

603 《高等数学》初试自命题科目考试大纲

科目代码	科目名称	参考书目	考试大纲
603	高等数学	《高等数学》(上、下册)(第六版), 同济大学数学系编, 高等教育出版社, 2012	<p>一、考试目的与要求</p> <p style="text-align: center;">(一) 函数、极限、连续</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 理解函数的概念, 掌握函数的表示法, 并会建立简单应用问题中的函数关系式. 2. 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性. 3. 理解复合函数及分段函数的概念, 了解反函数及隐函数的概念. 4. 掌握基本初等函数的性质及其图形, 了解初等函数的概念. 5. 理解极限的概念, 理解函数左极限与右极限的概念, 以及函数极限存在与左、右极限之间的关系. 6. 掌握极限的性质及四则运算法则 7. 掌握极限存在的两个准则, 并会利用它们求极限, 掌握利用两个重要极限求极限的方法. 8. 理解无穷小、无穷大的概念, 掌握无穷小的比较方法, 会用等价无穷小求极限. 9. 理解函数连续性的概念(含左连续与右连续), 会判别函数间断点的类型. 10. 了解连续函数的性质和初等函数的连续性, 理解闭区间上连续函数的性质(有界性、最大值和最小值定理、介值定理), 并会应用这些性质. <p style="text-align: center;">(二) 一元函数微分学</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 理解导数和微分的概念, 理解导数与微分的关系, 理解导数的几何意义, 会求平面曲线的切线方程和法线方程, 了解导数的物理意义, 会用导数描述一些物理量, 理解函数的可导性与连续性之间的关系. 2. 掌握导数的四则运算法则和复合函数的求导法则, 掌握基本初等函数的导数公式. 了解微分的四则运算法则和一阶微分形式的不变性, 会求函数的微分. 3. 了解高阶导数的概念, 会求简单函数的 n 阶导数. 4. 会求分段函数的一阶、二阶导数. 5. 会求隐函数和由参数方程所确定的函数以及反函数的导数. 6. 理解并会用罗尔定理、拉格朗日中值定理和泰勒定理, 了解并会用柯西中值定理. 7. 理解函数的极值概念, 掌握用导数判断函数的单调性和求函数极值的方法, 掌握函数最大值和最小值的求法及其简单应用. 8. 会用导数判断函数图形的凹凸性, 会求函数图形的拐点以及水平、铅直和斜渐近线, 会描绘函数的图形. 9. 掌握用洛必达法则求未定式极限的方法. 10. 了解曲率和曲率半径的概念, 会计算曲率和曲率半径. <p style="text-align: center;">(三) 一元函数积分学</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 理解原函数概念, 理解不定积分和定积分的概念. 2. 掌握不定积分的基本公式, 掌握不定积分和定积分的性质及定积分中值定理, 掌握换元积分法与分部积分法. 3. 会求有理函数、三角函数有理式及简单无理函数的积分.

4. 理解积分上限的函数，会求它的导数，掌握牛顿—莱布尼茨公式。
5. 了解广义积分的概念，会计算广义积分。
6. 掌握用定积分表达和计算一些几何量与物理量（平面图形的面积、平面曲线的弧长、旋转体的体积及侧面积、平行截面面积为已知的立体体积、功、引力、压力）等。

（四）向量代数和空间解析几何

1. 理解空间直角坐标系，理解向量的概念及其表示。
2. 掌握向量的运算（线性运算、数量积、向量积、混合积），了解两个向量垂直、平行的条件。
3. 理解单位向量、方向数与方向余弦、向量的坐标表达式，掌握用坐标表达式进行向量运算的方法。
4. 掌握平面方程和直线方程及其求法。
5. 会求平面与平面、平面与直线、直线与直线之间的夹角，并会利用平面、直线的相互关系（平行、垂直、相交等）解决有关问题。
6. 会求点到直线以及点到平面的距离。
7. 了解曲面方程和空间曲线方程的概念。
8. 了解常用二次曲面的方程及其图形，会求以坐标轴为旋转轴的旋转曲面及母线平行于坐标轴的柱面方程。
9. 了解空间曲线的参数方程和一般方程.了解空间曲线在坐标平面上的投影，并会求其方程。

（五）多元函数微分学

1. 理解多元函数的概念，理解二元函数的几何意义。
2. 了解二元函数的极限与连续性的概念，以及有界闭区域上连续函数的性质。
3. 理解多元函数偏导数和全微分的概念，会求全微分，了解全微分存在的必要条件和充分条件，了解全微分形式的不变性。
4. 理解方向导数与梯度的概念并掌握其计算方法。
5. 掌握多元复合函数一阶、二阶偏导数的求法。
6. 了解隐函数存在定理，会求多元隐函数的偏导数。
7. 了解空间曲线的切线和法平面及曲面的切平面和法线的概念，会求它们的方程。
8. 了解二元函数的二阶泰勒公式。
9. 理解多元函数极值和条件极值的概念，掌握多元函数极值存在的必要条件，了解二元函数极值存在的充分条件，会求二元函数的极值，会用拉格朗日乘数法求条件极值，会求简单多元函数的最大值和最小值，并会解决一些简单的应用问题。

（六）多元函数积分学

1. 理解二重积分、三重积分的概念，了解重积分的性质，了解二重积分的中值定理。
2. 掌握二重积分的计算方法（直角坐标、极坐标），会计算三重积分（直角坐标、柱面坐标、球面坐标）。
3. 理解两类曲线积分的概念，了解两类曲线积分的性质及两类曲线积分的关系。
4. 掌握计算两类曲线积分的方法。
5. 掌握格林公式并会运用平面曲线积分与路径无关的条件，会求全微分的原函数。
6. 了解两类曲面积分的概念、性质及两类曲面积分的关系，掌握计算两类曲面积分的方法，会用高斯公式计算曲面。
7. 了解散度与旋度的概念，并会计算。
8. 会用重积分、曲线积分及曲面积分求一些几何量与物理量（平面图形的面积、体积、曲面面积、弧长、质量、重心、转动惯量、引力、功及流量等）。

(七) 无穷级数

1. 理解常数项级数收敛、发散以及收敛级数的和的概念，掌握级数的基本性质及收敛的必要条件。
2. 掌握几何级数与 p 级数的收敛与发散的条件的。
3. 掌握正项级数收敛性的比较判别法和比值判别法，会用根值判别法。
4. 掌握交错级数的莱布尼茨判别法。
5. 了解任意项级数绝对收敛与条件收敛的概念，以及绝对收敛与条件收敛的关系。
6. 了解函数项级数的收敛域及和函数的概念。
7. 理解幂级数的收敛半径的概念、并掌握幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域的求法。
8. 了解幂级数在其收敛区间内的一些基本性质（和函数的连续性、逐项微分和逐项积分），会求一些幂级数在收敛区间内的和函数，并会由此求出某些数项级数的和。
9. 了解函数展开为泰勒级数的充分必要条件。
10. 掌握 e^x 、 $\sin x$ 、 $\cos x$ 、 $\ln(1+x)$ 和 $(1+x)^a$ 的麦克劳林展开式，会用它们将一些简单函数间接展开成幂级数。
11. 了解傅里叶级数的概念和狄利克雷收敛定理，会将定义在 $[-L, L]$ 上的函数展开为傅里叶级数，会将定义在 $[0, L]$ 上的函数展开为正弦级数与余弦级数，会写出傅里叶级数的和的表达式。

(八) 常微分方程

1. 了解微分方程及其解、阶、通解、初始条件和特解等概念。
2. 掌握变量可分离的方程及一阶线性方程的解法。
3. 会解齐次方程、伯努利方程和全微分方程，会用简单的变量代换解某些微分方程。
4. 会用降阶法解下列方程： $y^{(n)} = f(x)$ ， $y'' = f(x, y')$ 和 $y'' = f(y, y')$ 。
5. 理解线性微分方程解的性质及解的结构定理。
6. 掌握二阶常系数齐次线性微分方程的解法，并会解某些高于二阶的常系数齐次线性微分方程。
7. 会解自由项为多项式、指数函数、正弦函数、余弦函数，以及它们的和与积的二阶常系数非齐次线性微分方程。
8. 会用微分方程解决一些简单的应用问题。

二、考试范围

(一) 函数、极限、连续

函数的概念及表示法 函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性 复合函数、反函数、分段函数和隐函数 基本初等函数的性质及其图形 初等函数 简单应用问题的函数关系的建立 数列极限与函数极限的定义及其性质 函数的左极限与右极限 无穷小和无穷大的概念及其关系 无穷小的性质及无穷小的比较 极限的四则运算 极限存在的两个准则：单调有界准则和夹逼准则 两个重要极限 函数连续的概念 函数间断点的类型 初等函数的连续性 闭区间上连续函数的性质

(二) 一元函数微分学

导数和微分的概念 导数的几何意义和物理意义 函数的可导性与连续性之间的关系 平面曲线的切线和法线 基本初等函数的导数 导数和微分的四则运算 复合函数、反函数、隐函数以及参数方程所确定的函数的微分法 高阶导数 一阶微分形式的不变性 微分中值定理 洛必达 (L'Hospital) 法则 函数单调性的判别 函数的极值 函数图形的凹凸性、拐点及渐近线 函数图形的描绘 函数最大值和最小值 弧微分 曲率的概念 曲率半径

(三) 一元函数积分学

原函数和不定积分的概念 不定积分的基本性质 基本积分公式 定积分的概念和基本性质 定积分中值定理 积分上限的函数及其导数 牛顿-莱布尼茨 (Newton-Leibniz) 公式 不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法 有理函数、三角函数的有理式和简单无理函数的积分 广义积分概念 定积分的应用

(四) 向量代数和空间解析几何

向量的概念 向量的线性运算 向量的数量积和向量积 向量的混合积 两向量垂直、平行的条件 两向量的夹角 向量的坐标表达式及其运算 单位向量 方向数与方向余弦 曲面方程和空间曲线方程的概念 平面方程、直线方程 平面与平面、平面与直线、直线与直线的以及平行、垂直的条件 点到平面和点到直线的距离 球面 母线平行于坐标轴的柱面 旋转轴为坐标轴的旋转曲面的方程 常用的二次曲面方程及其图形 空间曲线的参数方程和一般方程 空间曲线在坐标面上的投影曲线方程

(五) 多元函数微分学

多元函数的概念 二元函数的几何意义 二元函数的极限和连续的概念 有界闭区域上多元连续函数的性质 多元函数偏导数和全微分 全微分存在的必要条件和充分条件 多元复合函数、隐函数的求导法 二阶偏导数 方向导数和梯度 空间曲线的切线和法平面 曲面的切平面和法线 二元函数的二阶泰勒公式 多元函数的极值和条件极值 多元函数的最大值、最小值及其简单应用

(六) 多元函数积分学

二重积分、三重积分的概念及性质 二重积分与三重积分的计算和应用 两类曲线积分的概念、性质及计算 两类曲线积分的关系 格林 (Green) 公式 平面曲线积分与路径无关的条件 已知全微分求原函数 两类曲面积分的概念、性质及计算 两类曲面积分的关系 高斯 (Gauss) 公式 散度、旋度的概念及计算 曲线积分和曲面积分的应用

(七) 无穷级数

常数项级数的收敛与发散的概念 收敛级数的和的概念 级数的基本性质与收敛的必要条件 几何级数与 p 级数以及它们的收敛性 正项级数收敛性的判别法 交错级数与莱布尼茨定理 任意项级数的绝对收敛与条件收敛 函数项级数的收敛域与和函数的概念 幂级数及其收敛半径、收敛区间 (指开区间) 和收敛域 幂级数的和函数 幂级数在其收敛区间内的基本性质 简单幂级数的和函数的求法 初等幂级数展开式 函数的傅里叶 (Fourier) 系数与傅里叶级数 狄利克雷 (Dirichlet) 定理 函数在 $[-l, l]$ 上的傅里叶级数 函数在 $[0, l]$ 上的正弦级数和余弦级数

(八) 常微分方程

常微分方程的基本概念 变量可分离的方程 齐次微分方程 一阶线性微分方程 伯努利 (Bernoulli) 方程 全微分方程 可用简单的变量代换求解的某些微分方程 可降阶的高阶微分方程 线性微分方程解的性质及解的结构定理 二阶常系数齐次线性微分方程 高于二阶的某些常系数齐次线性微分方程 简单的二阶常系数非齐次线性微分方程 微分方程简单应用

三、试题结构

1. 考试时间: 3 小时
2. 试题类型: 计算题 80%, 证明题 20%