

宁波大学 2017 年博士研究生招生考试初试试题(B 卷)

(答案必须写在考点提供的答题纸上)

科目代码： 2601 科目名称： 数学物理方程

1. (20 分) 均匀柔软弦上端固定并受重力作用，试给出该弦的（小变形）横振动方程。



2. (20 分)用分离变量方法解下面定解问题。

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx} \\ u_x(0, t) = u_x(1, t) = 0 \\ u(x, 0) = \cos \pi x + 2 \cos 3\pi x \\ u_t(x, 0) = 0 \end{cases}$$

3. (20 分)利用行波法解定解问题：

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx}, & x > 0, t > 0 \\ u(0, t) = A \sin(\omega t), & t \geq 0 \\ u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = 0, & x \geq 0 \end{cases}$$

4. (20 分)求解以下定解问题。

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} - bu & 0 < x < \pi, t > 0 \\ u_x|_{x=0} = 0, u_x|_{x=\pi} = 0 & t > 0 \\ u|_{t=0} = x, & 0 < x < \pi \end{cases}$$

5. (20 分) 上半平面的调和函数 $u(x, y)$ 在 x 轴上取值为 $g(x)$ 。设当 $|x|$ 趋于无穷时， u 、 u_x 均为零，试利用傅利叶变换（对变量 x ）求解该问题，并利用卷积公式将解表达为单一积分式。

宁波大学 2017 年博士研究生招生考试初试试题 (B 卷)

(答案必须写在考点提供的答题纸上)

科目代码： 2601 科目名称： 数学物理方程

附傅利叶变换表：

$$f(x) \quad \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i\omega x} dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega x} d\omega \quad F(\omega)$$

$$af(x) + bg(x) \quad aF(\omega) + bG(\omega)$$

$$f^{(n)}(x) \quad (i\omega)^n F(\omega)$$

$$x^n f(x) \quad i^n F^{(n)}(\omega)$$

$$f(x+c) \quad e^{i\omega c} F(\omega)$$

$$e^{-icx} f(x) \quad F(\omega+c)$$

$$f(cx) \quad |c|^{-1} F(\omega/c)$$

$$e^{-cx^2}, \quad c > 0 \quad \frac{1}{\sqrt{4\pi c}} e^{-\omega^2/4c}$$

$$e^{-c|x|}, \quad c > 0 \quad \frac{c/\pi}{\omega^2 + c^2}$$

$$\frac{2c}{x^2 + c^2}, \quad c > 0 \quad e^{-c|\omega|}$$

$$\frac{1}{x - i\alpha}, \quad \alpha > 0 \quad \begin{cases} 0 & \text{for } \omega > 0 \\ i e^{\alpha\omega} & \text{for } \omega < 0 \end{cases}$$

$$\frac{1}{x - i\alpha}, \quad \alpha < 0 \quad \begin{cases} i e^{\alpha\omega} & \text{for } \omega > 0 \\ 0 & \text{for } \omega < 0 \end{cases}$$

$$\frac{1}{x} \quad -\frac{i}{2} \text{sign}(\omega)$$

$$H(x-c) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < c \\ 1 & \text{for } x > c \end{cases} \quad \frac{1}{2\pi i\omega} e^{-i\alpha\omega}$$