例解商品零售行业产品组合优化决策

王 雪

【摘要】商品零售行业的稀缺资源通常是占地面积,零售商特别关注占地面积较少的产品或者使用时间比较短的产品。为使收益最大化,除了要考虑产品的贡献毛益,还要考虑产品的占地面积和存货周转率,产品占地面积越小,周转速度越快,所获取的利润越多。对于组合销售,在各产品销售量、销售单价和进货单价一定的前提下,还可借助EOQ模型进行组合优化决策分析。

【关键词】商品零售行业; 产品组合优化; EOQ模型

【中图分类号】F273.2　　【文献标识码】A　　【文章编号】1004-0994(2016)20-0063-3

对于商品零售行业,选择销售某一类产品时,往往考虑该产品是否能为企业带来更多的贡献毛益,但同时还要考虑行业特殊稀缺资源——占地面积这个非常重要的因素,以充分利用稀缺资源。在选择销售一种产品或是多种产品组合时,不仅要考虑产品自身的贡献能力,还要考虑产品一定期间的周转速度、有限的稀缺资源以及相关成本。

一、稀缺资源约束条件下的单一产品优化

1. *案例资料*。现有A、B两种商品,A商品的销售单价为10元/件,单位变动成本为3元/件,单位产品贡献毛益为7元/件,B商品的销售单价为12元/件,单位变动成本为4元/件,单位产品贡献毛益为8元/件,如下表所示:

A、B商品的相关资料表

	A	B
单价(元/件)	10	12
单位变动成本(元/件)	3	4
单位产品贡献毛益(元/件)	7	8

从上表可以看出,A商品的单位产品贡献毛益<B商品的单位产品贡献毛益,在A、B两种商品销售量相同的前提下,显然销售B商品能够给企业带来更多的收益。

2. *考虑占地面积*。A、B两种商品在商场里摆放时所占用的面积不一样,A商品5件占用1平方米,而B商品4件占用1平方米,商场里柜台面积为10平方米,用来摆放A或者B商品,此时应该选择销售A商品还是B商品呢?

虽然B商品的单位产品贡献毛益超过了A商品的单位产品贡献毛益,但是在占地面积有限的前提下,显然已经不能用单位产品贡献毛益衡量产品的盈利能力了。此时,我们需要计算单位面积贡献毛益,并计算有限的使用面积所能带来的贡献毛益总额。

单件A商品单位面积贡献毛益=7÷(1/5)=35(元/平方米),贡献毛益总额=35×10=350(元)。

单件B商品单位面积贡献毛益=8÷(1/4)=32(元/平方米),贡献毛益总额=32×10=320(元)。

可见,无论是从单位面积贡献毛益,还是从贡献毛益总额来判断,都应该用这10平方米的空间来摆放A商品,充分利用有限的场地,获取更多的收益。

3. *考虑存货周转速度*。A商品平均每两天售出一件,B商品平均每天售出一件,B商品的周转速度是A商品的2倍,以一个月为周期,A商品1个月售出了15件,B商品一个月售出了30件,A商品的贡献毛益总额=15×7=105(元),而B商品的贡献毛益总额=30×8=240(元)。

考虑存货周转率因素,A商品的单位面积贡献毛益=105÷10=10.5(元/平方米),而B商品的单位面积贡献毛益=240÷10=24(元/平方米)。这显然与第2种情况所得出的结论相悖,也就意味着,B商品对每平方面积的利用效率更高,单位面积所获得的贡献毛益更大,此时应当选择摆放B商品。

二、基于EOQ模型的产品组合优化分析

假定甲在某商场经营销售A、B两种商品,柜台面积共10平方米,A、B两种商品均符合EOQ模型的基本假设条件,即:全年销售数量稳定,并且能够预测;存货单价不变;能及时补充存货,没有订货提前期,每批存货全部销售完才订购下一批存货,没有库存积压;能集中到货,不允许陆续入库;不允许缺货;企业现金充足,不会因为现金短缺而影响到进货;所需存货市场供应充足,不会因买不到需要的存货而影响其他环节。计算A、B商品应各占多大柜台面积。在EOQ模型的基本假设条件下,A、B两种商品全年所提供的贡献毛益

总额不变，因此，只需计算并对比A、B商品的变动订货成本和变动储存成本之和，选择成本总额最低的方案即可。

1. 按照EOQ模型计算出的两种商品共用占地面积之和等于现有面积。

（1）A商品全年销售量为3600件，每次的订货成本为4元，单件年储存成本为0.5元，A商品的经济订购批量$Q_A^*=\sqrt{\frac{2\times3600\times4}{0.5}}$=240（件），相关总成本$TC_A^*$=变动订货成本+变动储存成本=$\sqrt{2\times3600\times4\times0.5}$=120（元），全年订货次数（即A商品的周转次数）=3600/240=15（次），一年按360天计算，A商品平均24天销售一批（240件），平均1天销售10件。

假定1平方米可以放置40件A商品，则240件A商品需要占据6平方米，此时A商品的相关成本达到最低。

（2）B商品全年销售量为2400件，每次的订货成本为6元，单件年储存成本为0.5元，B商品的经济订购批量$Q_B^*=\sqrt{\frac{2\times2400\times6}{0.5}}$=240（件），相关总成本$TC_B^*$=变动订货成本+变动储存成本=$\sqrt{2\times2400\times6\times0.5}$=120（元），全年订货次数（即B商品的周转次数）=2400/240=10（次），一年按360天计算，B商品平均36天销售一批（240件），平均3天销售20件。

假定1平方米可以放置60件B商品，则240件B商品需要占据4平方米，此时B商品的相关成本达到最低。

A、B两种商品按照EOQ模型计算出来的相关成本最低时的面积之和刚好等于现有面积10平方米，全年销售量和采购单价一定的前提下，销售毛利总额不变，因此，可从成本最低角度来决定A、B商品的占地面积，则A商品应占据6平方米，B商品应占据4平方米。

2. 按照EOQ模型计算出的两种商品共用占地面积之和大于现有面积。

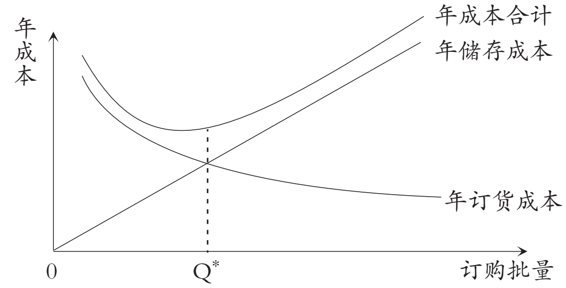
（1）A商品全年销售量为3200件，每次的订货成本为8元，单件年储存成本为0.5元，A商品的经济订购批量$Q_A^*=\sqrt{\frac{2\times3200\times8}{0.5}}$=320（件），相关总成本$TC_A^*$=变动订货成本+变动储存成本=$\sqrt{2\times3200\times8\times0.5}$=160（元），全年订货次数（即A商品的周转次数）=3200/320=10（次）。一年按360天计算，A商品平均36天销售一批（320件），平均9天销售80件。

假定1平方米可以放置40件A商品，则320件A商品需要占据8平方米，此时A商品的相关成本达到最低。

（2）B商品的数据不变，如前所述，订购批量为240件，B商品需要占据4平方米，此时B商品的相关成本达到最低，为120元。

由上述计算可以发现，此时A、B两种商品占地面积之和为12平方米，超过了现有面积，因此需要调整两种商品的占地面积，即需要调整两种商品的进货数量以及进货的次数，使得成本达到最低。

（3）销售两种商品的组合销售决策分析。



经济订购批量模型图

A、B两种商品年相关总成本与订购批量之间的关系均符合上图年成本合计曲线的走势，当A商品的占地面积为8平方米，即订购批量为320件时，年变动储存成本与年变动订货成本之和达到最低，为160元；而订购批量低于或者高于320件、占地面积低于或者高于8平方米时，年相关总成本均会增加。同理，对于B商品也是如此，当B商品的占地面积为4平方米，即订购批量为240件时，年变动储存成本与年变动订货成本之和达到最低，为120元；而订购批量低于或者高于240件、占地面积低于或者高于4平方米时，年相关总成本均会增加。

因此，当组合销售A、B两种商品时，要使得两种商品的相关成本之和达到最低，需要调整两种商品的进货数量。对此，可以有以下几个选择：

①B商品占地面积不变，仍为4平方米，调整A商品占地面积至6平方米。

此时，A、B两种商品的年相关总成本为：

$$TC_1=\frac{3200}{6\times40}\times8+\frac{6\times40}{2}\times0.5+\frac{2400}{4\times60}\times6+\frac{4\times60}{2}\times0.5=$$

286.67（元）

②A商品占地面积不变，仍为8平方米，调整B商品占地面积至2平方米。

此时，A、B两种商品的年相关总成本为：

$$TC_2=\frac{3200}{8\times40}\times8+\frac{8\times40}{2}\times0.5+\frac{2400}{2\times60}\times6+\frac{2\times60}{2}\times0.5=$$

310（元）

③同时调整A、B商品的占地面积，但总占地面积不变。为了与前两种选择具有可比性，A商品的占地面积要大于6平方米而小于8平方米，同时B商品的占地面积要大于2平方米小于4平方米，总占地面积之和为10平方米。

此时，A、B商品的占地面积均受到取值区间范围的限制，但面积总和为10平方米。假设A、B商品的占地面积分别为x平方米和y平方米，则根据前述限定条件，构建以下模型：

$x+y=10$ （1）

$6<x<8$ （2）

$2<y<4$ （3）

目标函数：$TC=\frac{3200}{40x}\times 8+\frac{40x}{2}\times 0.5+\frac{2400}{60y}\times 6+\frac{60y}{2}\times 0.5=\frac{640}{x}+10x+\frac{240}{y}+15y$

在A、B商品的占地面积符合条件(1)的情况下，计算得出使得A、B商品的相关总成本达到最低的A、B商品的占地面积x和y的值，并且x和y的值需要分别满足条件(2)和条件(3)。

设目标函数为$f(x,y)=\frac{640}{x}+10x+\frac{240}{y}+15y$，此时条件(1)可以调整为$x+y-10=0$，引入拉格朗日乘数λ，目标函数调整为：

$$f(x,y,\lambda)=\frac{640}{x}+10x+\frac{240}{y}+15y+\lambda(x+y-10) \quad (4)$$

若使A、B商品的相关总成本达到最低，需要在式(4)中分别对x、y、λ进行一阶求导并使一阶导数结果等于0，得到：

$$f_x'(x,y,\lambda)=-\frac{640}{x^2}+10+\lambda=0 \quad (5)$$

$$f_x'(x,y,\lambda)=-\frac{240}{y^2}+15+\lambda=0 \quad (6)$$

$$x+y=10 \quad (7)$$

式(5)-式(6)，并把$y=10-x$代入，通过化简，得：

$$x^4-20x^3+180x^2-2560x+12800=0$$

运用费拉里法将上述方程从四次方降到三次方，计算过程如下：

$$x^4-20x^3=-180x^2+2560x-12800$$

$$(x^2-10x)^2=-80x^2+2560x-12800$$

增加一个参数z，得：

$$(x^2-10x+\frac{1}{2}z)^2=(z-80)x^2+(2560-10z)x+\frac{1}{4}z^2-12800 \quad (8)$$

当式(8)中的x为原方程的根时，不论z取什么值，式(8)都成立。为了使式(8)右边关于x的二次三项式也能变成一个完全平方式，只需使它的判别式等于0，即：

$$(2560-10z)^2-4(z-80)(\frac{1}{4}z^2-12800)=0$$

对上式进行简化，得：

$$z^3-180z^2-2457600=0$$

$$(z-60)^3-10800z-2241600=0 \quad (9)$$

设$z-60=k$，即$z=k+60$ (10)

将$z=k+60$代入式(9)，得：

$$k^3-10800k-2889600=0 \quad (11)$$

运用塔塔利亚法则，令$p=10800$，$q=2889600$，得：

$$\sqrt{D}=\sqrt{(\frac{q}{2})^2-(\frac{p}{3})^3}=1428562.5782582$$

得到：$u^3=\sqrt{D}+\frac{q}{2}$，$v^3=\sqrt{D}-\frac{q}{2}$。则：$u=142.1663490277$，$v=-25.3224481365$。

$k=u-v=167.4887971642$即为式(11)的解。将k的值代入式(10)，得：$z=227.4887971642$，并将z的取值代入式(8)，得：

$$(x^2-10x+113.7443985821)^2=147.4887971642(x+0.9665548633)^2$$

对上式两边开根号并化简之后，得到以下两个方程：

$$x^2-22.1444965793x+102.0060763511=0 \quad (12)$$

$$x^2+2.1444965793x+125.4827208131=0 \quad (13)$$

式(13)无解，式(12)有两个解。即：$x_1=15.6097151862$，$x_2=6.5347813932$。

由于x的取值区间范围应在(6,8)内，因此可以排除x_1。$x_2=6.5347813932$，$y=10-x=3.4652186068$，x、y均符合三个限定条件。因此，$x=6.5347813932$和$y=3.4652186068$即为符合限定条件且使目标函数最小的解，此时A、B商品的经济订货数量分别为262件和208件，最低相关总成本为：

$$TC_3=\frac{3200}{262}\times 8+\frac{262}{2}\times 0.5+\frac{2400}{208}\times 6+\frac{208}{2}\times 0.5=284.44(元)$$

对比三种情况下的相关总成本，第三种情况下的相关总成本最低，即当A商品占地面积为6.5347813931平方米、B商品占地面积为3.4652186069平方米，A、B商品的订货数量分别为262件和208件时，相关总成本最低，为284.44元。

3. 按照EOQ模型计算出来的两种商品共用占地面积之和小于现有面积。在这种情况下，两种商品均按照目前各自的占地面积进行经营，剩余面积则可选择销售另外一种商品，如果有多种商品可供选择，决策方法参照前述内容即可。

三、总结

商品零售行业在稀缺资源约束的条件下，为了充分利用有限的场地面积，可以通过选择存货周转速度更快或占地面积较小的商品，也可以通过增加商品的销售数量，提高存货周转率，来降低存货占用有限场地的时间，获取更多的利润。本文并没有对EOQ模型的基本假设条件予以释放，也没有考虑订购次数不能为小数的情况，因此，有兴趣的读者还可以做进一步的研究。

主要参考文献：

查尔斯.T.霍恩格伦，加里.L.森德姆，威廉.O.斯特拉顿，戴维·博格斯塔勒，杰夫·舒兹伯格著.赵伟，王思妍译.管理会计（第十五版）[M].大连：东北财经大学出版社，2013.

孙茂竹，文光伟，杨万贵.管理会计学[M].北京：中国人民大学出版社，2015.

作者单位：郑州成功财经学院会计系，河南巩义 451200