偏差的^[8].

现有的研究很少考虑个人的理解差异对决策问题的影响,为此,本文考虑从区间二元语义的角度出发,由于区间二元语义在处理不确定语言信息上具有灵活性,但是其并不能很好地代表决策者的认知态度^[9],所以结合考虑人的心理物理定律的复合标度,提出一种基于区间复合标度的二元语义模型,以更好地表征人与人的认知差异性以及语言短语的模糊性;并进一步规范一致过程,根据 Yager 提出的词计算框架^[10],如图 1 所示,具体研究转化和再转化过程中所要使用的方法,提出适合的一致决策模型,在利用该模型对整个决策过程的一致状态进行判断,提供一个反馈机制,帮助决策者根据决策信息来重新调整方案评价,并且提供算例具体地说明整个决策过程.



图 1 Yager 的 CWW 方案

2 基于复合标度的二元语义模型

本节主要是简单介绍提出的基于复合标度的二元语义模型^[11],为下文提出的区间复合标度提供基础.不同于传统二元语义模型使用 $0 \sim n$ 标度实现信息转换会带来信息损失的问题,提出了更符合人类思维习惯的复合标度,提出了基于复合标度的二元语义模型.具体而言,结合复合标度,仍然使用二元组 (s_i, ρ) 来表示决策者的语言评价信息.

定义 1 语言短语集 S ^[11]

S 为语言短语构成的集合 $\{s_i\}$, 其中 s_i 为语言短语, 其下标 $i \in [0, g]$ 取整数, s_0 和 s_g 分别表示决策者实际使用的评价值的下限和上限, S 中语言短语的数量为 $g + 1$, 即 S 为 $g + 1$ 阶. 本文中的 g 要求为偶数, 同时可根据实际情况将 S 定义为 $3 \sim 9$ 阶, 则 g 取 $2 \sim 8$. 具体地, 视特定情况而定. 以 7 阶为例, $g = 6$, $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\} = \{HC, C, JC, YB, JH, H, HH\}$, 其中 “ HC, C, \dots, HH ” 等符号分别表示 “很差, 差, 较差, 一般, 较好, 好, 很好”.

定义 2 基于复合标度的二元语义评价短语 (s_i, ρ)

设 $s_i \in S$ 是一个语言短语, 其相应的二元组形式可通过下面的函数获得:

$$\theta(s_i) = (s_i, 0), \quad s_i \in S. \quad (1)$$

为了方便地对语言评价信息进行表示, 使用二元组 $(s_i, \rho) \in S' = S \times [-0.5, 0.5]$, 其中 $s_i \in S$, $\rho \in [-0.5, 0.5]$. 此外, 为消除量纲及便于运算, 对评价值 $v \in V$ 进行了归一化处理, 即有 $v \in V = [-1, 1]$, 同时语言集的粒度依据具体的决策属性而定, 这里考虑的是评价短语是对称非均匀的情况, 所以, g 为偶数, $g + 1$ 为语言短语集中元素个数.

定义 3 基于复合标度的评价到二元语义评价短语的映射 $\Delta: V \rightarrow S'$

设实数 $v \in [-1, 1]$ 为具体的语言评价结果值, 则通过下面的函数 Δ 能求得与 v 相应的二元语义评价短语:

$$\Delta: [-1, 1] \rightarrow S \times [-0.5, 0.5],$$

$$\Delta(v) = (s_i, \rho) = \begin{cases} s_i, & i = \begin{cases} \frac{g}{2} + \text{round}(\log_a((a^{\frac{g}{2}} - 1)v + 1)), & 0 \leq v \leq 1, \\ \frac{g}{2} - \text{round}(\log_a(|v|(a^{\frac{g}{2}} - 1) + 1)), & -1 \leq v < 0. \end{cases} \\ \rho = \begin{cases} \log_a((a^{\frac{g}{2}} - 1)v + 1) + \frac{g}{2} - i, & 0 \leq v \leq 1, \\ -\log_a(1 - (a^{\frac{g}{2}} - 1)v) + \frac{g}{2} - i, & -1 \leq v < 0. \end{cases} & \rho \in [-0.5, 0.5]. \end{cases} \quad (2)$$

round 是 “四舍五入” 取整运算.

定义 4 基于复合标度的二元语义评价短语到评价值的映射 $\Delta^{-1}: S' \rightarrow V$

设 (s_i, ρ) 是一个二元语义评价短语, 则通过下面函数 Δ^{-1} 可以将二元语义评价短语 (s_i, ρ) 转化为相应

的数值 $v \in [-1, 1]$, 即:

$$\Delta^{-1} : \mathbf{S} \times [-0.5, 0.5] \rightarrow [-1, 1],$$

$$\Delta^{-1}(s_i, \rho) = v = \begin{cases} \frac{a^{(i+\rho-\frac{g}{2})} - 1}{a^{\frac{g}{2}} - 1}, & \frac{g}{2} \leq i + \rho \leq g, \\ \frac{-a^{(\frac{g}{2}-i-\rho)} + 1}{a^{\frac{g}{2}} - 1}, & 0 \leq i + \rho < \frac{g}{2}. \end{cases} \quad (3)$$

这里 $\Delta^{-1}(s_i, 0)$ 可以用 $\Delta^{-1}(s_i)$ 表示, 即认为 $\Delta^{-1}(s_i, 0) = \Delta^{-1}(s_i)$.

例如, 对应于 $g = 6$, 由上文中的语言短语集 \mathbf{S} 可得其相应的复合标度评价域集合 \mathbf{V} 及映射关系如图 2 所示, 这种非线性表示形式更拟合评价过程中决策主体的实际心理效用值.

<i>HC</i>	<i>C</i>	<i>JC</i>	<i>YB</i>	<i>JH</i>	<i>H</i>	<i>HH</i>
s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6
-1	-0.55	-0.23	0	0.23	0.55	1
($g=6, a=1.4$)						

图 2 复合标度值域 \mathbf{V} 及映射关系示例

该改进的基于复合标度的二元语义评价模型同传统基于 $0 \sim n$ 标度的二元语义评价模型一样提供以下算子, 主要使用比较算子来综合比较评估结果以及使用聚集算子来得到多决策者的综合评价结果, 具体如下:

1) 比较算子: 假设 (s_j, ρ_1) 和 (s_k, ρ_2) 为任意两个二元语义评价短语, 则关于二元语义评价短语的比较有如下规定:

- 若 $j > k$, 则 $(s_j, \rho_1) > (s_k, \rho_2)$, 这里 “>” 表示 “优于”;
- 若 $j = k$,
 - ① $\rho_1 = \rho_2$, 则 $(s_j, \rho_1) = (s_k, \rho_2)$, 这里 “=” 表示 “等于”;
 - ② $\rho_1 > \rho_2$, 则 $(s_j, \rho_1) > (s_k, \rho_2)$, 这里 “>” 表示 “优于”;
 - ③ $\rho_1 < \rho_2$, 则 $(s_j, \rho_1) < (s_k, \rho_2)$, 这里 “<” 表示 “劣于”.

2) 逆算子: $\Delta^{-1}(s_i, \rho) = -\Delta^{-1}(s_{g-i}, -\rho)$.

3) 聚集算子: 使用函数 Δ 和 Δ^{-1} , 再加之以具体的聚集算子 (详见 [12]) 如加权平均算子来处理决策者的二元语义评价信息.

该模型使用的复合标度可以很好地拟合决策者的决策心理, 能够较好地反映决策者的心理状态. 但是我们知道现实很多情况下的语言评价是模糊的, 并不能够提供精准的评价值, 所以提出了一种结合区间数值标度和复合标度 (区间复合标度) 的二元语义模型, 以区间的形式表示决策者思维的模糊性.

3 基于区间复合标度的二元语义模型

基于上文提出的二元语义模型, 考虑到语言本身的模糊性, 本文结合该区间数值标度^[1,13,14] 以及我们提出的复合标度, 提出了区间复合标度的概念, 以及在此基础上提出基于区间复合标度的二元语义模型. 该模型可实现从词到数值区间的转化过程以及数值区间到词的再转化过程, 一定程度上体现了人们思维的模糊性以及决策问题的复杂性. 下面, 首先对区间复合标度进行定义.

定义 5 关于 \mathbf{S} 的区间复合标度 $ICS : \mathbf{S} \rightarrow \mathbf{M}$

假定 $\mathbf{S} = \{s_i | i = 0, 1, 2, \dots, g\}$ 为语言短语集, $\mathbf{M} = \{[A_L, A_R] | A_L, A_R \in [-1, 1], A_L \leq A_R\}$ 是 $[-1, 1]$ 上的一组区间值. 函数 $ICS : \mathbf{S} \rightarrow \mathbf{M}$ 被定义为 \mathbf{S} 的区间数值标度, $ICS(s_i)$ 被称为 s_i 的区间复合值.

如果 $ICS(s_i) = [A_L^i, A_R^i]$, 则函数 ICS_L 和 ICS_R 定义如下: $ICS_L(s_i) = A_L^i$ 和 $ICS_R(s_i) = A_R^i$. 结合前文提出的复合标度思路, 本文考虑的是对称非均匀语言短语的情况, 具体满足以下条件:

- 1) $\Delta^{-1}(s_i, -0.5) \leq A_L^i \leq \Delta^{-1}(s_i), i = 1, \dots, g$, 及 $A_L^0 = -1$;
- 2) $\Delta^{-1}(s_i) \leq A_R^i \leq \Delta^{-1}(s_{i+1}, -0.5), i = 0, 1, \dots, g-1$, 及 $A_R^g = 1$;
- 3) $A_L^i + A_R^{g-i} = 0, i = 0, 1, \dots, g$;
- 4) $A_R^i - \Delta^{-1}(s_i) \leq A_R^{i+1} - \Delta^{-1}(s_{i+1})$, 其中 $g/2 \leq i \leq g-2$;
- 5) $\Delta^{-1}(s_i) - A_L^i \leq \Delta^{-1}(s_{i+1}) - A_L^{i+1}$, 其中 $g/2 \leq i \leq g-1$.

所以, 区间复合标度 ICS 是有序的, 即, 如果 $ICS_L(s_i) < ICS_L(s_{i+1})$ 且 $ICS_R(s_i) < ICS_R(s_{i+1})$.

下面对基于区间复合标度的二元语义模型进行相关介绍.

定义 6 关于 S' 的区间复合标度 $ICS' : S' \rightarrow M$

对于 $(s_i, \rho) \in S'$, 其中 $s_i \in S$, $\rho \in [-0.5, 0.5]$. 基于区间复合标度的二元语义评价短语到区间值的映射, 即关于 S' 的区间复合标度被定义为

$$ICS'((s_i, \rho)) = [A_L, A_R]. \quad (4)$$

其中

$$A_L = \begin{cases} \Delta^{-1}(s_i, \rho) + (1 - \rho) \times (A_L^i - \Delta^{-1}(s_i)) + \rho(A_L^{i+1} - \Delta^{-1}(s_{i+1})), & \rho \geq 0, \\ \Delta^{-1}(s_i, \rho) + (1 + \rho) \times (A_L^i - \Delta^{-1}(s_i)) - \rho(A_L^{i-1} - \Delta^{-1}(s_{i-1})), & \rho < 0, \end{cases} \quad (5)$$

$$A_R = \begin{cases} \Delta^{-1}(s_i, \rho) + (1 - \rho) \times (A_R^i - \Delta^{-1}(s_i)) + \rho(A_R^{i+1} - \Delta^{-1}(s_{i+1})), & \rho \geq 0, \\ \Delta^{-1}(s_i, \rho) + (1 + \rho) \times (A_R^i - \Delta^{-1}(s_i)) - \rho(A_R^{i-1} - \Delta^{-1}(s_{i-1})), & \rho < 0. \end{cases} \quad (6)$$

且该定义同时满足收敛性, 即 $\lim_{\rho \rightarrow 0.5} ICS'_L((s_i, \rho)) = ICS'_L((s_{i+1}, -0.5))$, 同理, $\lim_{\rho \rightarrow 0.5} ICS'_R((s_i, \rho)) = ICS'_R((s_{i+1}, -0.5))$.

关于区间复合标度 ICS' , 具有以下结论^[13]:

- 1) $ICS'_L((s_i, \rho)) = -ICS'_R((s_{g-i}, -\rho))$.
- 2) 如果 ICS 关于 S 是有序的, 则 ICS' 关于 S' 也是有序的.
- 3) 如果 ICS 关于 S 是有序的, 则 ICS'_L, ICS'_R, ICS' 是双射 (一一映射) 函数.

由结论 3 可知, 如果 ICS 关于 S 是有序的, 则 ICS', ICS'_L, ICS'_R 的逆运算是存在的. 我们将其逆运算设为 $ICS^{-1}, ICS_L^{-1}, ICS_R^{-1}$.

设 $I = \{A | A = ICS(s), s \in S'\}$ 为区间复合标度 ICS' 的取值范围. 由结论 3 可得:

如果 ICS 关于 S 是有序的, 则 $ICS^{-1}(A) = ICS_L^{-1}(A_L) = ICS_R^{-1}(A_R)$, 对于任意 $A = [A_L, A_R] \in I$.

下面具体对区间复合标度的逆运算进行定义.

定义 7 ICS' 的逆运算 ICS^{-1}

假定 $S = \{s_i | i = 0, 1, 2, \dots, g\}$ 为语言短语集, ICS' 是关于 S' 的有序区间复合标度, 以及 $M = \{[A_L, A_R] | A_L, A_R \in [-1, 1], A_L \leq A_R\}$ 为 $[-1, 1]$ 上的一组区间值. 基于区间复合标度的区间值到二元语义评价短语的映射, 可表示为 ICS' 的逆运算 ICS^{-1} 被定义为:

$$ICS^{-1} : M \rightarrow S'. \quad (7)$$

其中, 对于任意 $A \in M$, 有 $ICS^{-1}(A) = s$, 且

$$d(A, ICS'(s)) = \min_{x \in S'} d(A, ICS'(x)). \quad (8)$$

这里 d 是关于区间的距离函数, 本文所使用的是欧氏距离, 即 $d([a, b], [c, d]) = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$, 它通常被应用于词计算的再转化过程中^[10].

下面主要对 ICS', ICS^{-1} 的计算加以举例说明.

例 1 设有 $S = \{s_0, s_1, \dots, s_6\}$, 有 $ICS(s_0) = [-1, -0.8]$, $ICS(s_1) = [-0.65, -0.51]$, $ICS(s_2) = [-0.35, -0.22]$, $ICS(s_3) = 0$, $ICS(s_4) = [0.22, 0.35]$, $ICS(s_5) = [0.51, 0.65]$, $ICS(s_6) = [0.8, 1]$.

1) 求二元组 $(s_4, 0.2)$ 的区间复合值为 $ICS'((s_4, 0.2)) = [A_L, A_R]$, 具体根据式 (5) 得:

$$A_L = \Delta^{-1}(s_4, 0.2) + (1 - 0.2)(0.22 - \Delta^{-1}(s_4)) + 0.2(0.51 - \Delta^{-1}(s_5)) = 0.2697.$$

同理, 根据式 (6) 得:

$$A_R = \Delta^{-1}(s_4, 0.2) + (1 - 0.2)(0.35 - \Delta^{-1}(s_4)) + 0.2(0.65 - \Delta^{-1}(s_5)) = 0.4017.$$

所以, 得 $ICS'((s_4, 0.2)) = [A_L, A_R] = [0.2697, 0.4017]$.

2) 求 $ICS^{-1}([0.5, 0.7])$, 结合 ICS' 的有序性, 根据式 (7) 和式 (8), 得:

$$\min_{x \in S'} d([0.5, 0.7], ICS'(x)) = d([0.5, 0.7], ICS'(s_5, 0.0910)) = 0.0015.$$

所以, 可得 $ICS^{-1}([0.5, 0.7]) = (s_5, 0.0910)$.

4 基于个人 ICS 的一致决策模型

根据上文提出的基于区间复合标度的二元语义模型, 下面具体介绍其在整个一致决策过程中所发挥的作用, 及整个一致决策过程. 该过程主要包括语义转化过程、聚集过程、语义再转化过程以及一致过程. 在整个一致决策过程中, 考虑到每个人对语义理解不同, 即词对不同的人意味着不尽相同的数值含义, 所以整个决策过程中决策者个人所对应的 ICS 都是不尽相同的. 下文所考虑的基于个人区间复合标度 (ICS) 的一致决策模型, 其中相关区间复合标度的性质与上文相一致.

4.1 基于个人 ICS 的一致决策模型

设有语言短语集 $S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$, 备选方案集 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. 决策者集 $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$, 其权重向量为 $W_d = \{w_d^1, w_d^2, \dots, w_d^m\}$, 且 $w_d^k \in [0, 1]$, $\sum_{k=1}^m w_d^k = 1$. $P = (p_{ki})_{m \times n}$ 是决策者 e^k 关于方案 x_i 所表达语言偏好矩阵.

1) 语义转化过程

根据上文提出的模型, 已知决策者 e^k 关于 S 的有序区间复合标度 ICS^k , 利用 ICS^k 进行转化决策者的语言偏好关系 P , 获得个人的区间模糊偏好矩阵 $\tilde{V} = (\tilde{v}_{ki})_{m \times n}$, 其中 $\tilde{v}_{ki} = [v_{ki}^-, v_{ki}^+] = ICS^k(p_{ki})$ ($k = 1, 2, \dots, m$).

2) 聚集过程

得到 $\tilde{V} = (\tilde{v}_{ki})_{m \times n}$ 后, 可通过加权平均算子或者其他权重算子来聚集决策者们的偏好, 获得综合区间模糊偏好关系矩阵 $\tilde{V}^c = [\tilde{v}_1^c, \tilde{v}_2^c, \dots, \tilde{v}_n^c]$. 本文主要使用加权平均算子, 具体如下:

$$\tilde{v}_i^c = [v_i^{c-}, v_i^{c+}] = \left[\sum_{k=1}^m w_d^k \cdot v_{ki}^-, \sum_{k=1}^m w_d^k \cdot v_{ki}^+ \right]. \quad (9)$$

根据综合结果值, 即 \tilde{v}_i^c 的大小可以用于评判方案的好坏.

3) 语义再转化过程

已知 \tilde{V}^c , 可根据区间复合标度的逆运算, 求得相对于决策者 e^k 的个人语言理解, $\tilde{V}_k^{c,-1} = \{ICS^{k,-1}(\tilde{v}_1^c), ICS^{k,-1}(\tilde{v}_2^c), \dots, ICS^{k,-1}(\tilde{v}_n^c)\}$, 其中 $ICS^{k,-1}(\tilde{v}_i^c) = (s_{l_{i,k}^c}, \rho_{i,k}^c)$ 表示关于方案 x_i 的综合评价结果 \tilde{v}_i^c , 决策者 e^k 的个人语言理解. 设 $ss \in S'$, 且 $\varphi_p(ss)$ 被定义为 ss 的位置函数. 即, 如果 $ss = (s_i, \rho)$, 则 $\varphi_p(ss) = i$, 也可直接表示为 $\varphi_p(s_i) = i$. 根据这一位置函数 φ_p , 可得每一结果值相对于 S 的位置集合, $L_k^c = \{\varphi_p(s_{l_{1,k}^c}), \varphi_p(s_{l_{2,k}^c}), \dots, \varphi_p(s_{l_{n,k}^c})\} = \{l_{1,k}^c, l_{2,k}^c, \dots, l_{n,k}^c\}$.

4) 一致过程

在这一过程, 主要包含计算一致程度、控制一致状态和反馈机制.

① 计算一致程度

上文已知综合评价结果 $\tilde{V}^c = [\tilde{v}_1^c, \tilde{v}_2^c, \dots, \tilde{v}_n^c]$, 及偏好矩阵 P , 根据上文提出的关于 S 的位置函数 φ_p , 可得决策者 e^k 的个人评价结果值相对于 S 的位置集合, $L^k = \{\varphi_p(s_{l_1^k}), \varphi_p(s_{l_2^k}), \dots, \varphi_p(s_{l_n^k})\} = \{l_1^k, l_2^k, \dots, l_n^k\}$, 将其与综合评价结果 $L_k^c = \{\varphi_p(s_{l_{1,k}^c}), \varphi_p(s_{l_{2,k}^c}), \dots, \varphi_p(s_{l_{n,k}^c})\} = \{l_{1,k}^c, l_{2,k}^c, \dots, l_{n,k}^c\}$ 进行比较.

一致决策过程中, 定义以下三种性质的一致程度.

定义 8 决策过程一致程度 δ_{con}

决策者 e^k 关于方案 x_i 的评价, 与整体评价的一致程度 $\delta_{i,k}$ 定义如下:

$$\delta_{i,k} = 1 - \frac{|l_{i,k}^c - l_i^k|}{g}. \quad (10)$$

其中, $\delta_{i,k} \in [0, 1]$, 值越高, 表示决策者 e^k 关于方案 x_i 与整体评价间越一致.

决策者 e^k 关于所有方案的评价, 与整体评价的一致程度 δ_k 定义如下:

$$\delta_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_{i,k}. \quad (11)$$

其中, $\delta_k \in [0, 1]$, 值越高, 表示决策者 e^k 关于所有方案与整体评价间越一致.

整个决策过程一致程度, 可定义为所有决策者关于所有方案的评价的一致水平, 具体如下:

$$\delta_{\text{con}} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \delta_k. \tag{12}$$

其中, $\delta_{\text{con}} \in [0, 1]$, 值越高, 决策过程一致程度越高, 决策者之间越一致.

②控制一致状态

当一致程度 δ_{con} 满足最小一致阈值 δ_{thrd} 时, 即 $\delta_{\text{con}} \geq \delta_{\text{thrd}}$, 一致过程结束, 即可通过已求得的综合评价 Z^c 来对方案进行选择. 否则, 当 $\delta_{\text{con}} < \delta_{\text{thrd}}$ 时, 提供一个反馈机制, 并提供相关建议供决策者参考. 决策者根据新掌握的决策信息进行一番思考做出一定调整后, 继续进入新一轮的决策过程, 如此反复. 直到一致程度 δ_{con} 满足最小一致阈值 δ_{thrd} , 或者达到最大回合数 $MaxRound$, 即结束该过程. 其中, $MaxRound$ 是为了避免一致过程无休止的进行而提出的, 且最小一致阈值 δ_{thrd} 和最大回合数 $MaxRound$ 可结合领域专家的意见及实际经验后给出.

③反馈机制

该环节主要是通过比较决策者个人与整体之间对方案的评价, 以方便找出决策过程中的冲突所在.

首先, 确定需要调整的决策者集 ED :

$$ED = \{e^k | \delta_k < \delta_{\text{thrd}}\}. \tag{13}$$

其次, 确定决策者 e^k 需要调整的具体评价方案集 EDX_k :

$$EDX_k = \{p_{ki} | e^k \in ED \wedge \delta_{i,k} < \delta_{\text{thrd}} \wedge \varphi_p(p_{ki}) \neq \varphi_p(s_{i,k}^c)\}. \tag{14}$$

再次, 针对每一个 EDX_k , 提出具体的调整建议以供决策者参考:

- (i) 如果 $\varphi_p(p_{ki}) > \varphi_p(s_{i,k}^c)$, 那么决策者 e^k 可减少关于方案 x_i 的语言评价价值 p_{ki} .
- (ii) 如果 $\varphi_p(p_{ki}) < \varphi_p(s_{i,k}^c)$, 那么决策者 e^k 可增加关于方案 x_i 的语言评价价值 p_{ki} .

最后, 调整形成新的个人语言偏好后, 重新进行新一轮的决策过程.

4.2 基于个人 ICS 的一致决策模型具体算例

设有评审决策专家集 $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$, 需要对一套评审方案进行评价, 备选方案集 $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$. 设语言短语集为 $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\} = \{HC, C, JC, YB, JH, H, HH\}$. 决策者 e^k 关于方案 x_i 所表达语言偏好关系矩阵 $P = (p_{ki})_{m \times n}$ 通过语言短语集 S 来表示. 在此基础上, 设决策者集的权重向量为 $W_d = \{0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2\}$. 具体的每一个决策者的关于方案所表达的语言偏好关系矩阵如下所示:

$$P = \begin{pmatrix} s_4 & s_5 & s_4 & s_6 \\ s_5 & s_4 & s_3 & s_5 \\ s_4 & s_5 & s_3 & s_5 \\ s_4 & s_4 & s_3 & s_5 \\ s_5 & s_5 & s_4 & s_4 \end{pmatrix}.$$

考虑每一决策专家的个人语义理解的不同, 表 1 具体给出每一决策专家所对应的区间复合标度 ICS^k .

表 1 决策者个人的区间复合标度

ICS^k	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6
e^1	$[-1, -0.8]$	$[-0.64, -0.46]$	$[-0.28, -0.18]$	$[-0.04, 0.04]$	$[0.18, 0.28]$	$[0.46, 0.64]$	$[0.8, 1]$
e^2	$[-1, -0.85]$	$[-0.62, -0.45]$	$[-0.25, -0.17]$	$[-0.02, 0.02]$	$[0.17, 0.25]$	$[0.45, 0.62]$	$[0.85, 1]$
e^3	$[-1, -0.87]$	$[-0.65, -0.47]$	$[-0.29, -0.19]$	$[-0.03, 0.03]$	$[0.19, 0.29]$	$[0.47, 0.65]$	$[0.87, 1]$
e^4	$[-1, -0.82]$	$[-0.61, -0.43]$	$[-0.25, -0.16]$	$[-0.03, 0.03]$	$[0.16, 0.25]$	$[0.43, 0.61]$	$[0.82, 1]$
e^5	$[-1, -0.86]$	$[-0.63, -0.47]$	$[-0.27, -0.18]$	$[-0.04, 0.04]$	$[0.18, 0.27]$	$[0.47, 0.63]$	$[0.86, 1]$

1) 语义转化过程

由偏好关系矩阵和 ICS, 可知其区间模糊偏好关系矩阵 \tilde{V} 为:

$$\tilde{V} = \begin{pmatrix} [0.18, 0.28] & [0.46, 0.64] & [0.18, 0.28] & [0.8, 1] \\ [0.45, 0.62] & [0.17, 0.25] & [-0.02, 0.02] & [0.45, 0.62] \\ [0.19, 0.29] & [0.47, 0.65] & [-0.03, 0.03] & [0.47, 0.65] \\ [0.16, 0.25] & [0.16, 0.25] & [-0.03, 0.03] & [0.43, 0.61] \\ [0.47, 0.63] & [0.47, 0.63] & [0.18, 0.27] & [0.18, 0.27] \end{pmatrix}.$$

2) 聚集过程

根据式 (9), 如下所示:

$$\tilde{v}_i^c = [v_i^{c-}, v_i^{c+}] = \left[\frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 v_{ki}^{k-}, \frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 v_{ki}^{k+} \right].$$

得综合区间模糊偏好关系矩阵 \tilde{V}^c :

$$\tilde{V}^c = \begin{pmatrix} [0.292, 0.418] & [0.346, 0.484] & [0.056, 0.126] & [0.466, 0.630] \end{pmatrix}.$$

得到的方案综合排序为 $x_4 \succ x_2 \succ x_1 \succ x_3$.

3) 语义再转化过程

已知 \tilde{V}^c , 可根据区间复合标度的逆运算, 求得综合结果相对于各决策者的个人语言理解, 即相对 S 的位置集合, 具体如表 2.

表 2 决策者关于综合结果的个人理解

决策者	个人语言理解	位置集合
e^1	$\tilde{V}_1^{c,-1} = \{(s_4, 0.4299), (s_5, -0.3837), (s_3, 0.4347), (s_5, -0.0075)\}$	$L_1^c = \{4, 5, 3, 5\}$
e^2	$\tilde{V}_2^{c,-1} = \{(s_4, 0.4880), (s_5, -0.3322), (s_3, 0.4815), (s_5, 0.0407)\}$	$L_2^c = \{4, 5, 3, 5\}$
e^3	$\tilde{V}_3^{c,-1} = \{(s_4, 0.3981), (s_5, -0.4136), (s_3, 0.4166), (s_5, -0.0339)\}$	$L_3^c = \{4, 5, 3, 5\}$
e^4	$\tilde{V}_4^{c,-1} = \{(s_5, -0.4834), (s_5, -0.2998), (s_3, 0.4899), (s_5, 0.0864)\}$	$L_4^c = \{5, 5, 3, 5\}$
e^5	$\tilde{V}_5^{c,-1} = \{(s_4, 0.4415), (s_5, -0.3753), (s_3, 0.4457), (s_5, -0.0047)\}$	$L_5^c = \{4, 5, 3, 5\}$

4) 一致过程

① 计算一致程度

已知个人对方案的偏好评价矩阵 P , 即有表 3 决策者个人关于方案的偏好.

表 3 决策者关于方案的偏好

决策者	位置集合	个人排序
e^1	$L^1 = \{4, 5, 4, 6\}$	$x_4 \succ x_2 \succ x_1 \sim x_3$
e^2	$L^2 = \{5, 4, 3, 5\}$	$x_1 \sim x_4 \succ x_2 \succ x_3$
e^3	$L^3 = \{4, 5, 3, 5\}$	$x_2 \sim x_4 \succ x_1 \succ x_3$
e^4	$L^4 = \{4, 4, 3, 5\}$	$x_4 \succ x_1 \sim x_2 \succ x_3$
e^5	$L^5 = \{5, 5, 4, 4\}$	$x_1 \sim x_2 \succ x_3 \sim x_4$

其次, 计算决策过程一致程度 δ_{con} , 首先计算决策者 e^k 关于方案 x_i 的评价, 与整体评价的一致程度 $\delta_{i,k}$, 具体结果如下:

$$\begin{aligned} \{\delta_{1,1}, \delta_{2,1}, \delta_{3,1}, \delta_{4,1}\} &= \{1, 1, 0.8333, 0.8333\}, \\ \{\delta_{1,2}, \delta_{2,2}, \delta_{3,2}, \delta_{4,2}\} &= \{0.8333, 0.8333, 1, 1\}, \\ \{\delta_{1,3}, \delta_{2,3}, \delta_{3,3}, \delta_{4,3}\} &= \{1, 1, 1, 1\}, \\ \{\delta_{1,4}, \delta_{2,4}, \delta_{3,4}, \delta_{4,4}\} &= \{0.8333, 0.8333, 1, 1\}, \\ \{\delta_{1,5}, \delta_{2,5}, \delta_{3,5}, \delta_{4,5}\} &= \{0.8333, 1, 0.8333, 0.8333\}. \end{aligned}$$

决策者 e^k 关于所有方案的评价, 与整体评价的一致程度 δ_k , 如下:

$$\{\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5\} = \{0.9167, 0.9167, 1, 0.9167, 0.8750\}.$$

最后, 求得整个决策过程一致程度 δ_{con} :

$$\delta_{con} = 0.9250.$$

② 控制一致状态

本例中, 如果设最小一致阈值 $\delta_{thrd} = 0.85$, 则该决策过程结束, 最终的方案排序为 $x_4 \succ x_2 \succ x_1 \succ x_3$.

如果设最小一致阈值 $\delta_{thrd} = 0.95$, 求得的一致程度 $\delta_{con} < \delta_{thrd}$, 所以提供反馈机制, 详见下一步, 将继续进行一致决策.

③ 反馈机制

首先, 确定需要调整的决策者集 ED :

$$ED = \{e^1, e^2, e^4, e^5\}.$$

其次, 确定决策者 e^k 需要调整的具体评价方案集 EDX_k :

$$EDX_1 = \{p_{13}, p_{14}\},$$

$$EDX_2 = \{p_{21}, p_{22}\},$$

$$EDX_4 = \{p_{41}, p_{42}\},$$

$$EDX_5 = \{p_{51}, p_{53}, p_{54}\}.$$

再次, 针对每一个 EDX_k , 提出具体的调整建议以供决策者参考, 下面是其中一种可能:

$$P' = \begin{pmatrix} s_4 & s_5 & s_4 & s_5 \\ s_5 & s_4 & s_3 & s_5 \\ s_4 & s_5 & s_3 & s_5 \\ s_5 & s_4 & s_3 & s_5 \\ s_4 & s_5 & s_4 & s_4 \end{pmatrix}.$$

最后, 决策者根据新收集的决策信息进行充分交换信息, 确保决策过程中充分沟通, 做出一定调整后, 形成新的个人语言偏好后, 重新进行语义转化过程、聚集过程、语义再转化过程和一致过程, 直到满足最小一致阈值或达到最大循环数.

4.3 分析比较

将考虑个人差异的基于区间复合标度的二元语义模型与第 2 节中的基于复合标度的二元语义模型进行分析比较, 设 r_1, r_2, r_3 和 r_4 为决策者 e^1, e^2, e^3 和 e^4 提供的语言偏好短语, 设 $r_1 = s_4, r_2 = s_4, r_3 = s_5, r_4 = s_5$, 决策者权重为 $W = \{1/4, 1/4, 1/4, 1/4\}$, 已知 ICS^k 如 4.2 节所示, 则比较结果如表 4 所示.

表 4 模型间的分析比较

	个人评价比较	综合结果
基于复合标度	$r_1 \sim r_2 < r_3 \sim r_4$	$(s_5, -0.4581)$
基于个人 ICS	$r_2 < r_1 < r_4 < r_3$	$(s_5, -0.4903), (s_5, -0.4350), (s_4, 0.4788), (s_5, -0.4047)$

表 4 中, 使用基于复合标度的二元语义模型进行比较个人评价, 得到 $r_1 \sim r_2 < r_3 \sim r_4$; 而使用本文提出的考虑个人差异的 ICS 模型, 得到的个人评价为 $r_2 < r_1 < r_4 < r_3$. 可以发现, 由于考虑到不同的人有不同的语义理解, 因此会有别于传统意义上的排序情况. 提出的模型相较于基于复合标度的二元语义模型, 可以更好地进行区分方案. 此外, 使用基于复合标度的二元语义模型而形成的综合结果是 $(s_5, -0.4581)$, 而使用个性化 ICS 模型之后, 由于每个人对于语言短语有着不同的数值含义, 最后的综合结果相对于个人也有不一样的理解, 对于决策者 e^1 为 $(s_5, -0.4903)$, 对于决策者 e^2 为 $(s_5, -0.4350)$, 对于决策者 e^3 为 $(s_4, 0.4788)$, 对于决策者 e^4 为 $(s_5, -0.4047)$, 可以发现对于决策者 e^3 , 该结果的语言偏好程度不同于其他三者. 因此, 可以发现提出的个性化 ICS 模型考虑了人思维的模糊性以及差异性特征, 将这些特征尝试着模型化, 从而便于计算, 进而可相对有效地区分方案, 能够较好地应用于很多实际的决策问题.

5 总结与展望

考虑到人与人之间认知的差异性, 以及思维表达的模糊性, 每个人对语义理解不同. 本文首先提出了基于区间复合标度的二元语义模型, 该模型考虑了人的心理物理状态, 可实现从词到数值区间的转化过程以及数值区间到词的再转化过程, 一定程度上体现了人们思维的模糊性以及决策问题的复杂性; 其次, 充分考虑每个人对语义理解的差异性, 提出了基于个人 ICS 的一致决策模型, 充分考虑决策者个人使用不同的语言表示模型, 突出决策过程中的语义转化和再转化过程, 同时可对整个决策者的一致状态进行判断, 以及提供反馈机制, 辅助决策者根据决策信息来重新调整方案评价, 并且分析比较提出模型的优势.

本文研究的每一决策者所对应的区间复合标度都是根据一些专家经验来给出缺乏一定的理论基础, 未来将进一步研究个人语义理解的表示生成问题, 完整决策过程的每一环节.

参考文献

- [1] Li C C, Dong Y C, Herrera F, et al. Personalized individual semantics in computing with words for supporting linguistic group decision making. An application on consensus reaching[J]. *Information Fusion*, 2017, 33(1): 29–40.
- [2] Mendel J M, Wu D. *Perceptual computing: Aiding people in making subjective judgments*[M]. Hoboken, New Jersey: IEEE-Wiley Press, John Wiley & Sons, Inc., 2010.
- [3] 彭勃, 叶春明. 区间直觉纯语言信息的集结方法及其在群决策中的应用 [J]. *系统工程理论与实践*, 2016, 36(6): 1526–1535.
Peng B, Ye C M. Methods for aggregating interval-valued intuitionistic pure linguistic information and their application to group decision making[J]. *Systems Engineering — Theory & Practice*, 2016, 36(6): 1526–1535.
- [4] 武彤, 刘新旺, 桑秀芝. 基于区间二型模糊集的模糊等价关系聚类分析 [J]. *系统工程理论与实践*, 2016, 36(5): 1297–1305.
Wu T, Liu X W, Sang X Z. Clustering analysis of fuzzy equivalence based on interval type-2 fuzzy sets[J]. *Systems Engineering — Theory & Practice*, 2016, 36(5): 1297–1305.
- [5] Espinilla M, Liu J, Martínez L. An extended hierarchical linguistic model for decision-making problems[J]. *Computational Intelligence*, 2011, 27(3): 489–512.
- [6] Herrera F, Martínez L. A model based on linguistic 2-tuples for dealing with multi-granular hierarchical linguistic context in multi-expert decision making[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2001, 31(2): 227–234.
- [7] Morente-Molinera J A, Pérez I J, Urena M R, et al. On multi-granular fuzzy linguistic modelling in group decision making problems: A systematic review and future trends[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2015, 74: 49–60.
- [8] Abchir M A, Truck I. Towards an extension of the 2-tuple linguistic model to deal with unbalanced linguistic term sets[J]. *Kybernetika*, 2013, 49(1): 164–180.
- [9] 吴良刚, 文丽. 考虑认知态度的区间二元语义补偿算子及应用 [J]. *模糊系统与数学*, 2016, 30(3): 74–84.
Wu L G, Wen L. Interval-valued 2-tuple linguistic compensative operator considering cognitive attitude and its application[J]. *Fuzzy Systems and Mathematics*, 2016, 30(3): 74–84.
- [10] Yager R R. On the retranslation process in Zadeh’s paradigm of computing with words[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2004, 34(2): 1184–1195.
- [11] 鲍广宇, 黄海燕. 敏捷指挥控制一致决策度量技术研究 [J]. *军事运筹与系统工程*, 2015, 29(2): 22–27.
- [12] Merigó J M, Casanovas M, Martínez L. Linguistic aggregation operators for linguistic decision making based on the Dempster-Shafer theory of evidence[J]. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 2010, 18(3): 287–304.
- [13] Dong Y C, Zhang G Q, Hong W C, et al. Linguistic computational model based on 2-tuples and intervals[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2013, 21(6): 1006–1018.
- [14] Dong Y C, Herrera-Viedma E. Consistency-driven automatic methodology to set interval numerical scales of 2-tuple linguistic term sets and its use in the linguistic GDM with preference relation[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2015, 45(4): 780–792.